

# HANSER



## Leseprobe

zu

## „Elektrotechnik für Ingenieure – Übungsbuch“

von Rainer Ose

Print-ISBN: 978-3-446-46444-5

E-Book-ISBN: 978-3-446-46502-2

Weitere Informationen und Bestellungen unter  
<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-46444-5>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

---

## Vorwort zur 1. Auflage

Das vorliegende Übungsbuch wurde als studienbegleitendes Material für Studierende aller technischen Studienrichtungen an Hochschulen/Fachhochschulen konzipiert. Es ist nach Vorbild des Lehrbuchs [14] aufgebaut und gliedert sich in die drei klassischen Grundlagenbereiche: Gleichstromlehre – Wechselstromtechnik – Elektrische und magnetische Felder.

Im Vordergrund stehen Betrachtungen zu Vorgängen in elektrischen Stromkreisen aus der Sicht der Schaltungstechnik. Damit soll das Ziel verfolgt werden, das in den Vorlesungen „Grundlagen der Elektrotechnik“ und im Lehrbuch vermittelte Grundlagenwissen in anwendungsbereiter Form für die nachfolgenden Lehrveranstaltungen bereitzustellen.

In jedem Kapitel befinden sich Beispiele zur Erklärung typischer Erscheinungen der Elektrotechnik sowie zur Demonstration von Berechnungsmethoden und -verfahren. Sie werden in allgemeiner Form vorgerechnet und in vielen Fällen mit Zahlenwerten und einer Probe erweitert. Damit gelingt es den Anwendern, den Lösungsweg nachzuvollziehen und den Aufgabentyp selbstständig zu bearbeiten.

Zur Unterstützung der selbstständigen Bearbeitung dienen Modelle und Analogien, die komplizierte Sachverhalte in möglichst einfacher und leicht verständlicher Form darlegen. Ausgewählte Funktionsverläufe, Prinzipskizzen und Ersatzschaltungen sollen zur Erhöhung der Anschaulichkeit beitragen.

Die 1. Auflage des Übungsbuchs entstand infolge der vollständigen Überarbeitung und Erweiterung der 5. Auflage des Lehrbuchs. Alle Berechnungsbeispiele befinden sich jetzt in erweiterter Form im vorliegenden Übungsbuch und wurden durch viele neue Beispiele ergänzt. Das Übungsbuch enthält zusätzlich einen Anhang mit Übungsaufgaben. Die Lösungen sind über das Internet zugänglich.

Wolfenbüttel, im August 2020

Rainer Ose  
e-mail: [r.ose@ostfalia.de](mailto:r.ose@ostfalia.de)

## Hinweise zur Arbeit mit diesem Buch

Das vorliegende Übungsbuch sollte in Kombination mit dem Lehrbuch bearbeitet werden. Aus diesem Grund wurde am Anfang jedes Kapitels eine kurze Zusammenfassung der theoretischen Grundlagen dargestellt. Es folgen Fragen, die sich die Bearbeiter selbst beantworten sollten. Machen Sie sich zunächst mit den theoretischen Grundlagen vertraut. Dann können Sie die Beispiele des Übungsbuchs durcharbeiten. Diese Beispiele tragen zur Erhöhung des Verständnisses für die betrachteten Stoffgebiete bei. Das gilt auch für die selbstständige Bearbeitung der Übungsaufgaben im Anhang.

### • Berechnungsbeispiele:

Die Berechnungsbeispiele dienen dazu, ein grundlegendes Verständnis für den im Lehrbuch behandelten Sachverhalt mit einem praxisnahen und überschaubaren Beispiel bzw. mit einer Verständnis-aufgabe zu entwickeln. Sie wurden für jedes Kapitel des Lehrbuchs erstellt und behandeln ausgewählte Themen, zu denen es eventuell zusätzlichen Erklärungsbedarf geben könnte. Dazu zählen das Aufstellen allgemeiner Lösungsansätze und die Durchführung einfacher Berechnungen sowie die Vermittlung von Vorstellungen über ausgewählte Erscheinungen der Elektrotechnik.

### • Übungsaufgaben: (Lösungen: [https://www.ostfalia.de/cms/de/pws/ose/Buch\\_ET\\_6A/](https://www.ostfalia.de/cms/de/pws/ose/Buch_ET_6A/))

Im Anhang des Buches befinden sich Übungsaufgaben. Sie sollen von den Studierenden möglichst selbstständig abgearbeitet werden. Übungsaufgaben werden im Sinne einer zielgerichteten Prüfungsvorbereitung mit der folgenden Kennzeichnung dem jeweiligen Grundlagenbereich zugeordnet:

ÜA\_1 = Gleichstromlehre, ÜA\_2 = Wechselstromtechnik und ÜA\_3 = Felder.

Die meisten Beispiele und Übungsaufgaben können mit Simulationsprogrammen nachvollzogen werden. Entsprechende Hinweise zur Arbeit mit PSpice findet man bei Bedarf in [11] – Kap. 1.

---

# Inhaltsverzeichnis

## I Gleichstromlehre

<b>1</b>	<b>Elektrische Grundgrößen</b>	<b>12</b>
1.1	Berechnung Leitungsquerschnitt	13
1.2	Vergleich Leiterwerkstoffe	13
1.3	Quellen- und Verbraucher-Charakteristik	14
1.4	Belastete Spannungsquelle	15
1.5	Temperaturabhängigkeit von Leiterwerkstoffen	16
<b>2</b>	<b>Gesetze zur Berechnung elektrischer Stromkreise</b>	<b>18</b>
2.1	Lastfälle im Grundstromkreis	19
2.2	Unabhängigkeit von Knotengleichungen	20
2.3	Vollständige Leistungsbilanz	21
<b>3</b>	<b>Lineare elektrische Gleichstromkreise</b>	<b>22</b>
3.1	Abgleich eines Widerstandswertes	23
3.2	Einstellung Spannungsverhältnis	23
3.3	Berechnung einer gemischten Schaltung A	24
3.4	Berechnung einer gemischten Schaltung B	25
3.5	Einstellung Spannungsabfall	25
3.6	Gleicher Leistungsumsatz	27
3.7	Überlastung von Widerständen	27
3.8	Leistungsaufnahme eines Lastwiderstandes	28
3.9	Leistung und Wirkungsgrad	29
3.10	Lampe im Nennbetrieb	30
3.11	Funktionsverläufe im Grundstromkreis	31
<b>4</b>	<b>Grundschaltungen der elektrischen Messtechnik</b>	<b>32</b>
4.1	Erweiterung des Strommessbereichs	33
4.2	Austausch von Messinstrumenten	33
4.3	Belastungskennlinie eines Akkumulators	34
4.4	Abgleich einer Brückenschaltung	36
4.5	Gesamtwiderstand einer nicht abgeglichenen Brücke	36
4.6	Nicht abgeglichene Brückenkonfiguration	38
<b>5</b>	<b>Verfahren zur Berechnung linearer Netzwerke</b>	<b>41</b>
5.1	Masche eines Netzwerkes	42
5.2	Zweigströme über KIRCHHOFF	42
5.3	Gleichungssystem nach KIRCHHOFF	43
5.4	Dimensionierung Emitterschaltung	44

5.5	HELMHOLTZscher Überlagerungssatz A .....	45
5.6	HELMHOLTZscher Überlagerungssatz B .....	46
5.7	HELMHOLTZscher Überlagerungssatz C .....	46
5.8	Zweipoltheorie A .....	47
5.9	Spannungsquellen-Ersatzschaltung .....	47
5.10	Leerlaufspannung .....	48
5.11	Kettenschaltung – Zweipoltheorie .....	49
5.12	Brückenschaltung – Zweipoltheorie .....	50
5.13	Zweipoltheorie B .....	51
5.14	Zweipoltheorie C .....	52
5.15	Umlaufanalyse .....	53
5.16	Umlaufanalyse – Leistungsbilanz .....	55
5.17	Vergleich der Analyseverfahren .....	56
5.18	Knotenanalyse .....	58
5.19	Komplexbeispiel .....	59
<b>6</b>	<b>Stromkreise mit nichtlinearen Bauelementen .....</b>	<b>64</b>
6.1	Bestimmung des Arbeitspunktes .....	65
6.2	Brücke mit Dioden .....	66
6.3	Leistungsumsatz in Glühlampen .....	66
6.4	Arbeitspunkt von Glühlampe und Diode .....	67
6.5	Brückenschaltung zur Temperaturmessung .....	68
<b>II</b>	<b>Wechselstromtechnik</b>	
<b>7</b>	<b>Beschreibung von Wechselgrößen .....</b>	<b>70</b>
7.1	Symmetrische Dreieck-Impulsfolge .....	71
7.2	Sägezahn-Impulsfolge .....	72
7.3	Periodische Rechteck-Impulsfolge .....	73
<b>8</b>	<b>Widerstände im Wechselstromkreis .....</b>	<b>75</b>
8.1	Kapazitätsbestimmung .....	76
8.2	Phasenverschiebung .....	76
8.3	Güte einer realen Spule .....	77
8.4	Zeigerbilder eines realen Reihenschwingkreises .....	78
8.5	Zeigerbilder eines realen Parallelschwingkreises .....	78
8.6	Anwendung des THALES-Kreises .....	79
8.7	Zeigerbilder einer allgemeinen Wechselstromschaltung .....	80
8.8	Maßstäbliches Spannungszeigerbild .....	82
8.9	Prinzipzeigerbilder einer Freileitung .....	83
<b>9</b>	<b>Berechnung von Stromkreisen bei sinusförmiger Einspeisung .....</b>	<b>85</b>
9.1	Konstruktion eines Leitwertzeigers .....	86

