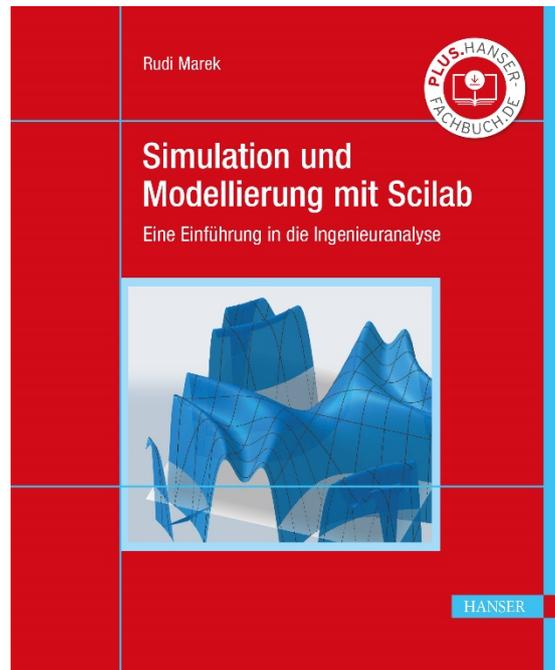


# HANSER



## Leseprobe

zu

## Simulation und Modellierung mit Scilab

von Rudi Marek

Print-ISBN: 978-3-446-46906-8

E-Book-ISBN: 978-3-446-46936-5

Weitere Informationen und Bestellungen unter

<https://www.hanser-kundencenter.de/fachbuch/artikel/978-3-446-46906-8>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

# Vorwort

Wissenschaftliches Rechnen und Simulation nehmen in Technik und Naturwissenschaft längst einen festen Platz ein. Scientific Computation, Computational Science oder Computational Engineering sind dabei etablierte Begriffe. Zweifelsfrei hat die Computertechnologie mit immer leistungsstärkeren Personalcomputern einerseits und Hochleistungsrechnern andererseits dazu einen wesentlichen Beitrag geleistet. Aber auch die den Rechnern vorgelegten Aufgaben sind in Umfang und Komplexität gewachsen. Schöne bunte Bilder sind heute mit Computern schnell und einfach generierbar. Allerdings besteht kein Grund, sich technophil tiefentspannt zurück zu lehnen und dem „Elektronengehirn“ blind zu vertrauen. Vielmehr ist eine auf soliden Grundlagen und gesundem Verstand basierende kritische Interpretation und Plausibilisierung der Ergebnisse angezeigt.

Die benötigten Algorithmen, Programme und Modelle sind eine interdisziplinäre Schnittmenge aus Numerischer Mathematik, Informatik und spezifischem Fachwissen. Zwar ist der Stellenwert der Informatik in der Schul- und Hochschulausbildung in der Vergangenheit gestiegen, allerdings sind gleichzeitig tiefgreifende Defizite in der mathematischen Ausbildung der Studienanfänger zu beklagen. Auf sicheren Grundlagen basierendes übergreifendes Verständnis, solide Rechenfertigkeiten und analytisches Denken sind vielfach einer vom „Knöpfchendrücken“ geprägten Bedienungskompetenz gewichen, die für die erfolgreiche Lösung praktischer Problemstellungen bei weitem nicht ausreicht. Desweiteren erfordert die für die Lösung mittels „Rechnern“ notwendige Modellierung der zu simulierenden Vorgänge ein hohes Maß an vernetztem Denken und fachlicher Kompetenz. Trotz verbessertem Bedienkomfort und leichteren Eingabemöglichkeiten interpretieren Computer nach wie vor nur das, was die Nutzer digital kommunizieren und nicht was sie sich dabei analog gedacht haben.

Die in den Ingenieurwissenschaften in den Anfangssemestern meist getrennt erfolgende Ausbildung in Mathematik, Informatik und den fachlichen Grundlagen ist zur Überwindung der genannten Defizite nicht förderlich. Wünschenswert ist eine Bündelung der erworbenen Einzelkompetenzen in einer übergreifenden Veranstaltung, die Modellierung, Numerik und Algorithmen sowie Programmierung gleichermaßen Rechnung trägt.

Das vorliegende Buch basiert auf meinen Lehrveranstaltungen „Computernumerik“ und „Ingenieuranalyse und Modellierung“ an der Technischen Hochschule Deggendorf. Das eingesetzte freie Softwarepaket Scilab/Xcos <http://www.scilab.org> ist weitgehend zu MATLAB<sup>®</sup>/Simulink<sup>®</sup> kompatibel. Behandelt und programmiert werden die wichtigsten Algorithmen der Numerischen Mathematik, unabhängig davon, ob Scilab hierzu interne Funktionen zur Verfügung stellt. Die analysierten praktischen Fragestellungen stammen aus der Mathematik, der Statik, der Dynamik, der Strömungsmechanik, der Thermodynamik, der Vermessung, der Bauphysik, der Elektrotechnik, der Wärmeübertragung und der Regelungstechnik. Die getroffene Auswahl erhebt dabei in keinsten Weise Anspruch auf Vollständigkeit.

Mein Dank gilt Frau Dipl.-Ing. *Natalia Silakova-Herzberg*, ihrer Assistentin *Christina Kubiak* und Frau *Anne Kurth* vom Carl Hanser Verlag für die gute und angenehme Zusammenarbeit sowie den Studenten der Technischen Hochschule Deggendorf für ihre Programmcodes und ihr Feedback. Den Leserinnen und Lesern wünsche ich viele Erkenntnisgewinne auf dem teilweise dornigen Weg der Programmierung. Für Fehlermeldungen, konstruktive Anregungen sowie Verbesserungsvorschläge bin ich dankbar.

Deggendorf, Januar 2021

*Rudi Marek*

»The purpose of computing  
is insight, not numbers.«

(Richard Wesley Hamming [1])

# Inhalt

<b>1 Einführung</b>	<b>12</b>
1.1 Das Knödelproblem	13
1.1.1 Problemstellung	13
1.1.2 Lösung durch Modellierung	13
1.1.3 Gewonnene Erkenntnisse	15
1.2 Grundbegriffe der Systemsimulation	16
1.2.1 Simulation	16
1.2.2 Modelle und Modellbildung	17
1.2.3 Validierung	18
1.2.4 Systeme	18
1.2.5 Zustandsgrößen und Bilanzgrößen	19
1.3 Bilanzierung	21
1.3.1 Allgemeine Aspekte	21
1.3.2 Energiebilanzen und Wärmetransport	22
1.3.3 Statisches Gleichgewicht	24
1.3.4 Bewegung und dynamisches Gleichgewicht	25
1.3.5 Fluidtechnische Bilanzen	28
1.4 Normierte Systeme	31
1.5 Aufgaben zum Selbststudium	33
<b>2 Grundlagen von Scilab</b>	<b>37</b>
2.1 Programmpaket Scilab	38
2.1.1 Historie	38
2.1.2 Funktionalität	38
2.1.3 Bezug und Dokumentation	38
2.1.4 Bestandteile	39
2.1.5 Hilfefunktion in Scilab	40
2.2 Erste Schritte mit Scilab	41
2.2.1 Scilab als einfacher Taschenrechner	41
2.2.2 Zuweisungen und Variablen	41
2.2.3 Konstanten	42
2.2.4 Rechenoperationen	42
2.2.5 Funktionen	43
2.2.6 Vektoren und Matrizen	44
2.2.7 Punkt-Operator	45
2.2.8 Lineare Gleichungssysteme und Links-Division	45
2.2.9 Bereichsvariablen	46
2.2.10 Scriptdateien	46
2.2.11 Kommentare	47
2.2.12 Benutzerdefinierte Funktionen	47
2.2.13 x,y-Diagramme	48
2.2.14 Variablen-Browser und Variablen-Editor	48
2.2.15 Abfangen von Fehlern	49
2.2.16 Debugging	50
2.3 Aufgaben zum Selbststudium	52

<b>3</b>	<b>Grundlagen der Programmierung</b>	<b>57</b>
3.1	Algorithmen	58
3.1.1	Definition und Eigenschaften	58
3.1.2	Ein alltäglicher Algorithmus	59
3.1.3	Ein sehr alter Algorithmus	60
3.1.4	Erweiterte Backus-Naur-Form	61
3.1.5	Darstellung von Algorithmen durch Pseudocode	61
3.2	Grundbegriffe der Programmierung	64
3.2.1	Top-Down-Methode	64
3.2.2	Black-Box-Darstellung	64
3.2.3	EVA-Prinzip	65
3.2.4	Unterprogramm (Subroutine, Routine)	65
3.2.5	Prozedur	65
3.2.6	Funktion	65
3.2.7	Methode	66
3.2.8	Modul	66
3.2.9	Iteration	66
3.2.10	Rekursion	66
3.2.11	Implementierung	66
3.2.12	Compiler	67
3.2.13	Interpreter	67
3.2.14	Programmfehler	67
3.2.15	Fehlersuche	68
3.2.16	Folgen von Programmfehlern	69
3.3	Strukturierte Programmierung	70
3.3.1	Ziele und Grundsätze	70
3.3.2	Kontrollstrukturen	70
3.3.3	Struktogramme (Nassi-Shneiderman-Diagramme)	71
3.4	Aufgaben zum Selbststudium	74
<b>4</b>	<b>Programmierung mit Scilab</b>	<b>79</b>
4.1	Bezeichner und Namenskonventionen	80
4.1.1	Variablen und Konstanten	80
4.1.2	Syntaxregeln und Programmierstil	80
4.1.3	Variablenarten	81
4.1.4	Datentypen	82
4.1.5	Gleitkommazahlen	82
4.1.6	Ganzzahlen	82
4.1.7	Boole'sche Variablen	83
4.1.8	Strings (Zeichenketten)	83
4.1.9	Listen	83
4.1.10	Strukturen	84
4.1.11	Dynamische Variablen	85
4.1.12	Abfrage der Variablenart	85
4.1.13	Bereichsvariablen	85
4.1.14	Voreingestellte Variablen (Systemvariablen)	86
4.1.15	Übersicht über definierte Variablen	86
4.1.16	Löschen von Variablen	87
4.2	Operatoren	87

4.2.1	Arithmetische Operatoren . . . . .	87
4.2.2	Vergleichsoperatoren . . . . .	88
4.2.3	Logische Operatoren (Boole'sche Operatoren) . . . . .	88
4.2.4	Punkt-Operator und elementweise Operationen . . . . .	88
4.3	Elemente der Codegestaltung . . . . .	89
4.3.1	Kommentare . . . . .	89
4.3.2	Fortsetzungszeilen . . . . .	89
4.3.3	Automatische Formatierung des Codes . . . . .	89
4.3.4	Automatische Syntaxvervollständigung . . . . .	89
4.3.5	Abschalten des Konsolenechos . . . . .	90
4.4	Matrizen und Vektoren . . . . .	90
4.4.1	Eingabe von Matrizen . . . . .	90
4.4.2	Besondere Matrizen . . . . .	91
4.4.3	Abfrage und Modifikation von Matrizen . . . . .	92
4.4.4	Zugriff auf Matrizen und Matrixelemente . . . . .	92
4.4.5	Doppelpunkt-Operator . . . . .	94
4.4.6	Dollar-Operator . . . . .	95
4.4.7	Elementweise Operationen . . . . .	95
4.4.8	Funktionen der Linearen Algebra . . . . .	96
4.5	Verzweigungen (flow control) . . . . .	97
4.5.1	If-Schleifen . . . . .	97
4.5.2	Select-Case-Verzweigung . . . . .	97
4.6	Schleifen (loops) . . . . .	98
4.6.1	While-Schleifen . . . . .	98
4.6.2	Ersatz für Repeat-Schleifen . . . . .	98
4.6.3	For-Schleifen . . . . .	99
4.6.4	Break-Anweisung . . . . .	99
4.6.5	Continue-Anweisung . . . . .	99
4.6.6	Return-Anweisung . . . . .	99
4.7	Benutzerdefinierte Funktionen . . . . .	99
4.7.1	Allgemeine Aspekte . . . . .	99
4.7.2	Functions . . . . .	100
4.7.3	On-line-Funktionen . . . . .	102
4.8	Vordefinierte Funktionen (Systemfunktionen) . . . . .	103
4.9	Spezielle Befehle für Funktionen . . . . .	104
4.9.1	Anzahl der Ein- und Ausgabeparameter . . . . .	104
4.9.2	Ausgabe einer Fehlermeldung . . . . .	105
4.9.3	Ausgabe einer Warnmeldung . . . . .	105
4.9.4	Abbruch einer Schleife . . . . .	105
4.9.5	Rücksprung zu übergeordneter Programmeinheit . . . . .	105
4.9.6	Anhalten der Programmausführung . . . . .	105
4.9.7	Haltepunkte . . . . .	105
4.10	Funktionen für Strings . . . . .	106
4.10.1	Konkatenation von Strings . . . . .	106
4.10.2	Länge von Strings . . . . .	106
4.10.3	Teile von Strings . . . . .	106
4.10.4	Position von Teilstrings . . . . .	106
4.10.5	Ersetzen von Teilstrings . . . . .	106
4.10.6	Umwandlung numerischer Werte in Strings . . . . .	106