---

9.2	Zeigerbild der Widerstände/Leitwerte .....	86
9.3	Berechnung einer allgemeinen Wechselstromschaltung A .....	88
9.4	Ortskurve des komplexen Widerstandes .....	89
9.5	Berechnung einer allgemeinen Wechselstromschaltung B .....	90
9.6	Berechnung eines Lastzweipols A .....	90
9.7	Berechnung eines Lastzweipols B .....	91
9.8	Anwendung der Teilerregeln .....	92
9.9	Ortskurve des Stromes .....	93
9.10	RC-Phasenschiebekette .....	94
9.11	HUMMEL-Schaltung .....	95
9.12	Wechselstrom-Paradoxon .....	96
9.13	Erzeugung einer definierten Phasenverschiebung A .....	97
9.14	Erzeugung einer definierten Phasenverschiebung B .....	98
9.15	Umrechnungen .....	99
9.16	Abgleichbarkeit einer Brücke A .....	100
9.17	Induktivitätsmessbrücke .....	100
9.18	Abgleichbarkeit einer Brücke B .....	101
9.19	Maßstäbliches Spannungszeigerbild .....	102
9.20	Einstellung gleicher Spannungszeiger .....	103
9.21	Anwendung des Überlagerungssatzes .....	104
9.22	Anwendung der Zweipoltheorie .....	106
9.23	Anwendung der Analyseverfahren .....	108
9.24	RC-Phasenschiebekette mit Analyseverfahren .....	109
<b>10</b>	<b>Frequenzabhängigkeit der Wechselstromkreise .....</b>	<b>112</b>
10.1	RL-Tiefpass .....	113
10.2	RL-Hochpass .....	114
10.3	Vergleich von RC- und RL-Gliedern .....	116
10.4	RC-Tiefpass mit Parallelwiderstand .....	117
10.5	Anwendung der Zweipoltheorie .....	118
10.6	RC-Tiefpass mit Reihenwiderstand .....	118
10.7	RC-Hochpass mit Parallelwiderstand .....	120
10.8	RC-Hochpass mit Reihenwiderstand .....	121
10.9	RL-Tiefpass mit Reihenwiderstand .....	123
10.10	RC-Tiefpass 2. Ordnung .....	125
10.11	Reihenschwingkreis mit realen Bauelementen .....	128
10.12	Parallelschwingkreis mit realen Bauelementen .....	129
10.13	Spannungsüberhöhung .....	130
10.14	Elementarer Reihenschwingkreis .....	130
10.15	LC-Übertragungsvierpol .....	133
10.16	CR-RC-Übertragungsvierpol .....	135
10.17	Vergleich der Berechnungsverfahren (Komplexbeispiel) .....	137

<b>11</b>	<b>Leistungsbetrachtungen im Wechselstromkreis</b>	<b>141</b>
11.1	Zeitfunktion der Leistung	142
11.2	Blindstromkompensation	142
11.3	Blindleistungskompensation	144
11.4	Maximaler Umsatz von Wirkleistung	145
11.5	Komplexe Anpassung	145
11.6	Leistungsbilanz eines Lastzweipols	146
11.7	Vollständige Leistungsbilanz A	147
11.8	Vollständige Leistungsbilanz B	149
<b>12</b>	<b>Dreiphasensysteme</b>	<b>151</b>
12.1	Sternschaltung Elektroherd	152
12.2	Umrechnung Dreieck – Stern	153
12.3	Verbraucher-Dreieckschaltung A	155
12.4	Verbraucher-Dreieckschaltung B	156
12.5	Verbraucher-Dreieckschaltung C	158
12.6	Symmetrierung einer Verbraucher-Dreieckschaltung	159
12.7	Stromzeigerbild einer Verbraucher-Dreieckschaltung	161
12.8	Betriebskapazität eines Gürtelkabels	163
<b>III</b>	<b>Elektrische und magnetische Felder</b>	
<b>13</b>	<b>Feldbegriff</b>	<b>165</b>
13.1	Elektrisches Potential – Potentialbezugspunkt	166
13.2	Elektrisches Potential – Bezugswert	168
13.3	Wert einer Äquipotentiallinie	170
<b>14</b>	<b>Stationäres elektrisches Strömungsfeld</b>	<b>171</b>
14.1	Messtechnische Beschreibung von Feldmodellen	172
14.2	Einfache Feldstärkemessung	173
14.3	Leitfähiger Bügel	174
14.4	Bezugspunkt im zylindersymmetrischen Feld	176
14.5	Übergangswiderstand eines Halbkugelerders	177
14.6	Zusammenwirken von zwei Halbkugelerdern	178
14.7	Schrittspannung eines Vollkugelerders	180
14.8	Feldstärkeverlauf eines Vollkugelerders	181
<b>15</b>	<b>Elektrostatistisches Feld</b>	<b>183</b>
15.1	Übung zur Kapazitätsberechnung	184
15.2	Koaxialleitung	185
15.3	Zylinderkondensator mit geschichtetem Dielektrikum	186
15.4	Maximale Feldstärke	187

---

15.5	Drei Punktladungen im Raum .....	187
15.6	Gespeicherte Energie .....	188
15.7	Kapazität einer Freileitung .....	189
15.8	Kräfte auf Schichtflächen .....	191
<b>16</b>	<b>Elektrisches Verhalten des Kondensators .....</b>	<b>192</b>
16.1	Dimensionierung eines Kondensators .....	193
16.2	Gemischte Kondensatorschaltung .....	193
16.3	Laden eines Kondensators .....	194
16.4	Laden und Entladen .....	195
16.5	Ausgleichsvorgänge in einer Reihenschaltung .....	196
16.6	Kapazitives Netz A .....	198
16.7	Kapazitives Netz B .....	200
16.8	Kapazitives Netz C .....	201
16.9	Kapazitives Netz D .....	202
16.10	Brückenähnliches kapazitives Netz .....	203
16.11	Kapazitives Netz mit zwei Quellen .....	205
<b>17</b>	<b>Stationäres magnetisches Feld .....</b>	<b>207</b>
17.1	Permeabilität nichtferromagnetischer Stoffe .....	208
17.2	Induktivität einer Zylinderspule .....	208
17.3	Vergleich unterschiedlicher Kernmaterialien .....	209
17.4	Ringspule mit Kunststoffkern .....	210
17.5	Ringspule aus Dynamoblech .....	212
17.6	Geteilter ferromagnetischer Ring .....	213
17.7	Berechnung eines Rechteckkerns .....	214
17.8	Verzweigter magnetischer Kreis A .....	217
17.9	Verzweigter magnetischer Kreis B .....	218
17.10	Verzweigter magnetischer Kreis C .....	219
17.11	Feldstärke eines stromdurchflossenen Rohrs .....	221
17.12	Kraft zwischen zwei stromdurchflossenen Leitern .....	222
17.13	Messung mit einer HALL-Sonde .....	223
17.14	Berechnung der Magnetisierungskennlinie .....	225
17.15	Induktivität einer Doppelleitung .....	226
17.16	Dimensionierung eines Ferritkerns .....	227
<b>18</b>	<b>Zeitlich veränderliches magnetisches Feld .....</b>	<b>229</b>
18.1	Bewegungsinduktion – Radialfeld .....	230
18.2	Bewegungsinduktion – induzierte Spannung .....	231
18.3	Ruheinduktion .....	233
18.4	Leiter im Magnetfeld .....	235
18.5	Selbst- und Gegeninduktivität .....	235
18.6	Wicklungssinn .....	237