4.10.7	Umwandlung von Strings in Zahlenwerte . . . . .	106
4.10.8	Ausführen von Befehlen in Stringform . . . . .	107
4.11	Ein- und Ausgabe . . . . .	107
4.11.1	Formatierte Ausgabe . . . . .	107
4.11.2	Datenausgabe in Dateien . . . . .	108
4.11.3	Einlesen von Daten . . . . .	110
4.12	Darstellung von Funktionen und Daten . . . . .	111
4.12.1	Raster- und Vektorgrafikformate . . . . .	111
4.12.2	Grafikfenster in Scilab . . . . .	112
4.12.3	Grafikobjekte (graphics entities) . . . . .	112
4.12.4	x,y-Diagramme . . . . .	114
4.12.5	3D-Diagramme . . . . .	116
4.13	Aufgaben zum Selbststudium . . . . .	118
<b>5</b>	<b>Numerische Grundlagen</b>	<b>125</b>
5.1	Allgemeines . . . . .	126
5.1.1	Unterschiede Numerik – Analysis . . . . .	126
5.1.2	Rundungsfehler (round-off error, rounding error) . . . . .	127
5.1.3	Auslöschung (cancelation) . . . . .	127
5.1.4	Überlauf (overflow) und Unterlauf (underflow) . . . . .	127
5.2	Zahlendarstellungen und Gleitpunktzahlen . . . . .	128
5.2.1	Zahlensysteme . . . . .	128
5.2.2	Festpunktdarstellung reeller Zahlen (fixed point) . . . . .	129
5.2.3	Normierte Gleitpunktdarstellung reeller Zahlen (floating point) . . . . .	129
5.2.4	Rundung von Gleitpunktzahlen . . . . .	129
5.2.5	IEEE-Standard 754 . . . . .	130
5.3	Kondition von Algorithmen . . . . .	130
5.3.1	Allgemeine Überlegungen . . . . .	130
5.3.2	Konditionszahl eines Algorithmus . . . . .	131
5.4	Normen . . . . .	132
5.4.1	Vektorräume, Metriken und Normen . . . . .	132
5.4.2	Vektornormen . . . . .	132
5.4.3	Matrixnormen . . . . .	133
5.4.4	Verträglichkeit von Vektor- und Matrizenormen . . . . .	134
5.5	Konditionszahlen von Matrizen . . . . .	134
5.6	Aufgaben zum Selbststudium . . . . .	136
<b>6</b>	<b>Lösung nichtlinearer Gleichungen</b>	<b>140</b>
6.1	Nichtlineare Gleichungen . . . . .	141
6.2	Fixpunktiteration . . . . .	141
6.3	Newton-Raphson-Verfahren . . . . .	143
6.4	Nichtlineare Gleichungssysteme . . . . .	144
6.5	Scilab-Funktion <code>fsolve</code> . . . . .	144
6.6	Aufgaben zum Selbststudium . . . . .	145

<b>7</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>152</b>
7.1	Matrixnotation	153
7.2	Lösungsverfahren	153
7.3	Gauß'scher Algorithmus	153
7.4	LU-Zerlegung	155
7.5	Cholesky-Zerlegung	156
7.6	Jacobi-Iteration (JI)	158
7.7	Gauß-Seidel-Iteration (GS)	158
7.8	Sukzessive Überrelaxation (SOR)	159
7.9	Verfahren der konjugierten Gradienten (CG)	160
7.10	Nachiteration (Iterative Verbesserung)	161
7.11	Aufgaben zum Selbststudium	162
<b>8</b>	<b>Approximation</b>	<b>165</b>
8.1	Numerische Integration (Quadratur)	166
8.1.1	Allgemeines	166
8.1.2	Trapezregel	166
8.1.3	Simpson-Regel	166
8.1.4	Monte-Carlo-Methode	167
8.1.5	Scilab-Funktion <code>inttrap</code>	167
8.1.6	Scilab-Funktion <code>intsplin</code>	168
8.1.7	Scilab-Funktion <code>intg</code>	168
8.1.8	Scilab-Funktion <code>integrate</code>	168
8.2	Regression und Ausgleichsrechnung	168
8.2.1	Allgemeines	168
8.2.2	Lineare Regression	169
8.2.3	Scilab-Funktion <code>reglin</code>	169
8.2.4	Quadratische Regression	169
8.2.5	Polynom-Regression (Ausgleichspolynome)	169
8.2.6	Nichtlineare Ausgleichsprobleme	170
8.2.7	Gauß-Newton-Verfahren	171
8.2.8	Scilab-Funktion <code>leastsq</code>	172
8.2.9	Multivariate lineare Regression	172
8.3	Aufgaben zum Selbststudium	173
<b>9</b>	<b>Interpolation</b>	<b>177</b>
9.1	Allgemeines	178
9.2	Lineare Interpolation	178
9.3	Interpolation mit Polynomen	178
9.3.1	Festlegung des Interpolationspolynoms	178
9.3.2	Interpolationsformeln von Lagrange	178
9.3.3	Interpolationschema von Aitken und Neville	179
9.3.4	Interpolationsformeln nach Newton	180
9.4	Stückweise Interpolation mit Splines	181
9.4.1	Allgemeines	181
9.4.2	Kubische Splines	181
9.4.3	Scilab-Funktion <code>splin</code>	182
9.5	Aufgaben zum Selbststudium	184

<b>10 Differenzialgleichungen</b>	<b>186</b>
10.1 Anfangswertprobleme . . . . .	187
10.1.1 Richtungsfeld und Isoklinen . . . . .	187
10.1.2 Euler-Cauchy-Verfahren . . . . .	187
10.1.3 Verfahren von Heun . . . . .	189
10.1.4 Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung . . . . .	189
10.1.5 Mehrschrittverfahren von Adams-Moulton . . . . .	190
10.1.6 Scilab-Funktion <code>ode</code> . . . . .	190
10.1.7 Differenzialgleichungen höherer Ordnung . . . . .	191
10.2 Wachstum und Populationsdynamik . . . . .	192
10.2.1 Unbegrenzttes Wachstum einer Population . . . . .	192
10.2.2 Begrenzttes Wachstum einer Population . . . . .	192
10.2.3 Räuber-Beute-Systeme (Predator-Prey) . . . . .	193
10.3 Randwertprobleme . . . . .	194
10.3.1 Diskretisierung . . . . .	195
10.3.2 Finite Differenzen . . . . .	195
10.4 Aufgaben zum Selbststudium . . . . .	201
<b>11 Simulationen mit Xcos</b>	<b>214</b>
11.1 Grundlegende Aspekte . . . . .	215
11.1.1 Programmkonzept und Programmstart . . . . .	215
11.1.2 Elemente von Xcos . . . . .	215
11.1.3 Arbeitsoberfläche . . . . .	215
11.1.4 Paletten-Browser . . . . .	217
11.1.5 Simulator . . . . .	219
11.1.6 Format-Menü . . . . .	220
11.2 Erste Schritte in Xcos . . . . .	221
11.2.1 Einfaches Sinusdiagramm . . . . .	221
11.2.2 Erweiterungen des Diagramms . . . . .	222
11.2.3 Modell des ideal gerührten Behälters . . . . .	223
11.2.4 Sprungantwort von Hoch- und Tiefpass . . . . .	224
11.2.5 Schwingung mit Gleitreibung . . . . .	225
11.2.6 Bernoulli-Balken mit Streckenlast . . . . .	227
11.3 Aufgaben zum Selbststudium . . . . .	228
<b>12 Aufgaben zu verschiedenen Themengebieten</b>	<b>231</b>
<b>Literatur</b>	<b>278</b>
<b>Bildquellen</b>	<b>282</b>
<b>Index</b>	<b>284</b>

Als Zusatzmaterial zu diesem Buch erhalten Sie unter der Webadresse [plus.hanser-fachbuch.de](http://plus.hanser-fachbuch.de) ausführliche Lösungen der Aufgaben sowie Downloadlinks rund um Scilab/Xcos.

# 1 Einführung

»The most dangerous phrase  
in the language is,  
'We've always done it this way.'«

(Grace B. Murray Hopper)



## Lernziele

Anhand eines Beispiels lernen wir praktische naturwissenschaftliche und ingenieurtechnische Fragestellungen zu abstrahieren und geeignet zu modellieren, um sie einer späteren mathematischen Lösung zugänglich zu machen.

Wir verschaffen uns einen Überblick über wichtige Begriffe der Systemsimulation und lernen exemplarisch deren interdisziplinäre Anwendung in den Bilanzen der Thermodynamik, Wärmeübertragung, Mechanik und Strömungsmechanik kennen.

Betrachtungen zur Normierung von Systemen in Bezug auf die Verallgemeinerung der Simulationsergebnisse schließen das Kapitel ab.

## 1.1 Das Knödelproblem

### 1.1.1 Problemstellung

Wir wollen uns der Systemsimulation anschaulich anhand der (scheinbar) einfachen Fragestellung aus Beispiel 1.1 nähern und daran die typische Vorgehensweise bei der Ingenieuranalyse und Modellierung kennenlernen.

### 1.1.2 Lösung durch Modellierung

☞ Die Beantwortung dieser Frage erfordert eine physikalische Modellierung, wodurch das reale System „Topf mit Knödel“ (Bild 1.1) in ein idealisiertes Ersatzsystem übergeführt wird. Wir beschränken uns dabei auf das System „Einzelknödel“, da wir vereinfacht davon ausgehen, dass eine gegenseitige Beeinflussung der Knödel wegen der Topfgröße ausscheidet. Ferner idealisieren wir die Geometrie, indem wir exakt kugelförmige Knödel mit Radius  $R$  betrachten.

Erfahrungsgemäß schwimmen Körper im Wasser oder sie gehen unter. Kramen wir in unseren (eventuell verstaubten) Physik-Erinnerungen, verbinden wir „Schwimmen“ mit Hydrostatik, Auftrieb und Archimedes. In einem Nachschlagewerk der Physik [2] finden wir unter dem Stichwort „Auftrieb“ das Prinzip von Archimedes:

»Beim Eintauchen in eine Flüssigkeit erfährt jeder Körper eine nach oben gerichtete Auftriebskraft. Diese ist dem Betrag nach gleich der Gewichtskraft der vom Körper verdrängten Flüssigkeit.«

$$F_A = V \cdot \rho \cdot g = V_F \cdot \rho_F \cdot g \quad (1.1)$$

Zur Vermeidung von Verwechslungen fügen wir in Gl. (1.1) den Index „F“ zur Kennzeichnung der Flüssigkeit an.

Weiterhin gilt für einen in der Flüssigkeit schwimmenden (schwebenden) Körper die **Schwimmbedingung**:

$$G_K = F_A \quad (1.2)$$

In Gl. (1.2) kennzeichnen wir den Knödel mit dem Index „K“. Durch Gleichsetzen von Gl. (1.1) und Gl. (1.2) können wir die Auftriebskraft  $F_A$  eliminieren:

$$G_K = V_F \cdot \rho_F \cdot g \quad (1.3)$$

Anschaulich hängt die gesuchte Eintauchtiefe, für die wir das Symbol  $h$  einführen, vom Volumen  $V_F$  ab und muss zwischen den Grenzfällen ① und ② liegen (Bild 1.2). Fall ①  $h_I = 0$  entspricht einer auf der Flüssigkeitsoberfläche aufsitzenden gewichtslosen Kugel (z. B. Seifenblase), während Fall ②  $h_{II} = 2R$  eine gerade vollständig eingetauchte Kugel beschreibt. Eintauchtiefen  $h > h_{II}$  sind (im Gleichgewicht) nicht möglich, da der Knödel dann absinken und untergehen würde. Insofern muss  $h$  im Intervall  $[0; 2R]$  liegen.

Eine Vereinfachung von Gl. (1.3) ist möglich, wenn wir für die Gewichtskraft  $G_K$  des Knödels das Produkt aus Knödelmasse  $m_K = V_K \cdot \rho_K$  und Schwerebeschleunigung  $g$  einführen:

$$V_K \cdot \rho_K \cdot g = V_F \cdot \rho_F \cdot g \quad (1.4)$$

#### Beispiel 1.1:

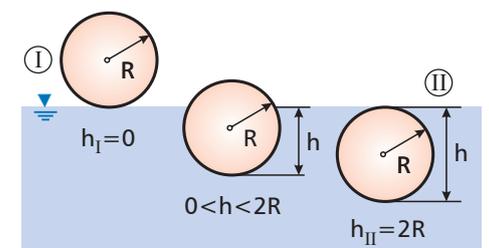
Susi Sorglos erhitzt aus frischem Kloßteig geformte Knödel in einem großen Topf mit Wasser. Wie tief tauchen die Knödel in das Wasser ein?



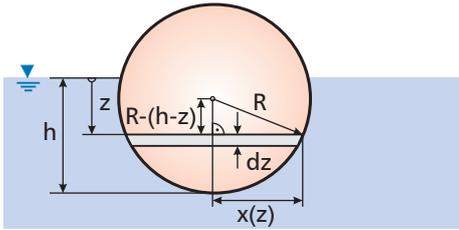
**Bild 1.1:** Wie tief tauchen die im Wasser schwimmenden Knödel ein?

☞ In Gl. (1.1) bezeichnet  $V_F$  das Volumen der vom schwimmenden Knödel verdrängten Flüssigkeit,  $\rho_F$  die Dichte der Flüssigkeit und  $g$  die Schwerebeschleunigung.

☞ In Gl. (1.2) bezeichnet  $G_K$  die Gewichtskraft des schwimmenden Körpers.



**Bild 1.2:** Grenzfälle der Eintauchtiefe  $h$  im idealisierten Ersatzsystem „sphärischer Einzelknödel“.



**Bild 1.3:** Geometrische Zusammenhänge zur Ermittlung der Eintauchtiefe  $h$ .

Mit dem bekannten Kugelvolumen  $V_K = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$  und Kürzen von  $g$  erhalten wir aus Gl. (1.4):

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \rho_K = V_F \cdot \rho_F \quad (1.5)$$

Zur Weiterverwertung von Gl. (1.5) wird die Abhängigkeit von  $V_F$  von der Eintauchtiefe  $h$  (Bild 1.3) benötigt.  $V_F$  ist ein Kugelabschnitt, dessen Volumen durch Integration bestimmbar ist. Dazu führen wir von der Flüssigkeitsoberfläche nach unten weisend die Koordinate  $z$  und als infinitesimales Volumenelement  $dV_F$  in der Tiefe  $z$  eine Kreisscheibe der Dicke  $dz$  mit Radius  $x = x(z)$  ein. Gemäß Infinitesimalrechnung können wir das Scheibenvolumen  $dV_F$  als geraden Kreiszyylinder mit Grundkreisfläche  $A(x)$  und Höhe  $dz$  interpretieren:

$$dV_F = A(x) \cdot dz = x(z)^2 \cdot \pi \cdot dz \quad (1.6)$$

Das gesuchte Volumen  $V_F$  folgt durch Integration des differentiellen Volumens  $dV_F$  von der Flüssigkeitsoberfläche  $z=0$  bis zur Eintauchtiefe  $z=h$ :

$$V_F = \int_{z=0}^{z=h} dV_F = \int_{z=0}^{z=h} A(x) dz = \int_{z=0}^{z=h} x^2(z) \cdot \pi dz \quad (1.7)$$

Zur Lösung des bestimmten Integrals in Gl. (1.7) benötigen wir die Kenntnis der funktionalen Abhängigkeit  $x = x(z)$ . Hier hilft uns der Satz des Pythagoras weiter:

$$R^2 = x^2(z) + (R - h + z)^2 \Rightarrow x^2(z) = R^2 - (R - h + z)^2 \quad (1.8)$$

Mit der zweiten binomischen Formel erhalten wir nach kurzer algebraischer Umformung aus Gl. (1.8):

$$x^2(z) = R^2 - [(R - h)^2 + 2(R - h) \cdot z + z^2] = 2Rh - h^2 - 2(R - h) \cdot z - z^2 \quad (1.9)$$

Durch direktes Einsetzen von Gl. (1.9) in Gl. (1.7) erhalten wir ein leicht lösbares bestimmtes Integral:

$$\begin{aligned} V_F &= \int_{z=0}^{z=h} [2Rh - h^2 - 2(R - h) \cdot z - z^2] \cdot \pi \cdot dz \\ &= \pi \cdot \int_{z=0}^{z=h} [2Rh - h^2 - 2(R - h) \cdot z - z^2] dz \\ &= \pi \cdot \left[ (2Rh - h^2) \cdot z - 2(R - h) \cdot \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{3} \right]_{z=0}^{z=h} \\ &= \pi \cdot \left[ (2Rh - h^2) \cdot h - 2(R - h) \cdot \frac{h^2}{2} - \frac{h^3}{3} \right] \\ &= \pi \cdot \left[ 2Rh^2 - h^3 - Rh^2 + h^3 - \frac{h^3}{3} \right] = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h^2 \cdot (3R - h) \end{aligned} \quad (1.10)$$

Alternativ kann  $V_F$  auch direkt aus einer mathematischen Formelsammlung entnommen werden (z. B. [3]).

Mit Gl. (1.10) folgt aus Gl. (1.5) eine Beziehung, in der neben bekannten Größen nur noch die gesuchte Eintauchtiefe  $h$  vorkommt:



Es wäre unvorteilhaft, in Gl. (1.9) die Quadratwurzel zu ziehen, da wir in Gl. (1.7) nicht  $x(z)$ , sondern das Quadrat  $x^2(z)$  benötigen.

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \rho_K = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h^2 \cdot (3R - h) \cdot \rho_F \quad (1.11)$$

Die Vereinfachung von Gl. (1.11) liefert folgende Beziehung für die Eintauchtiefe  $h$ :

$$h^3 - 3R h^2 + 4 \frac{\rho_K}{\rho_F} R^3 = 0 \quad (1.12)$$

Aus Gl. (1.12) ziehen wir die Erkenntnis, dass die Eintauchtiefe  $h$  nur vom Knödelradius  $R$  sowie den Dichten der Flüssigkeit  $\rho_F$  und des Knödels  $\rho_K$  abhängt.

Allerdings gelingt es uns nicht ohne weiteres, diese **kubische** (d. h. nichtlineare) Gleichung nach der gesuchten Variable  $h$  aufzulösen. Hierzu werden wir in Abschnitt 4.12 weitere Überlegungen anstellen. Insofern freuen wir uns momentan nur über einen Teilerfolg.

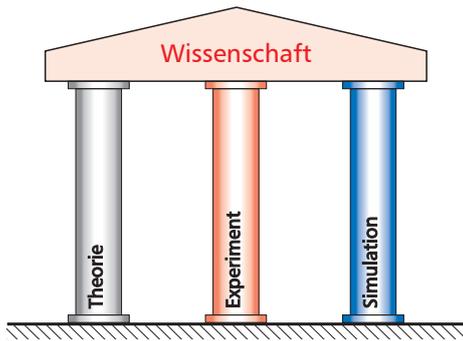


### 1.1.3 Gewonnene Erkenntnisse

Fassen wir die aus der Lösung des Knödelproblems gewonnenen Erkenntnisse in allgemeiner Form zusammen:

1. Als Basis unseres Modells haben wir ein reales System geeignet idealisiert, was in der Praxis zugegebenermaßen etwas Erfahrung erfordert.
2. Das idealisierte System haben wir mit bekannten physikalischen Prinzipien beschrieben und die dabei auftretenden Größen gezielt nach der gesuchten Variable entwickelt.
3. Zur Ermittlung der geometrischen Kenngröße Flüssigkeitsvolumen unseres Systems haben wir uns der Integration bedient, die uns die Mathematik in der Infinitesimalrechnung zur Verfügung stellt.
4. Durch geschicktes Verknüpfen der einzelnen Beziehungen haben wir schließlich mit Gl. (1.12) eine mathematische Beziehung erhalten, die das Verhalten des untersuchten Systems im Rahmen unserer Modellbildung geeignet beschreibt. Dabei konnten wir verschiedene Systemparameter identifizieren, von denen die gesuchte Größe abhängt.
5. Zur Problemlösung waren mehrere Schritte erforderlich, die uns Kenntnisse aus verschiedenen Disziplinen abverlangten.
6. Insgesamt haben wir ein reales System simuliert.

Im nächsten Abschnitt wollen wir die Erkenntnisse aus dem Knödelproblem gewonnenen Erkenntnisse auf eine breitere Basis stellen.



**Bild 1.4:** Etablierte Säulen der Wissenschaft.

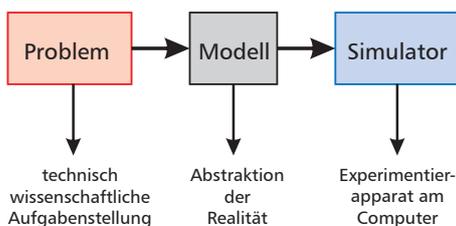


„simuläre“ (1) vortäuschen, vorgeben  
 ~> Simulant  
 (2) nachahmen, nachbilden  
 ~> Simulierer

Die lateinische Sprache kennt diesbezüglich zwei grundsätzlich unterschiedliche Bedeutungen, wobei wir uns natürlich den „Simulieren“ und nicht den „Simulanten“ anschließen wollen.



**Bild 1.5:** Eisenbahnbrücke aus Stahl als Beispiel für das komplexe reale System eines Fachwerks.



**Bild 1.6:** Prinzip einer Simulation.

## 1.2 Grundbegriffe der Systemsimulation

### 1.2.1 Simulation

Neben den klassischen Säulen „Theorie“ und „Experiment“ hat sich nicht nur in den Ingenieurwissenschaften in den letzten Jahrzehnten auch die „Simulation“ als tragendes Element etabliert. Es sind mehrere Begriffsdefinitionen gebräuchlich:

Simulation ist die Darstellung oder Nachbildung physikalischer, technischer, biologischer, psychologischer oder ökonomischer Prozesse oder Systeme durch mathematische und/oder physikalische **Modelle**. Die Untersuchung des Modells ist häufig einfacher, kostengünstiger oder ungefährlicher als die des Originals. Die gewonnenen Erkenntnisse erlauben Rückschlüsse auf die Eigenschaften des Originals.

Simulation bedeutet vielfach Experimentieren an einem Modell durch Nachbildung eines technischen oder nichttechnischen **Systems** auf einem Computer mit dem Ziel des Erkenntnisgewinns und der Übertragung der Ergebnisse auf das in Frage stehende reale System.