---

18.7	Induktivität einer Freileitung .....	237
18.8	Speicherung magnetischer Energie .....	240
18.9	Hystereseschleife – Oszilloskop .....	240
18.10	Hystereseschleife – Simulation .....	242
<b>19</b>	<b>Elektrisches Verhalten der Spule .....</b>	<b>243</b>
19.1	Verkoppelte Induktivitäten .....	244
19.2	Reihen- und Parallelschaltung .....	246
19.3	Induktivitätsberechnung .....	246
19.4	Schaltvorgänge in einer RL-Kombination .....	248
19.5	Umschalten bei Vormagnetisierung .....	249
19.6	Leerlauf -Eingangswiderstand .....	252
19.7	Leerlauf und Kurzschluss beim Trafo .....	253
19.8	Lastfälle beim Transformator .....	254
19.9	Zeigerbild des Transformators .....	256
<b>20</b>	<b>Wechselwirkungen .....</b>	<b>257</b>
20.1	Ladungsbewegungen im pn-Übergang .....	258
20.2	Plattenkondensator – Verschiebungsstrom .....	260
20.3	Wirbelströme .....	262
20.4	Grundbeziehungen .....	265
	<b>Übungsaufgaben .....</b>	<b>266</b>
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>289</b>
	<b>Sachwortverzeichnis .....</b>	<b>290</b>
	<b>Formelzeichenverzeichnis</b>	



# 1 Elektrische Grundgrößen

## • **Schwerpunkte:**

- ⇒ Alle physikalischen Zustände, Prozesse und Erscheinungen, die in der Elektrotechnik auftreten, werden durch ruhende oder bewegte elektrische Ladungen verursacht.
- ⇒ Die elektrische Stromstärke  $i$  beschreibt einen Ladungstransport pro Zeiteinheit.
- ⇒ Die Richtung des elektrischen Stromes ist mit  $I > 0$  A gegen die Bewegungsrichtung der Elektronen definiert und wird mit einem Richtungspfeil gekennzeichnet.
- ⇒ Der elektrische Strom ist eine in sich geschlossene Erscheinung.
- ⇒ Das elektrische Potential  $\varphi$  ist ein Maß für das auf die Ladung bezogene Energieniveau eines Punktes in einem elektrischen Stromkreis.
- ⇒ Die elektrische Spannung beschreibt die Differenz der Potentiale zweier Punkte in einem elektrischen Stromkreis.
- ⇒ In einem elektrischen Stromkreis muss zwischen zwei verschiedenen Zählpfeilsystemen unterschieden werden: Quellen-Zählpfeilsystem und Verbraucher-Zählpfeilsystem.
- ⇒ Der ohmsche Widerstand  $R$  beschreibt die Fähigkeit eines stofflichen Gebildes zur Begrenzung des elektrischen Stromes.
- ⇒ Der elektrische Leitwert  $G$  ergibt sich aus dem Kehrwert des ohmschen Widerstandes  $R$ .

## • **Lernziele:**

Entwickeln Sie zu den genannten Schwerpunkten ein grundlegendes Verständnis. Machen Sie sich die verwendeten Fachbegriffe klar. Formulieren Sie sich einfache Fragen als Selbsttest und beantworten Sie diese Fragen mit eigenen Formulierungen.

*Beispiele* zu Fragen zum Kapitel 1:

- ☞ Warum werden für den Strom verschiedene Schreibweisen (Klein- oder Großbuchstabe) verwendet?
- ☞ Warum ist der elektrische Strom eine in sich geschlossene Erscheinung?
- ☞ Warum ist das elektrische Potential keine Spannung? Wie groß ist die Spannung in einem Punkt?
- ☞ Was ist aus der Sicht des Stromes der Unterschied zwischen einem offenen und einem geschlossenen Stromkreis?
- ☞ In welchem Zählpfeilsystem haben die Pfeile von  $U$  und  $I$  die gleiche Richtung?
- ☞ Was ist der Unterschied zwischen einem Widerstand und einem Leitwert?

Arbeiten Sie die folgenden Berechnungsbeispiele und Übungsaufgaben durch. Versuchen Sie zunächst, einen eigenen Lösungsweg zu finden. Vergleichen Sie dann Ihren Ansatz mit dem vorgegebenen Lösungsweg. Häufig sind mehrere Lösungswege möglich.

### Berechnungsbeispiel 1.1: Berechnung Leitungsquerschnitt

Für ein Starter-Hilfskabel soll ein geeigneter Leitungsquerschnitt gewählt werden. Es besteht die Forderung, dass der Gesamtwiderstand des Kabels (ohne die Polzangen) einen Wert von 10 mΩ nicht überschreiten darf. Die beiden Einzelkabel haben eine Länge von je 3,5 m (also:  $l_{\text{ges}} = 7 \text{ m}$ ). Es steht Aluminium-Kabel mit folgenden Querschnitten zur Verfügung: 6 mm<sup>2</sup>, 10 mm<sup>2</sup>, 16 mm<sup>2</sup>, 25 mm<sup>2</sup> und 35 mm<sup>2</sup>.

Zur Berechnung verwenden wir Gleich. (1.6). Tabelle B\_1.1 liefert die erforderliche Information zum spezifischen elektrischen Widerstand von Aluminium:  $\rho = \rho_{\text{Al}} = 0,028 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ .

$$A_1 = 6 \text{ mm}^2: \quad R_1 = \rho \cdot \frac{l}{A_1} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{6} \Omega = 32,67 \text{ m}\Omega$$

$$A_2 = 10 \text{ mm}^2: \quad R_2 = \rho \cdot \frac{l}{A_2} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{10} \Omega = 19,6 \text{ m}\Omega$$

$$A_3 = 16 \text{ mm}^2: \quad R_3 = \rho \cdot \frac{l}{A_3} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{16} \Omega = 12,25 \text{ m}\Omega$$

$$A_4 = 25 \text{ mm}^2: \quad R_4 = \rho \cdot \frac{l}{A_4} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{25} \Omega = 7,84 \text{ m}\Omega$$

$$A_5 = 35 \text{ mm}^2: \quad R_5 = \rho \cdot \frac{l}{A_5} = 0,028 \cdot \frac{2 \cdot 3,5}{35} \Omega = 5,6 \text{ m}\Omega$$

Der Querschnitt  $A_4 = 25 \text{ mm}^2$  erfüllt bereits die Forderung der Aufgabenstellung. Der Querschnitt mit  $A_5 = 35 \text{ mm}^2$  würde bei einer technischen Realisierung zusätzliche Kosten verursachen.

### Berechnungsbeispiel 1.2: Vergleich Leiterwerkstoffe

Für eine Energie-Übertragungsleitung soll eine Vergleichsrechnung angestellt werden. Solche Leitungen werden in der Praxis als Bündel realisiert. Sie bestehen aus Stahlseilen, die mit Aluminiumadern umseilt werden (Verbundseile). In der Vergleichsrechnung geht es lediglich um den Materialeinsatz. Somit kann von einem vollen Leiterbündel aus gleichem Material ausgegangen werden.

Bestimmen Sie den ohmschen Widerstand eines Leiters mit 1 km Länge und  $A = 100 \text{ mm}^2$  für Kupfer, Aluminium und Eisen bei Raumtemperatur.

Zur Berechnung verwenden wir wieder Gleich. (1.6). Tabelle B\_1.1 liefert die erforderliche Information zur spezifischen elektrischen Leitfähigkeit des verwendeten Leitermaterials.

$$R_{\text{Cu}} = \frac{l}{\kappa_{\text{Cu}} \cdot A} = \frac{1000}{56 \cdot 100} \Omega = \frac{10}{56} \Omega \approx 178,6 \text{ m}\Omega$$

$$R_{\text{Al}} = \frac{l}{\kappa_{\text{Al}} \cdot A} = \frac{1000}{36 \cdot 100} \Omega = \frac{10}{36} \Omega \approx 277,8 \text{ m}\Omega \quad \text{und:} \quad R_{\text{Fe}} = \frac{l}{\kappa_{\text{Fe}} \cdot A} = \frac{1000}{10 \cdot 100} \Omega = 1 \Omega$$

Tabelle B\_1.1 zeigt in einer kleinen Übersicht die Werte von  $\rho$  und  $\kappa$  für bekannte Werkstoffe.

Tabelle B\_1.1: Spezifische elektrische Leitfähigkeit ausgewählter Werkstoffe bei 20 °C

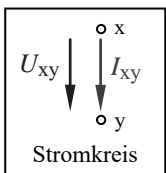
Werkstoff ( $T = 293 \text{ K}$ )	$\rho$ in $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$	$\kappa$ in $\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
Silber	0,016	62
Gold	0,022	44
Kupfer	0,018	56
Aluminium	0,028	36
Zink	0,06	16,7
Messing	0,07	14,3
Eisen	0,1	10

Es ist deutlich erkennbar, dass für die technische Realisierung eines Leiters (Spezialfälle ausgeschlossen) aus wirtschaftlicher Sicht nur Kupfer und Aluminium infrage kommen können. Der Einsatz entsprechender Legierungen ist zur Lösung spezieller Aufgabenstellungen denkbar.

Das Stahlseil eines Verbundseils trägt nicht maßgeblich zur Leitfähigkeit bei. Sein Einsatz dient lediglich zur mechanischen Verfestigung des Übertragungssystems.

### Berechnungsbeispiel 1.3: Quellen- und Verbraucher-Charakteristik

In einem elektrischen Stromkreis befindet sich zwischen den Punkten x und y ein beliebiges Element. Für dieses Element werden Zählpfeile (also willkürliche Festlegung der Richtung) zugeordnet. Interpretieren Sie die folgenden Messwerte / Werte einer Berechnung bezüglich des Verhaltens des betrachteten Bauelementes (Quellen- oder Verbraucher-Charakteristik):



a)  $U_{xy} = +5 \text{ V}$  und  $I_{xy} = +12 \text{ mA}$

b)  $U_{xy} = +5 \text{ V}$  und  $I_{xy} = -12 \text{ mA}$

c)  $U_{xy} = -5 \text{ V}$  und  $I_{xy} = +12 \text{ mA}$

d)  $U_{xy} = -5 \text{ V}$  und  $I_{xy} = -12 \text{ mA}$

Bild B\_1.1: Zählpfeilsituation im Berechnungsbeispiel 1.3

Fall a): Verbraucher-Charakteristik. Das Element nimmt Leistung auf. Die Zählpfeile von Spannung und Strom sind zugleich Richtungspfeile.

Fall b): Quellen-Charakteristik. Das Element gibt Leistung ab. Der Zählpfeil der Spannung ist zugleich ein Richtungspfeil.

Fall c): Quellen-Charakteristik. Das Element gibt Leistung ab. Der Zählpfeil des Stromes ist zugleich ein Richtungspfeil.

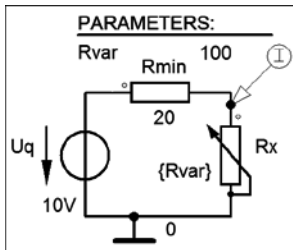
Fall d): Verbraucher-Charakteristik. Das Element nimmt Leistung auf. Die Zählpfeile von Spannung und Strom sind keine Richtungspfeile.

Wir erkennen, dass die willkürliche Festlegung eines Richtungssinnes (Zählpfeil) für die Auswertung des Ergebnisses einer Berechnung / Messung völlig ausreicht. Man muss lediglich die Vorzeichen im Zusammenhang mit den Zählpfeilen richtig interpretieren.

### Berechnungsbeispiel 1.4: Belastete Spannungsquelle

Eine Spannungsquelle mit  $U_q = 10\text{ V}$  wird mit einem veränderlichen Widerstand  $R_a$  belastet. Der Widerstand ändert seinen Wert von  $R_{\min} = 20\ \Omega$  bis  $R_{\max} = 420\ \Omega$  ( $R_a = R_{\min} + R_{\text{var}}$ ). Stellen Sie den Verlauf des Stromes als Funktion des Widerstandes  $I = f(R_a)$  grafisch dar. Verwenden Sie dazu ein geeignetes Simulationsprogramm.

Wir entscheiden uns für den Einsatz von PSPICE. Die Simulationsschaltung besteht aus einer Spannungsquelle (VDC), einem Festwiderstand  $R_{\min}$  und einem variablen Widerstand  $R_x$  {Rvar}. Zunächst legen wir die Festwerte für die Bauelemente fest ( $U_q = 10\text{ V}$  und  $R_{\min} = 20\ \Omega$ ).



Der variable Widerstand  $R_x = R_{\text{var}}$  wird in seiner PartName-Liste mit  $\text{VALUE}=\{\text{Rvar}\}$  festgelegt. In der Parameter-Liste ordnen wir ihm einen Namen ( $\text{NAME1}=\text{Rvar}$ ) und einen Wert aus seinem Wertevorrat ( $\text{VALUE1}=100$ ) zu. Nun können wir den Sweep festlegen. Im Analysis-Setup-Fenster wählen wir DC-Sweep () und nehmen folgende Einstellungen vor:

⊙ Global Parameter; ⊙ Linear; Name: Rvar

Start Value: 0; End Value: 400; Increment: 0.1 (OK).

Zur Strommessung setzen wir den Current Marker an Pin 1 von Rx.

Bild B\_1.2: Simulationsschaltung zum Berechnungsbeispiel 1.4

Nun kann die Simulation gestartet werden. PSPICE berechnet jetzt 4000 Funktionswerte (400/0,1).

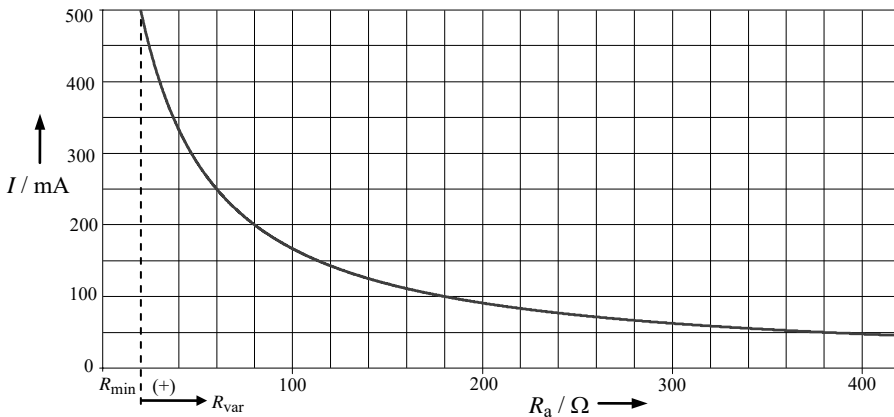


Bild B\_1.3: Stromverlauf im Berechnungsbeispiel 1.4

Die Simulation des Stromverlaufs läuft von  $R_a = R_{\min}$  bis  $R_a = R_{\min} + R_{\text{var}}$ . Der Strom bei  $R_a = R_{\min}$  beträgt 500 mA. Bei  $R_a = 60\ \Omega = 3R_{\min}$  ist er auf den halben Wert abgesunken.

Wir erkennen, dass mit Zunahme des Wertes des Lastwiderstandes der Strom immer kleiner wird. Bei  $R_a = 400\ \Omega$  beträgt er noch ca. 50 mA. Er wird null, wenn der Lastwiderstand gegen unendlich strebt.

Wir hätten die Simulation auch ohne den zusätzlichen Widerstand  $R_{\min}$  durchführen können. Dann müssen im Analysis-Setup-Fenster folgende Einstellungen geändert werden:

Start Value: 20; End Value: 420

### Berechnungsbeispiel 1.5: Temperaturabhängigkeit von Leiterwerkstoffen

Vergleichen Sie die Temperaturabhängigkeit verschiedener Widerstandswerkstoffe miteinander. Als Referenzobjekt dient der Leiterwerkstoff Kupfer mit  $TK_{Cu} = 3,82 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

Für den Vergleich verwenden wir wieder PSPICE. Zur Simulation der Temperaturabhängigkeit eines Widerstandes dient das Element Rbreak aus der *Part*-Liste der Library BREAKOUT.SLB.