Shannon: »Simulation is the process of designing a model of a real system and conducting experiments with this model for the purpose either of understanding the behavior of the system and its underlying causes or of evaluating various designs of an artificial system or strategies for the operation of the system.« [4]

VDI 3633: »Simulation

Nachbilden eines Systems mit seinen dynamischen Prozessen in einem experimentierbaren Modell, um zu Erkenntnissen zu gelangen, die auf die Wirklichkeit übertragbar sind; insbesondere werden die Prozesse über die Zeit entwickelt.« [5]

Als Vorteile der Simulation sind beispielsweise zu nennen:

- schneller als Experiment
- Verkürzung der Projektdauer
- Reduktion der Kosten
- Anschaulichkeit des jeweiligen Prozesses durch Computeranimation
- ungefährlicher als Experiment
- Test des realen Systems in unbekanntem Parameterbereichen
- Zeitkonstanten oft sehr klein/groß und daher schwierig messbar
- keine Störung des realen Systems
- Unterdrückung von am realen System unvermeidbaren Störungen („Schmutzeffekte“) am Modell

Beispiele: Flugsimulator, Fahrsimulator

Wettervorhersage

Wachstum von Populationen

Anlagensimulation (z. B. Energiebedarf einer Klimaanlage)

Bei dem in Bild 1.5 dargestellten System „Brücke“ ist sofort anschaulich klar, dass die Auslegung nicht experimentell über gebaute Prototypen erfolgen kann, sondern durch Systemsimulation am Computer.

## 1.2.2 Modelle und Modellbildung

Jede Simulation erfordert eine **Modellierung** bzw. **Modellbildung**. Ein Modell ist dabei ein mehr oder weniger genaues Abbild der Realität. Modellierung ist das zielgerichtete Überführen der komplexen Realität (reales System) in eine einfachere Virtualität (virtuelles Modell) durch Abstraktion, wobei wichtige Effekte möglichst naturgetreu nachgebildet und unwichtige Effekte vernachlässigt werden. Jedes Modell hat Defekte (Modelldefekte) und setzt entsprechende Erfahrung und Verständnis der beteiligten Mechanismen voraus. Daher kommt der sicheren Beherrschung der physikalischen und mathematischen Grundlagen bei der Modellierung eine zentrale Bedeutung zu. Als Ergebnis von Modellen erhalten wir Kennlinien, Kennfelder, lineare Gleichungen, nichtlineare Gleichungen, gewöhnliche oder partielle Differenzialgleichungen (Dgln.), die das System hinreichend genau beschreiben.

Zur theoretischen Modellbildung nutzen wir bekannte physikalische Gesetze, wie z. B.:

- Erhaltungssätze für Masse, Impuls und Energie
- Ohm'sches Gesetz sowie Kirchhoff'sche Knoten- und Maschenregel
- universelle Bilanzgleichung (Badewannen-/Kontogleichung [8])
- zweites Newton'sches Axiom (Kraft = Masse × Beschleunigung)
- dynamisches Gleichgewicht nach d'Alembert

Der Aufwand der Modellierung muss dabei in Grenzen gehalten werden, wozu man Vereinfachungen und im Rahmen der jeweiligen Fragestellung sinnvolle Modellannahmen trifft:

- Systeme mit konzentrierten statt mit verteilten Parametern:
  - freie Schwingung Einzelmasse  $\ddot{x} + \frac{k}{m}\dot{x} + \frac{c}{m}x = 0$  (gewöhnliche Dgl.)
  - freie Balkenschwingung  $\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\rho A}{EI} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0$  (partielle Dgl.)
- starre statt elastische Körper:
  - starr gelagerter Balken  $\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{q(x)}{EI}$  (integrierbare Dgl.)
  - elastisch gelagerter Balken  $\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{K}{EI} w = \frac{q(x)}{EI}$  (Exponentialansatz)
- statische und dynamische Modelle:
  - stationäre 1D-Wärmeleitung  $\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} = 0$  (gewöhnliche Dgl.)
  - instationäre 1D-Wärmeleitung  $\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}$  (partielle Dgl.)
- eindimensionale statt mehrdimensionale Systeme:
  - 1D-Wärmeleitung  $\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}$  (Funktion von 2 Variablen)
  - 3D-Wärmeleitung  $\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \left[ \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right]$  (Funktion von 4 Variablen)
- masselose anstelle massebehafteter Teilsysteme
- adiabate statt diabate Teilsysteme

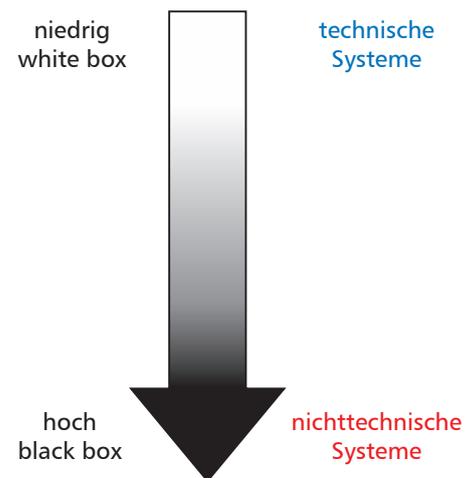


**Bild 1.7:** Überführen eines realen Systems in ein simulierbares Modell.

Five Don'ts of Mathematical Modeling (S.W. Golomb, 1968 [6], [7]):

1. Don't believe that the model is the reality.
2. Don't extrapolate beyond the region of fit.
3. Don't distort reality to fit the model.
4. Don't retain a discredited model.
5. Don't fall in love with your model.

 Wir behandeln nichtlineare Gleichungen in Abschnitt 6, lineare Gleichungssysteme in Abschnitt 7 und Differenzialgleichungen in Abschnitt 10.



**Bild 1.8:** Schwierigkeitsgrade bei der Modellierung.

 »Eine korrekte, wahrheitsgemäße Berechnung ist aufgrund der existierenden Praxis kaum möglich.«

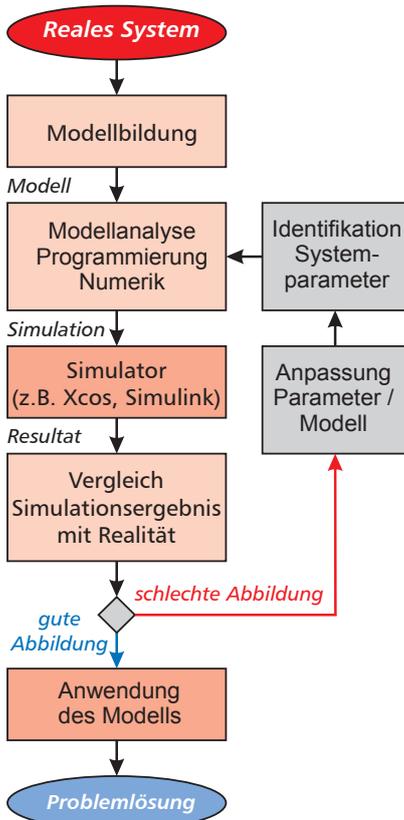
(Studentische Antwort in einer Prüfung)



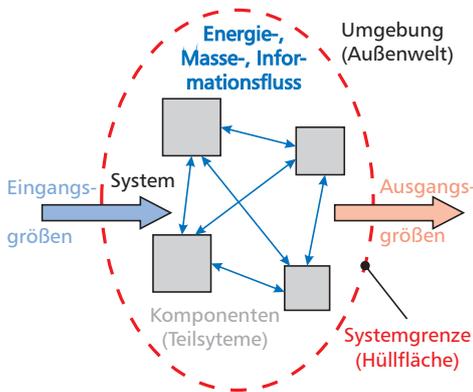
Ein Modell sollte so nur genau wie nötig sein:

»Man sollte alles so einfach wie möglich sehen, aber auch nicht einfacher.«

(Albert Einstein)



**Bild 1.9:** Typischer Ablauf einer Simulation.



**Bild 1.10:** Prinzipieller Aufbau eines Systems (nach [11]).

### 1.2.3 Validierung

Nach erfolgter Modellierung werden die **Systemparameter** durch Systemidentifikation bestimmt. Im nächsten Schritt ist eine Überprüfung der Modells (Modellvalidierung) notwendig, um die Übereinstimmung des Modells mit der Realität zu gewährleisten. Ggf. ist eine Nachbesserung des Modells (Vernachlässigungen zu umfangreich, Anpassung der Systemparameter etc.) erforderlich (Bild 1.9). Je nach vorhandener Modellgüte und gestellten Genauigkeitsanforderungen sind ggf. mehrere Iterationen innerhalb des Simulationskreislaufs nötig.

### 1.2.4 Systeme

**Systeme** sind wie in der Thermodynamik ein zentraler Begriff der Modellierung. Das existierende breite Spektrum der Begriffsdefinitionen ist meist von der fachlichen Ausrichtung der jeweiligen Wissensgebiete geprägt. Wir wollen später Algorithmen auch als Systeme (black box, vgl. Bild 1.8) auffassen, weshalb wir den Begriff präzisieren.

Hsu: „A system is a mathematical model of a physical process that relates the input (or excitation) signal to the output (or response) signal.“ [9]

DIN IEC 60050-351: Ein **System** ist eine „Menge miteinander in Beziehung stehender Elemente, die in einem bestimmten Zusammenhang als Ganzes gesehen und als von ihrer Umgebung abgegrenzt betrachtet werden. ... Elemente eines Systems können natürliche oder künstliche Gegenstände ebenso wie Arten von Denkvorgängen und deren Ergebnisse (zum Beispiel Organisationsformen, mathematische Verfahren, Programmiersprachen) sein. ... Das System wird als von der Umgebung und von den anderen äußeren Systemen durch eine gedachte Hüllfläche abgegrenzt betrachtet, durch welche die Verbindungen zwischen diesen Systemen und dem betrachteten System hindurchgehen.“ [10]

DIN IEC 60050-351: Die **Eingangsgröße** (input variable) eines Systems ist eine „variable Größe, die von außen auf ein System wirkt und die von den anderen variablen Größen des Systems unabhängig ist.“

Dagegen ist die **Ausgangsgröße** (output variable) eine „erfassbare von einem System erzeugte variable Größe, die nur von dem System und über das System von dessen Eingangsgrößen beeinflusst wird.“ [10]

Wir können ein **System** daher als einen durch die Systemgrenze begrenzt von der Umgebung abgegrenzten Bereich mit Elementen (Komponenten, Bauteilen, Bausteinen, Subsystemen) mit diskreten Eigenschaften (Funktionen, Merkmalen, Attributen) auffassen (Bild 1.10), der über Ein- und Ausgänge mit der Umgebung gekoppelt ist [12]. Dabei ergibt sich die Systemgrenze häufig aus der jeweiligen Fragestellung und weniger aus der physikalischen Grenze [13]. Zwischen den Komponenten des Systems tritt ein Energie-, Masse- oder Informationsfluss auf. Die Methode der **Bondgraphen** nach Paynter [14] zielt auf eine **einheitliche** Beschreibung physikalischer Systeme aus unterschiedlichen Disziplinen ab und wird vor allem in der Mechatronik eingesetzt [13]–[17].