Nach der Positionierung in der Simulationsschaltung und der Festlegung des Widerstandswertes  $R_{20}$  (z.B.  $R_{20} = 100 \text{ } \Omega$ ) wird das Element durch einen Mausklick markiert. Danach öffnet man über die Menüfolge *Edit* → *Model* das *Edit-Model*-Fenster. Durch Betätigung der Schaltfläche > Edit Instance Model (Text) < gelangt man in den Modelleditor von PSPICE, der folgende Einstellungen anzeigt:

.model Rbreak-RES

R=1  
\*§ ← TC1=3.82m

Der aktuelle Temperaturkoeffizient wird nicht angezeigt (Default: TC1=0). Durch Einfügen eines neuen Temperaturkoeffizienten in eine neue Zeile nach R=1 (z.B. für Kupfer:  $TK_{Cu} = 3,82 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ) wird der alte TC1-Wert mit > OK < überschrieben. Nun besitzt dieses Element den neuen Temperaturkoeffizienten von Kupfer. Zur Simulation der Kennlinie  $R = f(\vartheta)$  werden im *DC-Sweep*-Fenster (Main-Sweep) z.B. folgende Einstellungen vorgenommen:

- ☉ Temperature            Start Value: -20
- ☉ Linear                    End Value: 50
- Increment: 0.1 (OK)

Der Temperatur-Sweep durchläuft jetzt in der °C-Skala einen Temperaturbereich von  $\vartheta_{\min} = -20 \text{ } ^\circ\text{C}$  in Schritten von 0,1 °C bis zu einem Endwert von  $\vartheta_{\max} = +50 \text{ } ^\circ\text{C}$  (oder:  $\Delta T = 343 \text{ K} - 273 \text{ K} = 70 \text{ K}$ ).

Wenn mehrere Widerstände mit unterschiedlichen Temperaturkoeffizienten miteinander verglichen werden sollen, kann man zusätzlich einen DC-Nested-Sweep einfügen. Dazu werden im *DC-Nested-Sweep*-Fenster folgende Einstellungen vorgenommen (Res steht für Resistor):

- ☉ Model Parameter        Model Type: Res
- ☉ Value List                Model Name: Rbreak
- Param. Name: TC1
- Values: -0.6m\_ -0.03m\_ 0.2m (Unterstrich = Leerzeichen)

Der vorher gesetzte TC1-Wert für Kupfer wird jetzt ignoriert. Dafür gelten die folgenden Werte für den Temperaturkoeffizienten ( $TK = \alpha$ ):

$$TK_{1,1} = -0,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \quad \text{für Kohle}$$

$$TK_{1,2} = -0,03 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \quad \text{für Konstantan}$$

$$TK_{1,3} = +0,2 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \quad \text{ca. für Nickelin (Nickelin: 67 % Cu; 30 % Ni; 3 % Mn).}$$

Bild B\_1.4 zeigt die Simulationsergebnisse für  $\vartheta_{\text{Bezug}} = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Das muss in PSPICE eingestellt werden.

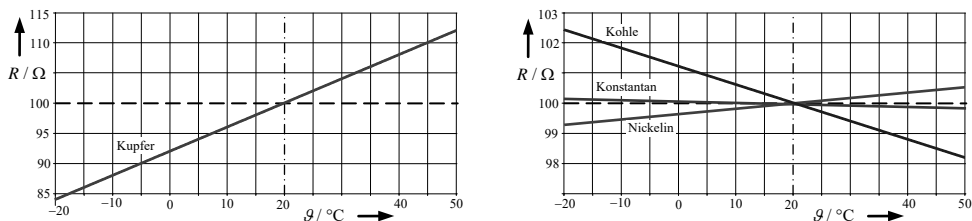


Bild B\_1.4: Simulationsergebnisse zum Berechnungsbeispiel 1.5

Das simulierte Temperaturverhalten weist auf Temperaturkoeffizienten mit unterschiedlichen Vorzeichen hin. Kupfer und Nickelin haben einen positiven Temperaturkoeffizienten (PTC). Bei Kupfer ändert sich der Widerstand  $R_{Cu} = f(\vartheta)$  im Vergleich zu Nickelin so stark, dass im Bild B\_1.4 (links) ein anderer Widerstandsmaßstab gewählt werden musste.

Kohle und Konstantan haben einen negativen Temperaturkoeffizienten (NTC). Hier nimmt der Widerstandswert mit steigender Temperatur ab. Bei Konstantan ändert sich der Widerstandswert allerdings kaum. Konstantan (oder auch Manganin) sind demzufolge für die technische Realisierung von Messwiderständen gut geeignet, da sie ihren Widerstandswert unabhängig von Temperaturänderungen nahezu beibehalten.

Für spezielle Einsatzfälle (z.B. in einer Temperaturmessbrücke) bevorzugt man dagegen Widerstandswerkstoffe mit einem betragsmäßig großen  $TK$ -Wert, um bereits bei kleinen Temperaturänderungen eine auswertbare Widerstandsänderung zu erreichen.

Wir wollen die Eckwerte des Widerstandsverlaufes berechnen. Mit Gleich. (1.9) gilt:

$$\text{Kupfer: } R_{Cu}(-20^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 + 3,82 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (273 - 293)\text{K}] = 84,72\Omega$$

$$R_{Cu}(+50^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 + 3,82 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (323 - 293)\text{K}] = 111,46\Omega$$

$$\text{Kohle: } R_{Ko}(-20^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 - 0,6 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (273 - 293)\text{K}] = 102,4\Omega$$

$$R_{Ko}(+50^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 - 0,6 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (323 - 293)\text{K}] = 98,2\Omega$$

$$\text{Konstantan: } R_{Konst}(-20^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 - 0,03 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (273 - 293)\text{K}] = 100,12\Omega$$

$$R_{Konst}(+50^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 - 0,03 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (323 - 293)\text{K}] = 99,91\Omega$$

$$\text{Nickelin: } R_{Ni}(-20^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 + 0,2 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (273 - 293)\text{K}] = 99,2\Omega$$

$$R_{Ni}(+50^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 + 0,2 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (323 - 293)\text{K}] = 100,6\Omega$$

Die Berechnungsergebnisse stimmen (wie erwartet) mit den Simulationsergebnissen überein. Dabei gilt Gleich. (1.9) eigentlich nur näherungsweise. PSpice simuliert aber hier das Element Rbreak mit einem konstanten TC1-Wert.

Streng genommen müssten wir bei größeren Temperaturänderungen einen weiteren Temperaturkoeffizienten ( $TK_2$  oder  $\beta$ ) berücksichtigen. Gleich. (1.9) stellt lediglich eine lineare Näherung des eigentlichen nichtlinearen Verlaufes der Widerstands-Temperatur-Kennlinie dar. Exakt gilt:

$$R(T) = R_{20} \cdot [1 + TK_1 \cdot \Delta T + TK_2 \cdot (\Delta T)^2] = R_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot \Delta T + \beta \cdot (\Delta T)^2] \quad (1.9.a)$$

Den Unterschied wollen wir anhand der Widerstandsrechnung für Kupfer mit (1.9.a) überprüfen. Es gilt:  $\beta_{Cu} = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-2}$ .

$$R_{Cu}(-20^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 + 3,82 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (-20)\text{K} + 0,6 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-2} \cdot 400\text{K}^2] = 84,96\Omega$$

$$R_{Cu}(+50^\circ\text{C}) = 100\Omega \cdot [1 + 3,82 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot (+30)\text{K} + 0,6 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-2} \cdot 900\text{K}^2] = 112,0\Omega$$

Die Abweichung von unserer Näherungsrechnung liegt in der Größenordnung von +0,3% bis +0,5%. Bei kleinen Temperaturänderungen ist es demzufolge durchaus vertretbar, mit der linearen Näherung gemäß Gleich. (1.9) zu arbeiten.

## 2 Gesetze zur Berechnung elektrischer Stromkreise

### • **Schwerpunkte:**

- ⇒ Das OHMSche Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen der elektrischen Spannung und dem elektrischen Strom.
- ⇒ Dieser Zusammenhang kann über die Strom-Spannungs-Kennlinie  $I = f(U)$  grafisch dargestellt werden. Im Falle eines ohmschen Widerstandes ist die Kennlinie eine Gerade.
- ⇒ Man unterscheidet zwischen einem Gleichstromwiderstand  $R$  und einem differentiellen Widerstand  $r$ .
- ⇒ Der Maschensatz sagt aus, dass die Summe aller vorzeichenbehafteten Spannungen längs eines geschlossenen Umlaufs gleich null ist.
- ⇒ Der Knotenpunktsatz sagt aus, dass die Summe aller vorzeichenbehafteten Ströme in einem Knotenpunkt gleich null ist.
- ⇒ Unter Energie versteht man das Vermögen, Arbeit zu verrichten.
- ⇒ Die Summe aller Energien in einem in sich geschlossenen System ist konstant.
- ⇒ Eine vollständige Leistungsbilanz sagt aus, dass die Summe aller vorzeichenbehafteten Leistungen in einem abgeschlossenen System gleich null ist.

### • **Lernziele:**

Entwickeln Sie zu den genannten Schwerpunkten ein grundlegendes Verständnis. Machen Sie sich die verwendeten Fachbegriffe klar. Formulieren Sie sich einfache Fragen als Selbsttest und beantworten Sie diese Fragen mit eigenen Formulierungen.