### 1.2.5 Zustandsgrößen und Bilanzgrößen

Systeme werden durch **Zustandsgrößen** (ZG) beschrieben [11]:

- **flow** (Fluss, Durchfluss, Strom, Symbol  $f$ )
- **effort** (Aufwand, Potentialdifferenz, Symbol  $e$ )

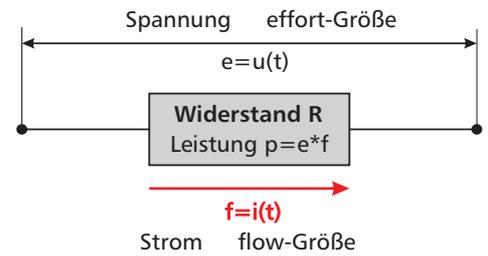
In Systemen können Bilanzgrößen (BG) gespeichert (akkumulierte Größen, Quantitätsgrößen, Index  $a$ ) und durch Quellen erzeugt werden. Mit der zeitlichen Änderung  $\frac{d}{dt}$  gilt:

$$\frac{d}{dt}(\text{Bilanzgröße}) = \sum_j \text{Zustandsgrößen} + \text{Quellen} \quad (1.13)$$

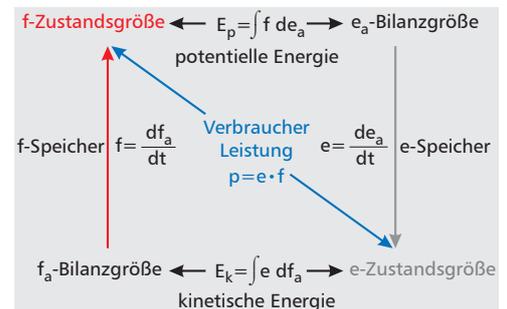
Eine Darstellung von Bilanz- und Zustandsgrößen ist im Paynter'schen Viereck möglich (Bild 1.12) [11], [14]:

**Tabelle 1.1:** Beispiele von Bilanz- und Zustandsgrößen verschiedener Systeme.

System	elektrisch	mechanisch		hydraulisch	thermisch
		translatorisch	rotatorisch		
$f$ -ZG	Strom	Kraft	Drehmoment	Volumenstrom	Wärmestrom
$f$ -Speicher	Kapazität	Masse	Trägheitsmoment	Behälter	Wärmekapazität
$f_a$ -BG	Ladung	Impuls	Drehimpuls	Volumen	Wärme
Verbraucher	Ohm'scher Widerstand	Dämpfer	Reibungskupplung	Blende	thermischer Widerstand
$e_a$ -BG	magnetischer Fluss	lineare Auslenkung	Winkel- auslenkung	Druckimpuls	-
$e$ -Speicher	Induktivität	Feder	Torsionsfeder	lange Leitung	-
$e$ -ZG	Spannung	Geschwindigkeit	Winkelgeschwindigkeit	Druck	Temperatur



**Bild 1.11:** flow- und effort-Größen an einem elektrischen Widerstand.



**Bild 1.12:** Paynter'sches Viereck zur Darstellung von Bilanz- und Zustandsgrößen [11].

**Bondgraphen** dienen der Beschreibung des Energieflusses in miteinander verbundenen (Sub-)Systemen mithilfe gerichteter Halbpfeile (bond=Verbindung). Tab. 1.2 zeigt in der Kopfzeile das Symbol für ein **R-Element** (Resistor), für das der universelle Zusammenhang gilt:

$$e = R \cdot f \quad (1.14)$$

Im elektrischen System erhält man mit  $e = u$  und  $f = i$  aus Gl. (1.14) das bekannte Ohm'sche Gesetz, im mechanischen System das für niedrige Geschwindigkeiten gültige Modell des viskosen Dämpfers mit Dämpfungskonstante  $k$  und im hydraulischen Fall das Gesetz für die laminare Rohrströmung (Tab. 1.2). Die dargestellten Modelle besitzen Anwendungsgrenzen, so ist bei hohen Geschwindigkeiten die Dämpfungskraft  $F \sim v^2$  und bei turbulenter Rohrströmung gilt  $\Delta p \sim \dot{V}^2$ .

**Tabelle 1.2:** Beispiele für R-Elemente [13].

R-Element (Widerstand, Resistor)		
elektrisch	mechanisch	hydraulisch
Widerstand $e = u$ Spannung $f = i$ Strom $u = R \cdot i$	viskoser Dämpfer $e = F$ Kraft $f = v$ Verschiebung $F = k \cdot v$	laminare Rohrströmung $e = \Delta p$ Druckverlust $f = \dot{V}$ Volumenstrom $\Delta p = R \cdot \dot{V}$

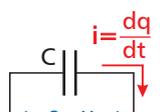
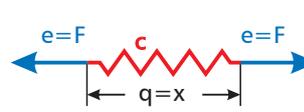
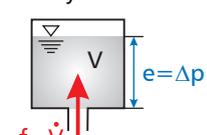
Während R-Elemente die dissipierte Leistung

$$p = e \cdot f \tag{1.15}$$

in Wärmeenergie umwandeln und somit nicht verlustlos sind, verkörpert das **C-Element** (Nachgiebigkeit, Compliance, Capacity, Capacitor) einen verlustlosen Energiespeicher (Tab. 1.3). Mit der Verschiebung  $q$  gelten die elementaren Zusammenhänge:

$$e = \frac{q}{C} \quad \text{und} \quad f = C \cdot \frac{de}{dt} \tag{1.16}$$

**Tabelle 1.3:** Beispiele für C-Elemente [13].

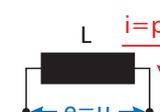
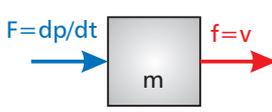
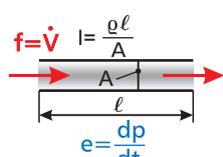
C-Element (Nachgiebigkeit, Compliance, Capacity)		
elektrisch	mechanisch	hydraulisch
 <p>Kondensator  <math>e = u</math> Spannung  <math>f = i = \frac{dq}{dt}</math> Strom  <math>u = \frac{1}{C} \int i dt</math></p>	 <p>elastische Feder  <math>e = F</math> Kraft  <math>f = v</math> Geschwindigkeit  <math>F = c \cdot x</math></p>	 <p>Fluidtank  <math>e = \Delta p</math> Druckdifferenz  <math>f = \dot{V}</math> Volumenstrom  <math>\Delta p = R \cdot V</math></p>

Im elektrischen System erhalten wir die bekannte Beziehung zwischen Spannung  $u$  und Strom  $i$  an einer Kapazität  $C$  [18]. Das Federsystem wird mithilfe des Hooke'schen Gesetzes  $F = c \cdot x$  beschrieben.

Mit dem Impuls  $p$  gelten für das **I-Element** (Trägheit, Inertia, Inertance, Inductance), das ebenfalls einen verlustlosen Energiespeicher darstellt, die Beziehungen (Tab. 1.4):

$$p = I \cdot f \quad \text{und} \quad e = I \cdot \frac{df}{dt} \tag{1.17}$$

**Tabelle 1.4:** Beispiele für I-Elemente [13].

I-Element (Trägheit, Inertia, Inertance, Inductance)		
elektrisch	mechanisch	hydraulisch
 <p>Spule  <math>e = u</math> Spannung  <math>f = i</math> Strom  <math>u = L \cdot \frac{di}{dt}</math></p>	 <p>bewegte Masse  <math>e = F</math> Kraft  <math>f = v</math> Geschwindigkeit  <math>F = m \cdot a</math></p>	 <p>hydraulische Trägheit  <math>e = p_p</math> Druckimpuls  <math>f = \dot{V}</math> Volumenstrom  <math>p_p = \frac{\rho \ell}{A} \cdot \dot{V}</math></p>

Im elektrischen System erhalten wir die bekannte Beziehung zwischen Spannung  $u$  und zeitlicher Stromänderung  $\frac{di}{dt}$  an einer Induktivität  $L$  [18]. Die Bewegung der Masse  $m$  wird mithilfe des 2. Newton'schen Axioms beschrieben. Die hydraulische Trägheit  $I$  ergibt sich aus dem Produkt von Dichte  $\rho$  und Länge  $\ell$  des durchströmten Rohres dividiert durch die Querschnittsfläche  $A$ .

Als **Quellen** (source) stehen in Bondgraphen in elektrischen Systemen Spannungs- und Stromquellen für effort und flow zur Verfügung. In mechanischen Systemen stellt die Schwerkraft beispielsweise eine Quelle dar, in hydraulischen Systemen sind dies Pumpen und Ventilatoren.

Neben diesen 1-Port-Elementen existieren auch 2-Port-Bauelemente (z.B. Transformer, Gyrtator) und 3-Port-Bauelemente (z.B. Junctions). Details findet man in [13]–[17].

## 1.3 Bilanzierung

### 1.3.1 Allgemeine Aspekte

Das Verhalten vieler technischer, wirtschaftlicher und biologischer Systeme lässt sich durch Zustands- und Bilanzgrößen mithilfe von **Bilanzen** beschreiben. **Grundlagen** dafür sind u.a.:

- Erhaltungssätze für Masse (Kontinuitätsgleichung), Impuls (Impulssatz, Drallsatz, Navier-Stokes-Gleichungen), Energie (1. Hauptsatz der Thermodynamik, Bernoulli-Gleichung der Strömungsmechanik)
- Kräftegleichgewichte
- Momentengleichgewichte
- Minimierung der potentiellen und kinetischen Energie (Finite Elemente-Methode)

in Kombination mit den **physikalischen Prinzipien von**

- Archimedes (Auftrieb, Hebelgesetze)
- Newton (Trägheitsprinzip, Kraft=Impulsänderung; actio=reactio)
- d'Alembert ( $\sum$  äußere Kräfte +  $\sum$  Zwangskräfte + Trägheitskraft = 0)
- Euler (Freischneiden von Systemen)
- Lagrange (virtuelle Arbeiten)

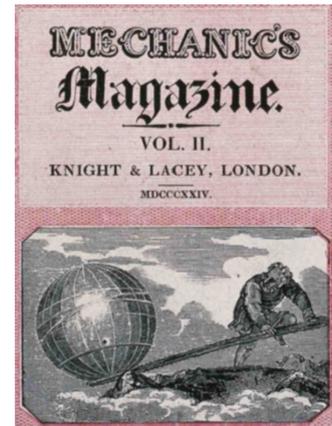
und den **empirischen**

- Wärmetransportgesetzen (Leitung, Konvektion, Strahlung)
- Zustandsgleichungen (ideales Gas, reales Fluid, Hooke'sches Gesetz)

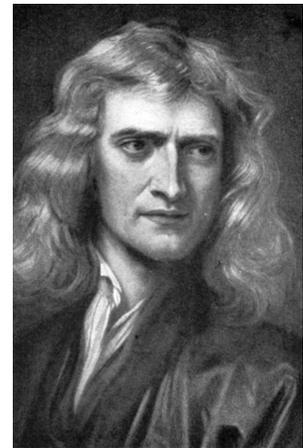
Die **universelle Bilanzgleichung** lässt sich wie folgt verbalisieren:

$$\text{Speicherung} = \text{Zufluss} - \text{Abfluss} + \text{Quellen} \quad (1.18)$$

Im Ergebnis führen Bilanzen meist auf **nichtlineare Gleichungen** oder **Differenzialgleichungen**, so dass deren Lösung zur Beschreibung des Systemverhaltens erforderlich ist. Hierbei kommen häufig numerische Methoden zur Anwendung, wie wir in den Kapiteln 6 und 10 noch im Detail sehen werden.



**Bild 1.13:** Hebelgesetz von Archimedes (Titelbild [19]): „Gib mir einen Punkt, wo ich hintreten kann, und ich bewege die Erde (δοξ μοι που στω και κινω την γην)“. [20]



**Bild 1.14:** Sir Isaac Newton (1643–1727).



**Bild 1.15:** Jean-Baptiste le Rond d'Alembert (1717–1783).

# Index

Zahlen in **rot**: Beispiele und Aufgaben

$\infty$ -Norm ..... 133  
 1-Norm ..... 132, 133  
 1. Hauptsatz ..... 22  
 2-Norm ..... 132, 133, 135

## A

Adams-Moulton-Verfahren ... 190, 201  
 Algorithmus ..... 58  
   Black-Box-Darstellung ..... 130  
   Kondition ..... 130, 137, 138  
   Konditionszahl ..... 131, 136, 137  
   maximaler Fehler ..... 137  
   Stabilität ..... 138  
 Anfangsbedingung ..... 187  
 Anfangswertproblem ..... 187  
 Approximation ..... 166  
   bestmögliche ..... 168  
 Arbeitsverzeichnis ..... 51  
 Archimedes  
   Hebelgesetz ..... 21  
   Prinzip von ..... 13  
 Arithmetisches Mittel ..... 53  
 Array ..... 82, 90  
 Auftrieb ..... 13, 33, 205, 233  
 Ausfluss aus Behälter ..... 36, 233  
 Ausflussbeiwert ..... 150  
 Ausgabeparameter ..... 100  
 Ausgangsgröße ..... 18  
 Ausgleichsebene ..... 172  
 Ausgleichsgerade ... 169, 251, 261, 263  
 Ausgleichsparabel ..... 169  
 Ausgleichspolynom ..... 169  
 Ausgleichsrechnung ..... 168  
 Auslöschung ..... 127, 136  
 Aussprung ..... 72  
 Automat ..... 64, 100

## B

Babylonisches Wurzelziehen ..... 148  
 Banach'scher Fixpunktsatz ..... 142  
 Bernoulli'sche Gleichung . 21, 150, 151,  
   250, 256  
   Druckform ..... 28  
   Energieform ..... 29  
   erweitert ..... 29  
   Höhenform ..... 28  
   reibungsbefahet ..... 29  
   reibungsfrei ..... 28  
 Bernoulli-Balken . 32, 56, 194, 208, 209,  
   227  
   elastisch gebettet ..... 270

Schwingung ..... 206  
 Bessel-Funktionen 1.Art ..... 262  
 Betragssummennorm ..... 132  
 Bewegungsgleichung 25, 26, 27, 33–36,  
   202, 204, 232  
 Biegelinie  
   Balken ..... 32, 208, 209, 270  
 Biegemoment 32, 56, 208, 227, 254, 270  
 Bilanz ..... 21, 22, 30  
   Energie- ..... 22  
   fluidtechnische ..... 28  
   universelle ..... 21  
 Bilanzgröße ..... 19, 22  
 Binärformat ..... 108  
 Binärzahl ..... 128  
 Bisektion ..... 251  
 Black-Box-Darstellung ..... 64  
 Bondgraph ..... 18  
 Bremsweg ..... 34  
 Bubble Sort ..... 75  
 Bug ..... 67  
 Bungee-Springer ..... 33, 119, 202, 228

## C

C-Element ..... 20  
 Cäsar-Verfahren ..... 124  
 Capacitor ..... 20  
 case sensitive ..... 42  
 Cayley-Menger'sche Determinante  
   Dreiecksfläche ..... 78  
   Tetraedervolumen ..... 238  
 Cholesky-Algorithmus ..... 157  
 Cholesky-Zerlegung ..... 96, 156, 163  
 comma-separated values ..... 108  
 comma-separated values (CSV) ..... 49  
 Compiler ..... 67  
 Computer  
   hydrostatischer ..... 232, 277  
 Cramer'sche Regel ..... 163  
 Crank-Nicolson-Verfahren ... 200, 211

## D

D-Regler ..... 230  
 Darlehen ..... 56  
 Datei ..... 108  
 Debugging ..... 67  
 Dekker-Verfahren ..... 253  
 Deklination ..... 244  
 Delta-Quadrat-Methode  
   Aitken'sche ..... 151  
 Demanet'scher Apparat ..... 232, 277  
 Dezimalzahlen ..... 128  
 Dichte ..... 53, 121  
 Differenzenquotient ..... 188  
 Differenzialgleichung 21, 187, 266, 269

erster Ordnung ..... 187  
 höherer Ordnung ..... 191  
 Laplace'sche ..... 195, 196, 212  
 logistische ..... 193  
 normierte ..... 210  
 Schwingung ..... 191  
 steife ..... 207  
 System ..... 191, 193, 204  
 Differenzialquotient ..... 188  
 Diode ..... 270, 271  
 Diskretisierung ..... 188, 195, 210–212  
 Dissipation ..... 20, 29  
 Dividierte Differenzen ..... 181  
 double precision ..... 82  
 Drahtmodell Pyramide ..... 263  
 Drehstrommotor ..... 148  
 Dreiecksfläche ..... 54, 78, 237  
 Dreifachverglasung ..... 268  
 Dualsystem ..... 137  
 Durchmesser  
   hydraulischer ..... 29

## E

effort ..... 19  
 Eingabeparameter ..... 47, 100  
 Eingangsgröße ..... 18  
 Einmassenschwinger ..... 206  
 Einstrahlzahlen ..... 266  
 Einzellast  
   äquivalente ..... 24  
 Elektrische Analogie ..... 23  
 Elektrisches Netzwerk ..... 257  
 Ellipsenumfang ..... 176  
 Elliptisches Integral ..... 176  
 Endlos-Schleife ..... 88  
 Energiegleichung ..... 28  
 Entität ..... 112  
 Enzymgesteuerte Reaktion ..... 175  
 Epsilon-Umgebung ..... 141  
 Erddruckbeiwert ..... 56  
 Erhaltungssätze ..... 21  
 Ersatzsystem ..... 13  
 Erweiterte Backus-Naur-Form ..... 61  
 Euklid'sche Norm ..... 132, 133  
 Euklid'scher Algorithmus ..... 60  
 Euler'sche Knickfälle ..... 266  
 Euler'sche Zahl ..... 126, 136  
 Euler-Cauchy-Verfahren . 187, 201, 204,  
   206  
 EVA-Prinzip ..... 65  
 Exponentialschema ..... 200  
 Extrapolation ..... 178

## F

Fachwerk ..... 34, 162

- Fakultät ..... 52, 74  
Feder-Masse-System  
  Schwingung ..... 36  
Fehlercode ..... 68  
Fehlersuche ..... 68  
Feld ..... 82, 90  
Festpunktdarstellung ..... 129  
Feuerwerksrakete ..... 233, 234  
Finite Differenzen ..... 195, 208–211  
Finite Differenzenapproximation  
  allgemeine ..... 200, 211  
  explizite ..... 199, 210, 211  
  FCTS-Schema ..... 200  
  implizite ..... 199, 211  
  Stabilitätskriterium ..... 200  
  zentrale ..... 208–211  
Fixpunktiteration ... 141, 142, 145, 149  
  a posteriori-Fehlerabschätzung . 149, 249  
  a priori-Fehlerabschätzung . 149, 249  
  Fehlerabschätzung ..... 143  
  Genauigkeit ..... 149  
  geometrische Deutung ..... 141  
  Iterationsverlauf ..... 143  
  kontrahierend ..... 142  
  Konvergenz ..... 148  
  Konvergenzbedingung ..... 142  
  repulsiv ..... 142  
Fließformel  
  Gauckler-Manning-Strickler ..... 151  
floating point ..... 82  
flow ..... 19  
Flugbahn ..... 146, 204, 205  
Fluid  
  dichtebeständiges ..... 28  
foo ..... 85  
Fourier'scher Wärmeleitungsansatz . 22  
Fourier-Reihe ..... 210  
Freischneiden ..... 24  
Fresnel'sche Integrale ..... 176  
Frobenius-Norm ..... 133  
Funktion ..... 65  
  abschnittsweise definierte ..... 74  
  benutzerdefinierte ..... 99, 138  
  ohne Eingabeparameter ..... 100  
  Variablenübergabe ..... 102  
Funktionsaufruf ..... 101  
Funktionsplot ..... 52, 124  
Funktionstabelle ..... 107, 109
- G**
- Gammafunktion ..... 264  
Gas  
  ideales ..... 150, 238, 242  
  reales ..... 150, 238  
Gauß'sche Fehlerquadratsumme .. 168, 174, 259, 260  
Gauß'sche Quadratur ..... 175, 275  
Gauß'sche Summenformel ..... 52, 259  
Gauß'sche Trapezformel ..... 236  
Gauß'sche Wochentagsformel ..... 242
- Gauß'scher Algorithmus . 153, 162, 211, 258  
  Rückwärtseinsetzen ..... 154  
  Spaltenpivotsuche ..... 154  
  Vorwärtselimination ..... 154  
Gauß-Klammer ..... 242, 243  
Gauß-Krüger-Koordinaten ..... 55  
Gauß-Newton-Verfahren 171, 173, 175  
Gauß-Seidel-Iteration ..... 158  
Gauß-Tschebyschow-Integration ... 275  
Geometrische Partialsumme ..... 234  
Gesamtnorm ..... 133  
GIGO-Prinzip ..... 65  
Gitter ..... 195  
  äquidistantes ..... 188, 196  
Gitter-Biot-Zahl ..... 211  
Gitter-Fourier-Zahl ..... 199, 210, 211  
Glas  
  Wärmekapazität ..... 247  
Gleichgewicht  
  dynamisches ..... 25  
  statisches ..... 24  
Gleichheit ..... 137  
  logische ..... 82  
Gleichung  
  dimensionslose ..... 31  
  entdimensionierte ..... 31  
  kubische ..... 15, 141, 145  
  nichtlineare ..... 21, 141  
  normierte ..... 31  
  quadratische ..... 120, 139  
  Kondition Lösung ..... 138  
  Torricelli ..... 36, 230  
Gleichungssystem  
  lineares 33–35, 45, 54, 152, 257, 258, 266, 268, 272  
  erweiterte Koeffizientenmatrix 95, 154  
  Lösungsverfahren ..... 153  
  Matrixnotation ..... 45, 153  
  Nachiteration ..... 161  
  nichtlineares ..... 144  
Gleitkommazahlen ..... 82  
Gleitpunktdarstellung  
  normierte ..... 129, 138  
Gleitpunktzahlen ..... 128  
  IEEE-Standard 754 ..... 130  
  Rundung ..... 129  
Goldener Schnitt ..... 74  
Grenzgeschwindigkeit ..... 151, 256  
Grenztiefe ..... 151, 256
- H**
- Höhenformel  
  barometrische ..... 242  
Hölder'sche p-Norm ..... 133  
Hadamard'sche Konditionszahl .... 135, 139  
Haftbedingung ..... 29  
Halbellipse ..... 175  
Halley-Verfahren ..... 148  
Handle ..... 112
- Helligkeitsverfahren ..... 266  
Hello World ..... 118  
Heron-Verfahren ..... 148, 151  
Heun-Verfahren ..... 189, 201  
Hooke'sches Gesetz ..... 20  
Horner-Schema ..... 178, 184
- I**
- I-Element ..... 20  
I-Regler ..... 230  
ICAO-Standardatmosphäre ..... 242  
Implementierung ..... 66  
Indizierung ..... 93  
Inductance ..... 20  
Initialisierung ..... 80  
Inkrement ..... 46, 80, 85  
Integration  
  Volumen ..... 14  
Integro-Differenzialgleichung ..... 204  
Interpolation ..... 178, 184  
  Aitken und Neville ..... 179, 184  
  Lagrange ..... 178, 184, 185  
  lineare ..... 54, 150  
  Newton ..... 180, 184, 185  
  Tabelle ..... 185  
  zweidimensionale ..... 185  
Interpolationsbedingung ..... 168, 178  
Interpolationspolynom ..... 178  
Interpreter ..... 38, 67, 82  
Intervallhalbierung ..... 251  
Intervallteilung  
  linear ..... 85  
  logarithmisch ..... 86  
intrinsic function ..... 43, 103  
Isoklinen ..... 187  
Iteration 18, 66, 74, 148, 150, 151, 158, 159, 254, 267, 271  
  Abbruchkriterium ..... 66, 141, 158  
  Konvergenzverbesserung ... 151, 159  
Iterationsfunktion ..... 141, 143  
Iterationsverfahren  
  Anderson-Björck ..... 276  
  berührende Hyperbeln ..... 148  
  Bisektion ..... 251  
  Cross ..... 255  
  Dekker ..... 253  
  Fixpunkt- ..... 141, 142, 145, 149  
  Kosmol ..... 274  
  Newton-Raphson ..... 143, 274  
  Regula falsi ..... 147  
  Schröder ..... 274  
  Tschebyschow ..... 272
- J**
- Jacobi-Iteration ..... 158, 164  
Jacobi-Matrix ..... 144, 173  
Jahreswinkel ..... 244
- K**
- Kühlkörper ..... 267