*Beispiele zu Fragen zum Kapitel 2:*

- ☞ Warum ist bei einem ohmschen Widerstand der Gleichstromwiderstand identisch mit dem differentiellen Widerstand?
- ☞ Warum fließt in einem Zweig immer nur ein Strom?
- ☞ Warum ist in einem Knotenpunkt die Summe aller zufließenden Ströme gleich der Summe aller abfließenden Ströme?
- ☞ Warum kann man Gleich. (2.7) in der Form  $P = I^2 R$  nicht direkt zur Berechnung einer Quellenleistung verwenden?
- ☞ Woran erkennt man, dass eine Quelle Leistung aufnimmt?
- ☞ Welche Vorzeichenregel repräsentiert die Gleich. (2.9) im Vergleich zur Gleich. (2.8)? Warum trägt demzufolge Gleich. (2.9) eine allgemein gültige Information?

Arbeiten Sie die folgenden Berechnungsbeispiele und Übungsaufgaben durch. Versuchen Sie zunächst, einen eigenen Lösungsweg zu finden. Vergleichen Sie dann Ihren Ansatz mit dem vorgegebenen Lösungsweg. Häufig sind mehrere Lösungswege möglich.

### Berechnungsbeispiel 2.1: Lastfälle im Grundstromkreis

Ein Grundstromkreis ( $U_q = 24 \text{ V}$  und  $R_i = 10 \text{ }\Omega$ ) wird mit unterschiedlichen Widerständen belastet. Skizzieren Sie die Strom-Spannungs-Kennlinie für folgende Lastwiderstände und zeichnen Sie die unterschiedlichen Arbeitspunkte ein.

Geg.:  $R_{a1} = 10 \text{ }\Omega$ ,  $R_{a2} = 20 \text{ }\Omega$ ,  $R_{a3} = 50 \text{ }\Omega$  und  $R_{a4} = 100 \text{ }\Omega$ .

Wir wollen zunächst die vier Arbeitspunkte berechnen. Die Kennlinien der ohmschen Widerstände sind ja Geraden, die vom Koordinatenursprung durch den jeweiligen Arbeitspunkt verlaufen müssen.

$$R_{a1}: \quad I_1 = \frac{U_q}{R_i + R_{a1}} = \frac{24 \text{ V}}{20 \text{ }\Omega} = 1,2 \text{ A} = 1200 \text{ mA} \quad \text{und:} \quad U_{a1} = I_1 \cdot R_{a1} = 1,2 \text{ A} \cdot 10 \text{ }\Omega = 12 \text{ V}$$

$$R_{a2}: \quad I_2 = \frac{U_q}{R_i + R_{a2}} = \frac{24 \text{ V}}{30 \text{ }\Omega} = 0,8 \text{ A} = 800 \text{ mA} \quad \text{und:} \quad U_{a2} = I_2 \cdot R_{a2} = 0,8 \text{ A} \cdot 20 \text{ }\Omega = 16 \text{ V}$$

$$R_{a3}: \quad I_3 = \frac{U_q}{R_i + R_{a3}} = \frac{24 \text{ V}}{60 \text{ }\Omega} = 0,4 \text{ A} = 400 \text{ mA} \quad \text{und:} \quad U_{a3} = I_3 \cdot R_{a3} = 0,4 \text{ A} \cdot 50 \text{ }\Omega = 20 \text{ V}$$

$$R_{a4}: \quad I_4 = \frac{U_q}{R_i + R_{a4}} = \frac{24 \text{ V}}{110 \text{ }\Omega} \approx 218,2 \text{ mA} \quad \text{und:} \quad U_{a4} = I_4 \cdot R_{a4} = 21,82 \text{ V}$$

Nun können wir die Kennlinien zeichnen.

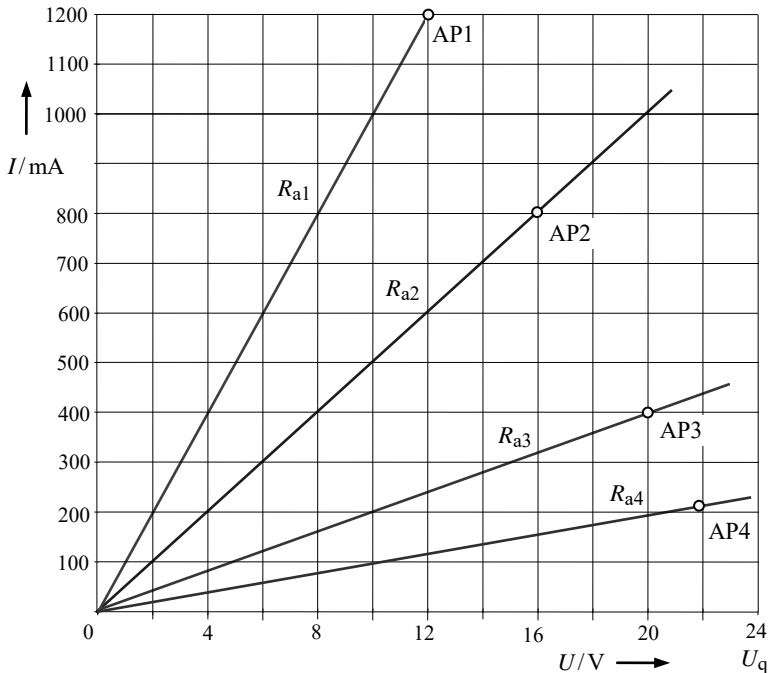


Bild B\_2.1: Kennlinien zum Berechnungsbeispiel 2.1

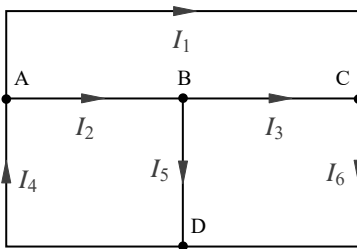


Bild B\_2.1 zeigt, dass der Anstieg der Kennlinien mit zunehmendem Lastwiderstand kleiner wird. Somit nimmt der Kehrwert des Anstieges (Lastwiderstand) zu. Es gilt:  $R_{a1} < R_{a2} < R_{a3} < R_{a4}$ .

**Berechnungsbeispiel 2.2: Unabhängigkeit von Knotengleichungen**

Weisen Sie am Beispiel des Bildes B\_2.2 nach, dass bei der Anwendung des Knotenpunktsatzes nur  $(k - 1)$  Gleichungen voneinander linear unabhängig sind. In diesem Bild wird lediglich die Grundstruktur (sog. Graph) der schaltungstechnischen Realisierung angegeben.

Zur Beantwortung der Frage, welche Gleichungen in das Gleichungssystem einbezogen werden (und welche nicht), wenden wir auf alle Knoten den Knotenpunktsatz an. Um Verwechslungen auszuschließen, werden die Knoten gekennzeichnet (hier: A bis D).



Mit dem Knotenpunktsatz gilt:

Knoten A:  $I_4 - I_1 - I_2 = 0$

Knoten B:  $I_2 - I_3 - I_5 = 0$

Knoten C:  $I_1 + I_3 - I_6 = 0$

Knoten D:  $I_5 + I_6 - I_4 = 0$

Bild B\_2.2: Struktur zum Berechnungsbeispiel 2.2

Wenn man diese Gleichungen sortiert, entsteht folgende Übersicht:

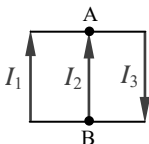
A	$-I_1$	$-I_2$		$+I_4$			0
B		$+I_2$	$-I_3$		$-I_5$		0
C	$+I_1$		$+I_3$			$-I_6$	0
D				$-I_4$	$+I_5$	$+I_6$	0

Die mit null belegten Koeffizienten wurden aus Übersichtsgründen nicht mit eingetragen. Nun ist deutlich zu sehen, dass jeder Strom zweimal (einmal positiv und einmal negativ) auftritt. Die Summe aller vier Gleichungen ergibt somit null. Eine Gleichung trägt redundante Information.

- Warum muss das so sein? Begründen Sie kurz Ihre Aussage.

Aus der Aussage „Summe aller Knotenpunktgleichungen ist gleich null“ lässt sich folgende Aussage ableiten: Diese Summe beschreibt einen Großknoten. Jede Gleichung stellt die Linearkombination mehrerer Gleichungen dieses Großknotens dar. Es sind demzufolge immer nur  $(k - 1)$  Gleichungen voneinander unabhängig. Beim Aufstellen des Gleichungssystems zur Berechnung aller Zweigströme müssen wir somit einen Knoten (egal, welchen) weglassen.