- Kühlkanal Turbinenschaufel ..... 212
- Kalender  
Gregorianischer ..... 243
- Kalenderrechnung ..... 242, 243
- Kalinin-Miljukov-Verfahren ..... 209
- Kaninchenpopulation ..... 202
- Kanonenkugel ..... 33, 120
- Kapselung ..... 64, 66
- Kardioide ..... 267
- Kettenlinie ..... 124, 203, 254  
Näherungsgleichung ..... 254
- Kettenwurzeln ..... 249
- keywords ..... 61
- Kinematische Viskosität ..... 260
- Kleinpunktberechnung ..... 241
- Kloß'sche Gleichung ..... 148
- Klothoide ..... 176
- Knicken von Stäben ..... 266
- Knotenpunkte ..... 195
- Knotenregel  
Kirchhoff ..... 28, 257
- Komplexe Zahl in Polarform ..... 264
- Kondensator ..... 269
- Konditionszahl ..... 131
- Konjugierte Gradienten ..... 160, 162
- Konsoleneingabe ..... 138
- Kontinuitätsgleichung ..... 28
- Kontrollstrukturen ..... 70
- Kontrollvolumen  
infinitesimales ..... 23
- Konvergenzordnung ..... 142
- Koordinaten  
kartesische  
Umwandlung in Polarkoordinaten  
139
- Korrelationskoeffizient ..... 273
- Kovarianz ..... 273
- Kräftegleichgewicht ..... 21
- Kraftansatz  
definitionsgemäßer ..... 27  
vorzeichenrichtiger ..... 27
- Kraftarten ..... 24
- Kranvorrichtung ..... 33
- Kreis durch 3 Punkte ..... 234, 237
- Kreisbogenträger ..... 272
- Kreisfläche ..... 53
- Kreisrohr ..... 55
- Kreisumfang ..... 36, 118
- Kreiszahl ..... 176  
Archimedes ..... 36, 118  
Machin ..... 236
- Kreiszyylinder ..... 76
- Kreuzprodukt ..... 77, 237
- Kubische Splines ..... 181, 184, 185, 277
- Kugel  
Eintauchtiefe ..... 13  
schwimmende ..... 13  
sinkende ..... 233
- Kugelgleichung ..... 258
- L**
- Lösungsformel Cardano ..... 145
- Lage Punkt-Ebene ..... 77
- Lagrange-Polynome ..... 178
- Laufzeitfehler ..... 67, 153
- least squares ..... 168
- Leerzeichen ..... 89
- Legendre-Polynome ..... 175
- Leibniz-Reihe ..... 236
- Lineare Interpolation ..... 178
- Links-Division ..... 87
- Lipschitz-Konstante ..... 142, 249
- LU-Zerlegung ..... 96, 155, 164
- Luftwiderstand ..... 204, 205
- M**
- Makros ..... 65
- Mantisse ..... 82, 129
- Maschenregel  
Kirchhoff ..... 257, 269
- Maschinengenauigkeit ... 118, 126, 137
- Maschinenzahlen ..... 126
- Mathematisches Pendel ..... 203
- Matrix ..... 76  
Überprüfung ..... 162, 235  
dünn besiedelte ..... 162  
Determinante ..... 96  
Diagonaldominanz ..... 156, 164  
Eigenwert ..... 96  
Eigenwerte ..... 133, 135  
Eigenwertgleichung ..... 135, 136  
Falk'sches Schema ..... 157  
Größe ..... 90  
Hauptdiagonale ..... 94  
Index ..... 93  
Inverse ..... 96  
Kondition ..... 139  
Konditionszahl ... 96, 134, 136, 162,  
249, 250  
Norm ..... 96  
positiv definite ..... 156, 160  
quadratisch ..... 105  
Singularität ..... 162  
Spaltenzahl ..... 90  
Spektralradius ..... 133  
Spur ..... 96, 133  
symmetrische ..... 133, 135, 156, 160  
Symmetrisierung ..... 157  
unsymmetrische ..... 133, 135  
Zeilenzahl ..... 90
- Matrixnormen ..... 133
- Matrizen ..... 52
- Matrizenprodukt ..... 75
- Maximumsnorm ..... 132, 133
- Mehrwertsteuer ..... 53
- Methode ..... 66
- Metrik ..... 132
- Mittelwert ..... 74, 120
- Modell ..... 16  
Validierung ..... 18
- Modellannahmen ..... 17
- Modellbildung ..... 17  
Gesetze ..... 17
- Modellierung ..... 13, 16, 17
- Modul ..... 66
- Momentanpol ..... 35
- Momentengleichgewicht ..... 21
- Monte-Carlo-Methode ..... 167, 175
- Moody-Diagramm ..... 30, 151, 248
- Multiplikation als Addition ..... 139
- N**
- n-Eck ..... 36, 118
- Nassi-Shneiderman-Diagramm ..... 71,  
73–75, 78, 139, 146, 162, 164,  
184, 240, 247, 251, 252, 263,  
264
- Newton'sches Abkühlungsgesetz ... 22
- Newton'sches Axiom  
drittes ..... 24  
erstes ..... 24  
zweites ..... 17, 20, 25
- Newton'sches Bewegungsgesetz 25, 26,  
35, 36
- Newton'sches Prinzip ..... 21
- Newton-Raphson-Verfahren . 143, 145,  
146, 254  
als Fixpunktiteration ..... 145  
eindimensionales ..... 143  
Konvergenzbedingung ..... 143  
mehrdimensionales ... 144, 146, 242
- Nichtlineare Ausgleichsrechnung . 170,  
173–175
- Normalgleichung ..... 172
- Normen ..... 132
- Dreiecksungleichung ..... 133
- Homogenität ..... 133
- Matrizen ..... 133
- Notation ..... 132
- positive Definitheit ..... 133
- Submultiplikativität ..... 132, 133
- Vektoren ..... 132
- Verträglichkeit ..... 134
- not a number ..... 86
- Notenskala ..... 75
- Nullklinen ..... 194
- Nullstellenproblem ..... 141
- Nullstellensuche  
Anderson-Björck ..... 276  
Bisektion ..... 251  
Dekker ..... 253  
Fixpunktiteration . 141, 142, 145, 149  
Kosmol ..... 274  
Newton-Raphson ..... 143, 274  
Regula falsi ..... 147  
Schröder ..... 274  
Tschebyschow ..... 272
- Numerik  
Fragestellungen ..... 126  
Unterschiede zur Analysis ..... 126
- Numerische Differenziation ... 137, 273
- Numerische Integration . 166, 174–176,  
259
- Streifenmethode ..... 176

## O

Objekt ..... 112  
 Objektorientierte Programmierung 64,  
 66  
 Ofenwand ..... 211  
 Ohm'sches Gesetz ..... 257, 263  
 Ortszeit  
 wahre ..... 244

## P

P-Regler ..... 230  
 Parabel ..... 124  
 Parameter  
 formale ..... 101  
 Parameterliste ..... 100  
 Paynter'sches Viereck ..... 19  
 Pendel  
 physikalisches ..... 232  
 Phasendiagramm ..... 194  
 PI-Regler ..... 230  
 PID-Regler ..... 230  
 Pivotisierung ..... 153  
 Planschütz ..... 150  
 Polynom-Interpolation ..... 178  
 Polynomapproximation .. 205, 262, 264  
 Populationsdynamik ..... 192  
 Potentialdifferenz ..... 19  
 Potenzieren als Multiplikation ..... 136  
 Prädiktor-Korrektor-Verfahren 189, 201  
 Programmablaufplan ..... 71  
 Programmfehler ..... 67  
 Folgen ..... 69  
 Programmierstil ..... 81  
 Programmierung  
 Grundbegriffe ..... 64  
 prozedurale ..... 70  
 strukturierte ..... 70  
 Prozedur ..... 65, 99  
 Pseudocode .. 61, 63, 74, 147, 185, 251,  
 253, 274, 276  
 Puppenwagen ..... 35  
 Pyramidenvolumen  
 Näherung ..... 259  
 Pythagoras  
 hyperbolischer ..... 239  
 Satz von ..... 14

## Q

Quadratwurzel  
 Heron ..... 148  
 Iteration ..... 241, 250  
 Quadratzahlen  
 Summe ..... 55  
 Quellen ..... 21  
 Querkraft ..... 208, 227, 254

## R

R-Element ..... 19

Räuber-Beute-System .... 193, 202, 229,  
 230  
 Rückgabeparameter ..... 47  
 Rücksprung ..... 72  
 Rückwärts-Differenz ..... 196, 273  
 Radius  
 hydraulischer ..... 151  
 Randbedingung ..... 194  
 Randknoten ..... 211–213  
 Randwertproblem ..... 194  
 Rastergrafik ..... 111  
 Rauigkeit ..... 30  
 Realgasfaktor ..... 150  
 Rechenschema  
 Aitken und Neville ..... 179, 180  
 Rechteckgerinne ..... 150, 151, 256  
 Regression ..... 168  
 lineare ..... 169, 173, 251, 261, 263  
 multivariate ..... 172  
 nichtlineare ..... 170  
 orthogonale ..... 261  
 Polynom- ..... 169, 259, 260, 263  
 quadratische ..... 169, 174  
 Regula falsi ..... 147, 247  
 Reihenenwicklung ..... 262  
 Reihenenwicklung  
 Exponentialfunktion ..... 137  
 Rekursion ..... 66, 66, 74, 264  
 Relaxationsfaktor ..... 159  
 Residuum ..... 141, 161, 171, 173  
 Resistor ..... 19  
 Retention in Gewässern ..... 209  
 Reynolds-Zahl ..... 30  
 Richtungsfeld ..... 187  
 Richtungswinkel  
 Vermessung ..... 240  
 Richtwirkungsmaß ..... 124  
 Ritter-Schnitt ..... 162  
 Rohrhydraulik ..... 29, 30, 151, 250  
 Rohrnetzmasche ..... 255  
 Rohrreibungszahl ..... 29, 151  
 explizite Berechnung ..... 252  
 Gleichungen ..... 30  
 Iteration ..... 146, 250, 251, 256  
 Rollbedingung ..... 35  
 Rollkurve ..... 259  
 Rotationsparaboloid ..... 119  
 Routine ..... 65  
 Rundungsfehler ..... 127  
 absoluter ..... 130  
 relativer ..... 130  
 Runge-Funktion ..... 183  
 Runge-Kutta-Verfahren ..... 189, 201  
 runtime error ..... 67, 153

## S

Sättigungsdampfdruck ..... 122, 239  
 Sarrus  
 Regel von ..... 53, 237  
 Schallausbreitung  
 Geschwindigkeitskorrektur ..... 247  
 Schalldämmmaß

bewertetes ..... 248  
 Schallgeschwindigkeit ..... 53  
 Schaltjahr ..... 78  
 Scheibe  
 rollende ..... 35  
 Schwingung ..... 36  
 Scheinkraft ..... 26  
 Schlüsselwörter ..... 61  
 Schleife ..... 70  
 Schnitt Kreis–Gerade ..... 242  
 Schnittkraft ..... 24  
 Schnittprinzip ..... 24  
 Schnittpunkt Ellipsen ..... 149  
 Schnittpunktproblem ..... 141  
 Kondition ..... 249  
 Schur-Norm ..... 133  
 Schwebung ..... 124  
 Schwerpunkt  
 Dreieck ..... 121  
 zusammengesetzter Flächen ..... 77  
 Schwimmbedingung ..... 13  
 Scilab  
 3D-Diagramm ..... 116, 119, 238  
 Abbruchanweisung ..... 98, 99, 105  
 Abfangen von Fehlern ..... 49  
 Andocken von Fenstern ..... 47  
 Anhalten der Programmausführung  
 105  
 Anweisung  
 Continue- ..... 99  
 Return- ..... 99  
 Argumenteklammer ..... 43  
 Ausführen von Befehlen in  
 Stringform ..... 107  
 Ausgabe  
 Fehlermeldung ..... 105  
 formatierte ..... 107  
 in Dateien ..... 108  
 Warnmeldung ..... 105  
 automatische Codeformatierung . 89  
 Befehlshistorie ..... 46  
 Bereichsvariablen ..... 46, 85  
 Bestandteile ..... 39  
 Betriebssysteme ..... 38  
 Bezeichner ..... 80  
 Bezug ..... 38  
 Bindestrich ..... 81  
 Binnenmajuskeln ..... 81  
 Blockkommentare ..... 47  
 Boole'sche Variablen ..... 83  
 Codegestaltung ..... 89  
 Datentypen ..... 82  
 Debugging ..... 50, 105  
 Dezimalpunkt ..... 82  
 Dokumentation ..... 38  
 Doppelpunkt ..... 85  
 Ein- und Ausgabe ..... 107  
 Einlesen von Dateien ..... 110  
 elementweise Operation ..... 45  
 Euler'sche Zahl ..... 86  
 Fehlerbehandlungsblok ..... 49  
 Fortsetzungszeile ..... 89  
 Funktion solve ..... 144