Ein elementares Beispiel soll diesen Sachverhalt noch einmal verdeutlichen. Wir betrachten eine Struktur mit zwei Knoten. Von einem Knoten (z.B. A) fließt ein Strom ab – dann kann er beim zweiten Knoten (B) nur zufließen (und umgekehrt).



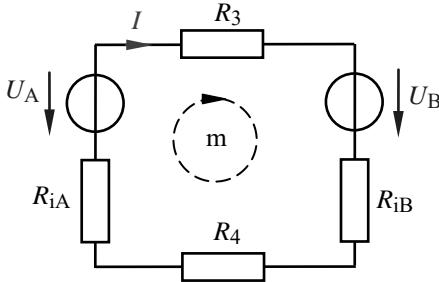
Knoten A:  $I_1 + I_2 - I_3 = 0$

Knoten B:  $-I_1 - I_2 + I_3 = 0$

Die Gleichung (B) ist eine Linearkombination zur Gleichung (A). Durch die Multiplikation von (B) mit  $(-1)$  erhalten wir die Gleichung (A).

**Berechnungsbeispiel 2.3: Vollständige Leistungsbilanz**

Stellen Sie für die Schaltung im Bild B\_2.3 die vollständige Leistungsbilanz (dargestellt im Quellen-Zählpfeilsystem) auf.



$$\begin{aligned} \text{Geg.: } U_A &= 24 \text{ V und } U_B = 12 \text{ V} \\ R_{iA} &= R_{iB} = 1 \Omega \\ R_3 &= R_4 = 5 \Omega \end{aligned}$$

Bild B\_2.3: Schaltung zum Berechnungsbeispiel 2.3

Bei diesem Beispiel handelt es sich um eine gegenseinnige Reihenschaltung zweier realer Spannungsquellen (vgl. auch Abschn. 3.4). Für den eingezeichneten Umlauf  $m$  gilt:

$$I \cdot R_3 + U_B + I \cdot R_{iB} + I \cdot R_4 + I \cdot R_{iA} - U_A = 0$$

Daraus kann der Strom  $I$  berechnet werden:

$$I = \frac{U_A - U_B}{R_{iA} + R_{iB} + R_3 + R_4} = \frac{12 \text{ V}}{12 \Omega} = 1 \text{ A}$$

Der in dieser Reihenschaltung fließende Strom wird in seiner Richtung durch die Quelle A bestimmt ( $U_A > U_B$ ). Er fließt gegen den Spannungszählpfeil von  $U_A$  (Quellenwirkung) und in Richtung des Spannungszählpfeils von  $U_B$ . Die Quelle B nimmt demzufolge Leistung auf und wirkt im vorliegenden Fall wie ein Verbraucher. Es ergeben sich folgende Leistungen:

$$P_1 = I^2 \cdot R_{iA} = -1 \text{ W}$$

$$P_2 = I^2 \cdot R_{iB} = -1 \text{ W}$$

$$P_3 = I^2 \cdot R_3 = -5 \text{ W}$$

$$P_4 = I^2 \cdot R_4 = -5 \text{ W}$$

$$P_A = U_A \cdot (+I) = +24 \text{ W} \quad (\text{Quellenleistung})$$

$$P_B = U_B \cdot (-I) = -12 \text{ W} \quad (\text{Verbraucherleistung})$$

---


$$\Sigma P = 0 \text{ W} \quad \text{Die Summe aller Leistungen ist gleich null.}$$

Bei einer Darstellung im Verbraucher-Zählpfeilsystem ändern sich die Vorzeichen aller Leistungen. In diesem Fall würden wir folgende Leistungsbilanz erhalten:

$$\Sigma P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_A + P_B = 1 \text{ W} + 1 \text{ W} + 5 \text{ W} + 5 \text{ W} - 24 \text{ W} + 12 \text{ W} = 0$$

Oder nach Gleich. (2.8):  $\Sigma P_q = P_A = 24 \text{ W}$  (Q-ZPS) und  $\Sigma P_v$  im V-ZPS:

$$\Sigma P_v = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_B = 1 \text{ W} + 1 \text{ W} + 5 \text{ W} + 5 \text{ W} + 12 \text{ W} = 24 \text{ W}$$

$$\Sigma P_q = \Sigma P_v$$

### 3 Lineare elektrische Gleichstromkreise

#### • **Schwerpunkte:**

- ⇒ Elektrische Stromkreise können eine unverzweigte Struktur (Reihenschaltung) oder eine verzweigte Struktur (Parallelschaltung bzw. gemischte Schaltung) aufweisen.
- ⇒ In einer Reihenschaltung gilt die Spannungsteilerregel: Die Spannungen verhalten sich proportional zu den Widerständen, über denen diese Spannungen abfallen.
- ⇒ In einer Parallelschaltung gilt die Stromteilerregel: Die Ströme verhalten sich umgekehrt proportional zu den Widerständen, durch die diese Ströme fließen.
- ⇒ Elektrische Quellen sind in der Lage, durch innere physikalische Effekte Ladungen zu beschleunigen.
- ⇒ Der Wirkungsgrad beschreibt das Verhältnis der abgegebenen zur zugeführten Leistung. Er gilt nur für eine festgelegte Trennstelle zwischen Quelle und Verbraucher.
- ⇒ Im Anpassungsfall nimmt ein Verbraucher maximale Leistung auf. Dazu ist der Lastwiderstand an den Innenwiderstand der Quelle anzupassen.
- ⇒ Bei Variation des Lastwiderstandes ändern sich lastseitig Spannung, Strom und Leistung nach nichtlinearen Funktionen, obwohl ein linearer Stromkreis betrachtet wird.
- ⇒ Ein belasteter Spannungsteiler sollte so dimensioniert werden, dass er möglichst linear arbeitet. Dazu muss der Lastwiderstand viel größer als der Stellwiderstand sein.

#### • **Lernziele:**

Entwickeln Sie zu den genannten Schwerpunkten ein grundlegendes Verständnis. Formulieren Sie sich einfache Aufgaben als Selbsttest und bearbeiten Sie diese Aufgaben durch Anwendung der bisher behandelten Berechnungsvorschriften.

*Beispiele zu Fragen zum Kapitel 3:*

- ☞ Warum ist ein zu einer Reihenschaltung parallel geschalteter Widerstand nicht an der aktuellen Spannungsteilung beteiligt?
- ☞ Warum ist ein zu einer Parallelschaltung in Reihe geschalteter Widerstand nicht an der aktuellen Stromteilung beteiligt?
- ☞ Warum fließt der Strom in einem geschlossenen Stromkreis auch durch die Quelle?
- ☞ Wie groß sind Spannung, Strom und Leistung im Anpassungsfall?
- ☞ Wie ist das Verhalten eines elektrischen Stromkreises für folgende Fälle zu interpretieren: a) Leerlauf fall    b) Anpassungsfall    c) Kurzschlussfall?

Arbeiten Sie die folgenden Berechnungsbeispiele und Übungsaufgaben durch. Versuchen Sie zunächst, einen eigenen Lösungsweg zu finden. Vergleichen Sie dann Ihren Ansatz mit dem vorgegebenen Lösungsweg. Jetzt sind immer mehrere Lösungswege möglich.