- Funktion integrate ..... 168
- Funktion intg ..... 168
- Funktion intsplin ..... 168
- Funktion inttrap ..... 167
- Funktion leastsq ..... 172
- Funktion ode ..... 190, 201
- Funktion reglin ..... 169
- Funktion splin ..... 182
- Funktionalität ..... 38
- Funktionen ..... 43, 100
  - Übergabeparameter ..... 101
  - benutzerdefinierte ..... 43, 47, 99
  - geschachtelte ..... 102
  - Lineare Algebra ..... 96
  - On-line ..... 102
  - spezielle Befehle ..... 104
  - Strings ..... 106
  - vektorwertige ..... 99
  - vordefinierte ..... 103
- Ganzzahlen ..... 82
- Grafiken ..... 111
- Grafikfenster ..... 112
- Grafikobjekte ..... 112
- Groß- und Kleinschreibung ... 42, 80
- Höhenliniendiagramm ..... 117
- Haltepunkt ..... 51, 105
- Hilfe ..... 40
- Historie ..... 38
- If-Schleifen ..... 97
- imaginäre Einheit ..... 86
- Klammern
  - eckige ..... 90
  - runde ..... 100
- Komma ..... 44, 90
- Kommentare ..... 47, 89
- Konsole ..... 38
- Konsolenecho ..... 41, 90
- Konstanten ..... 42, 80
- Kreiszahl ..... 86
- Leerzeichen ..... 44, 81, 82, 90
- Links-Division ..... 45, 54
- Listen ..... 83
- Maschinengenauigkeit ..... 86
- Matrizen ..... 42, 44, 82, 90
  - Abfrage ..... 92
  - Addition ..... 93
  - Eingabe ..... 90
  - Einheits- ..... 91
  - Größe ..... 92
  - mit Einsen ..... 91
  - mit Nullen ..... 91
  - Modifikation ..... 92
  - Subtraktion ..... 93
  - Transposition ..... 90
  - Zugriff ..... 92
- Namenskonventionen ..... 80
- Online-Hilfe ..... 38
- Operatoren ..... 87
  - arithmetische ..... 87
  - Boole'sche ..... 88
  - Dollar ..... 95
  - Doppelpunkt ..... 94
  - elementweise ..... 88, 95
  - logische ..... 88
  - Transposition ..... 90
  - vergleichende ..... 88
- Pausenmodus ..... 105
- Polardiagramm ..... 236, 267
- Potenzen ..... 87
- Punkt-Operator ..... 45, 88, 95
- Rücksprung zu übergeordneter
  - Programmeinheit ..... 105
- Rechenoperatoren ..... 42
- Schleifen
  - For- ..... 99
  - Repeat- ..... 98
  - While- ..... 98
- SciNotes ..... 47
- Scriptdatei ..... 46
- Select-Case-Konstrukt ..... 97
- Semikolon ..... 44, 90, 102
- Standardausgabevariable ..... 41
- Startbildschirm ..... 38
- Strings ..... 83
  - Ersetzen von Teilstrings ..... 106
  - Konkatenation ..... 83, 99, 106
  - Länge ..... 106
  - Position von Teilstrings ..... 106
  - Teile ..... 106
  - Umwandlung in Zahlenwerte . 106
  - Umwandlung numerischer Werte
    - 106
- Strukturen ..... 84
- Syntaxregeln ..... 80
- Syntaxervollständigung ..... 89
- Systemfunktionen ..... 43, 103
- Systemvariablen ..... 42, 86
- Taschenrechnerfunktionalität ..... 41
- Trennzeichen ..... 42, 44
- Tutorien ..... 38
- Typkonvertierung ..... 83
- Umlaute ..... 81
- unendlich ..... 86
- Unterstrich ..... 81
- Variablen ..... 41, 80
  - Übersicht ..... 86
  - benutzerdefinierte ..... 42
  - dynamische ..... 81, 85
  - globale ..... 81
  - löschen ..... 87
  - lokale ..... 81
  - Zuweisung ..... 41
- Variablen-Browser ..... 48
- Variablen-Editor ..... 48
- Variablenarten ..... 81, 85
- Vektor ..... 44, 90
  - Länge ..... 92
- Vektoroperationen ..... 88
- Versionen ..... 38
- Verzweigungen ..... 97
- Wahrheitswerte ..... 83
- While-Schleife ..... 138
- x,y-Diagramm ..... 48, 114, 236
- Zeichenketten ..... 83
- Zeilenumbruch ..... 90
- Zuweisung ..... 82
- Scilab-Code
  - fehlerhafter ..... 120, 121, 240, 261
  - unbekannter ..... 54, 75, 76, 138, 260
- Seil unter Eigengewicht ..... 254
- Sekantenverfahren ..... 247
- Selektion ..... 71
- Semantik ..... 67, 80
- Sequenz ..... 70
- Shockley-Gleichung ..... 245, 270
- Signum-Funktion ..... 97, 118
- Simpson-Regel ..... 166, 257
- Simulation ..... 16
  - Ablauf ..... 18
- Skalarprodukt ..... 75, 160, 273
- Skispringer ..... 205
- Solarmodul
  - Kennlinie ..... 245
- Solarzelle
  - Eindiodenmodell ..... 245
- Sonnenazimut ..... 244
- Sonnenhöhe ..... 244
- Sonnenposition ..... 244
- Space Shuttle ..... 34, 119, 204
- Spaghetticode ..... 70
- Spaltensummennorm ..... 133
- Spektralnorm ..... 133, 135
- Spektrum-Anpassungswerte
  - Luftschallpegel ..... 248
- Spezifische Enthalpie ..... 273
- Spezifische Wärmekapazität ..... 273
- Spezifisches Volumen ..... 258
- Spline-Interpolation ..... 181
- Stützpunkte ..... 99, 178
- Stützstellen ..... 166, 178
- Stützwerte ..... 166, 178
- Standardabweichung ..... 74, 120
- Starrkörperbewegung
  - ebene ..... 26
- Staudruck ..... 29
- Stefan-Boltzmann'sches
  - Strahlungsgesetz ..... 22
- Stellenaddition/-subtraktion
  - n-te Wurzel ..... 253
- Strömung
  - inkompressible ..... 28
  - laminare ..... 30
  - turbulente ..... 30
- Streckenlast ..... 24
- Streuarbeit ..... 29
- Strom ..... 19
- Stromlinie ..... 28
- Stromröhre ..... 28
- Struktogramm ..... 71
- Subroutine ..... 65
- Sukzessive Überrelaxation ..... 159
- Summierte Tangententrapezformel 265
- Syntax ..... 67, 80
- Syntaxfehler ..... 67, 68
- System ..... 16, 18
  - normiertes ..... 31
- Systemparameter ..... 18
- Systemsimulation ..... 13, 16

**T**

Tabelle  
 Kopfzeile ..... 107, 109, 110  
 Talsperrensystem ..... 146  
 Taylor-Reihe ..... 131, 171, 176, 195  
 TDMA ..... 182, 185  
 Temperatur Stromleiter ..... 271  
 Ternärsystem ..... 138  
 Tetraedervolumen ..... 238  
 Textformat ..... 108  
 Theorie II. Ordnung ..... 254  
 Thomas-Algorithmus ..... 182, 185  
 Top-Down-Methode ..... 64  
 Träger mit Gleichlast ..... 32, 56, 270  
 Trägheitskraft  
 d'Alembert ..... 21, 26  
 Trägheitsmoment ..... 26  
 Trapezgerinne ..... 151  
 Trapezregel ..... 166, 257  
 Treppeneffekt ..... 111  
 Tschebyschow-Integration ..... 275  
 Tschebyschow-Interpolation ..... 276  
 Tschebyschow-Norm ..... 132  
 Tschebyschow-Polynome ..... 265

**U**

Überlauf ..... 127, 137  
 Umrechnung  
 Temperatur ..... 119, 246  
 Wärmekapazität ..... 119  
 Ungleichheit ..... 88  
 Unterlauf ..... 127  
 Unterprogramm ..... 65

**V**

Vektoranweisung ..... 99  
 Vektoren  
 konjugierte ..... 160  
 Vektorgrafik ..... 111  
 Vektorisierung ..... 42  
 Vektornormen ..... 132  
 Vektorprodukt ..... 77  
 Vererbung ..... 112

Verlusthöhe ..... 29  
 Verschlüsselung ..... 124  
 Verzweigung ..... 70  
 Verzweigung Rohrleitung ..... 256  
 Vierecksfläche ..... 77  
 Bretschneider und Strehlke ..... 123  
 Heron ..... 78  
 Viskosität ..... 29  
 Volumenberechnung ..... 122  
 Vorkonditionierung ..... 161  
 Vorwärts-Differenz ..... 188, 195, 273  
 Vorzeichen einer Zahl ..... 74, 97, 118  
 Überprüfung ..... 75

**W**

Wärmeübergangskoeffizient Platte 232  
 Wärmeübergangswiderstand ..... 268  
 Wärmedurchgangskoeffizient ..... 123  
 Wärmedurchlasswiderstand ..... 56, 268  
 Wärmeleitung  
 instationäre ..... 199, 210, 211  
 stationäre ..... 212  
 Wachstum  
 begrenztes ..... 192, 207, 229  
 unbegrenztes ..... 192, 229  
 Wehrüberfall ..... 151  
 Widerstand  
 elektrischer ..... 263  
 spezifischer thermischer ..... 23  
 thermischer ..... 23  
 Widerstandsbeiwert ..... 29  
 Wurf  
 schräger ... 33, 35, 120, 205, 234, 240  
 mit Luftwiderstand ..... 204  
 senkrechter ..... 27, 233  
 waagrecht ..... 36, 52

**X**

Xcos ..... 215  
 Arbeitsoberfläche ..... 215  
 begrenztes Wachstum ..... 229  
 Bernoulli-Balken ..... 227  
 Bungee-Springer ..... 228  
 Debug-Modus ..... 219

Diagramm ..... 222  
 Differenzialgleichung ..... 228, 229  
 Füllstandsregelung ..... 230  
 Format-Menü ..... 220  
 gedämpfte Schwingung ..... 228  
 Hoch- und Tiefpass ..... 224  
 Ideal gerührter Behälter ..... 223  
 Konzept ..... 215  
 Paletten ..... 215, 217  
 Räuber-Beute-System ..... 229, 230  
 Schwingung mit Gleitreibung ... 225  
 Simulationsblock ..... 215  
 Simulationsparameter ..... 216, 219  
 Simulator ..... 215, 219  
 Sinuskurve ..... 221  
 Start ..... 215  
 unbegrenztes Wachstum ..... 229  
 ungedämpfte Schwingung ..... 228  
 Wassertank ..... 216

**Z**

Zahlensysteme ..... 128  
 Zeilensummennorm ..... 133  
 Zeitschritt 188, 199, 200, 204–206, 209,  
 211  
 Zeller'sche Kongruenz ..... 243  
 Zentrale Differenz ..... 196, 273  
 Zentrales Kräftesystem  
 ebenes ..... 235  
 räumliches ..... 235  
 Zentralknoten ..... 196, 208, 211, 213  
 Zinseszinsformel ..... 234  
 Zufallsgenerator ..... 76  
 Zufallszahl ..... 91, 167  
 Zustandsgleichung  
 Iteration ..... 150  
 Redlich-Kwong ..... 252  
 Schmidt ..... 265  
 van der Waals ..... 150, 238  
 Zustandsgröße ..... 19  
 Zuweisung ..... 82  
 Zweischlag ..... 35  
 Zylinder  
 schwimmender ..... 33, 147