## Sachwortverzeichnis

- Abfallzeit 234  
 Abgleich 23, 36  
 Abgleichbarkeit 100  
 Akkumulator 34  
 Amplitudenfrequenzgang 113, 130  
 Amplitudenspektrum 74  
 Analogie 116  
 Analogietabelle 265  
 Analyseverfahren 56, 108  
 Anpassung, komplexe 145  
 Anpassungsfall 29  
 Anstiegszeit 234  
 Äquipotentialfläche 175  
 Äquipotentiallinie 170, 172  
 Arbeitspunkt 19, 65, 212, 217  
 ARON-Schaltung 152, 157, 161  
 Ausgangsspannung, maximal mögliche 113  
 Ausgleichsstrom 196  
 Ausgleichsvorgang 196
- Bandpass-Charakteristik** 136  
 Baum, vollständiger 54  
 Belastungskennlinie 34  
 Betriebs-Eingangswiderstand 254  
 Betriebskapazität 163  
 Bewegungsinduktion 230  
 Bezugsknoten 58, 62, 109, 139, 166, 199, 205  
 Bezugsphase 163  
 Bezugspotential 172  
 Bezugspunkt 172  
 Bezugszeiger 76, 78, 256  
 Bildbereich 104  
 Blätterung 263  
 Blindleistung 150  
 Blindleistung, induktive 144  
 Blindleistung, kapazitive 144  
 Blindleistungsanteil 142  
 Blindleistungskompensation 144  
 Blindstrom 142  
 Blindstromkompensation 142  
 Brücke, abgegliche 204  
 Brückenabgleich 69  
 Brückengleichung 36, 149  
 Brückenschaltung 36, 50, 68  
 Brückenschaltung, nicht abgeglichen 36, 50  
 Bügel, leitfähiger 174
- CR-RC-Übertragungsvierpol** 135
- Dämpfung** 84, 136  
 Dämpfung, frequenzabhängige 114  
 Dielektrikum 184, 260  
 Dielektrikum, geschichtetes 186, 191  
 Dielektrizitätskonstante 191  
 Diffusionsspannung 259  
 Diffusionsstrom 259  
 Diode 66  
 Doppelleitung 226  
 Drehkondensator 184  
 Drehstromleitung, symmetrische 164  
 Dreieck-Impulsfolge, symmetrische 71  
 Dreieckschaltung 37, 245  
 Dreieckschaltung, symmetrische 154  
 Dreieck-Stern-Transformation 36, 245  
 Dreiecksverlauf, symmetrischer 233  
 Dreiphasensystem 154  
 Durchflutung 220, 230  
 Durchflutungsgesetz 209  
 Dynamoblech 212
- Effektivwert** 71, 104, 236  
 Eingrabbtiefe 181  
 Eisenkreis, magnetischer 209  
 Eisenweglänge, mittlere 209, 217  
 Eisenwiderstand 252  
 Elektrolech 214  
 Elementarschaltung, innere 81  
 Elementarvierpol 125  
 Emitterschaltung 44  
 Energie, gespeicherte 188  
 Energie, magnetische 209, 237, 240  
 Erdkapazität 163  
 Erregerstrom 214, 220, 237  
 Erregerwicklung 225  
 Ersatzkapazität, vorgeladene 203  
 Ersatzschaltbild 106, 220  
 Ersatzschaltbild, reduziertes 256  
 Erweiterung, konjugiert komplexe 123  
 Exponentialform 90, 105, 154
- Feld, elektrostatisches** 189  
 Feld, zeitlich veränderliches magnetisches 229  
 Feldbild, komplementäres 173, 175  
 Feldmodell 172  
 Feldpunkt 170, 190  
 Feldstärke, elektrische 173, 181, 187, 259, 265

- Feldstärke, magnetische 208, 221, 225, 237, 240, 261, 265  
Feldstärke, maximale 187  
Feldstärkekomponente 180  
Feldstärkelinie 173, 191  
Feldstärkemessung 173  
Feldstärkevektor 187  
Feldstrom 259  
Ferritopfkern 227  
Flächenverhältnis 223  
Flankensteilheit 125  
Fluss, elektrischer 189  
Fluss, magnetischer 211, 219f, 224, 230, 237, 256  
Fluss, verketteter 238  
Flussdichte 191  
Flussdichte, elektrische 261, 265  
Flussdichte, magnetische 212, 223f, 230, 233, 237, 240, 265  
Flussröhre, magnetische 237  
Flussverbreiterung 224  
Form, kartesische 91, 128  
Formfaktor 71  
FOURIER-Reihe 72  
Freileitung 83, 189, 237  
Freileitung, leerlaufende 163  
Frequenz, normierte 116  
Frequenzgang, komplexer 113, 118, 134, 137  
Funktion, asymmetrische 72  
Funktionsverlauf 31
- Gamma-Ersatzschaltbild** 83  
Gamma-Vierpol 125  
Gegeninduktivität 233, 235  
Generatorleistung, komplexe 157  
Generatorstrang 162  
Generator-Strangspannung 164  
Gesamtinduktivität 244  
Geschwindigkeitsvektor 231  
Gleichanteil 72  
Gleichrichtwert 71  
Gleichstromwiderstand 30, 66  
Glühlampe 65  
Graph 54  
Grenzfrequenz 113, 128  
Grenzkreisfrequenz 116  
Großknoten 20, 42, 162  
Grunddämpfung 117, 122  
Grundstromkreis 19, 31  
Gürtelkabel 163  
Güte 77, 131
- Halbkugelerder** 177  
HALL-Sonde 223  
HALL-Spannung 224  
Hauptfeldspannung 256  
Heißleiter 69  
HELMHOLTZscher Überlagerungssatz 45, 61, 104  
HOPKINSONSches Gesetz 218  
HUMMEL-Schaltung 95  
Hystereseschleife 240
- Imaginärteil** 89, 127  
Impulsdauer 249  
Induktionsgesetz 238  
Induktivität 76, 208, 226, 237  
Induktivität, äußere 238  
Induktivität, innere 238  
Induktivität, längenbezogene 227  
Induktivität, verkoppelte 244  
Induktivitätsbelag 83, 227  
Induktivitätsmessbrücke 100  
Innenwiderstand 31, 33, 61, 106, 152, 195  
Integrierglied 241  
Inversionskreis 86
- Kapazität** 98, 117, 185, 189  
Kapazität, längenbezogene 185  
Kapazität, variable 184  
Kapazitätsbelag 83  
Kapazitätsberechnung 184  
Kapazitätsbestimmung 76  
Kapazitätsmessbrücke 101  
Kennlinie, idealisierte 68  
Kernquerschnitt 209, 219  
Kettenparameter 140  
Kettenschaltung 49, 111, 125  
KIRCHHOFFSche Sätze 43  
Klemmenspannung 35  
Klirrfaktor 73  
Knoten 166  
Knoten, virtueller 139, 170  
Knotenanalyse 57, 109, 139, 166, 199, 205  
Knotengleichung 20  
Knotenleitwert 58  
Knotenpotential 57, 63, 199  
Knotenpotentialverfahren 139  
Knotenpunkt 43, 53  
Knotenpunktsatz 20, 40, 59, 78, 146, 155, 161, 194, 220  
Koaxialleitung 185

- Koeffizientenschema 54, 108, 139, 166, 199, 204  
 Kompensationskondensator 142  
 Kondensator 76, 188, 193, 201  
 Kondensatorschaltung, gemischte 193  
 Kondensatorspannung 202  
 Kontinuitätsgleichung 260  
 Koppelleitwert 58  
 Kopplungsfaktor 235, 254  
 Kraft 191, 222  
 Kreis, verzweigter magnetischer 217  
 Kreuzschaltung 244  
 Kunststoffkern 210  
 Kurzschluss-Eingangswiderstand 253  
 Kurzschlussstrom 31, 47, 65, 107, 148, 152  
  
**L**  
 Ladestrom, kapazitiver 163  
 Ladung 197, 258  
 Ladung, verschobene 201  
 Ladungsausgleich 197  
 Ladungsbewegung 258  
 Ladungsmenge 193, 199  
 Ladungsträgerkonzentration 259  
 Lastfälle 19  
 Lastkennlinie 65  
 Laststrom 45  
 Lastwiderstand 15, 19, 28, 50, 106  
 Lastzweig 90, 146, 156  
 LC-Übertragungsvierpol 133  
 Leerlauf-Eingangswiderstand 252  
 Leerlaufspannung 31, 48, 65, 107, 152, 195  
 Leistung 29  
 Leistung, komplexe 142, 154, 161  
 Leistung, maximal zulässige 27  
 Leistung, maximale 29  
 Leistungsaufnahme 28  
 Leistungsbilanz 163  
 Leistungsbilanz, vollständige 21, 53, 63, 146  
 Leistungsfaktor 143  
 Leistungshyperbel 67  
 Leistungsumsatz 27, 65, 152  
 Leiter, stromdurchflossener 213, 222, 238  
 Leiterkapazität 163  
 Leiterschleife, rechteckförmige 233  
 Leiterspannung 153  
 Leiterstab 231  
 Leiterstrom 154, 159  
 Leiterwerkstoff 13  
 Leitfähigkeit, spezifische elektrische 13  
 Leitungsquerschnitt 13  
 Leitwert, differenzieller 174  
 Leitwert, komplexer 143  
 Leitwert, magnetischer 228  
 Leitwertbelag 83  
 Leitwertzeiger 86  
 LORENTZ-Kraft 223  
 Luftspalt 212, 224, 228  
 Luftspaltgerade 213  
 Luftspaltlänge 212  
  
**M**  
 Magnetfeld, zeitinvariantes 230, 235  
 Magnetisierungskennlinie 212, 220, 224  
 Magnetisierungsstrom 256  
 Masche 42, 66, 84  
 Masche, unabhängige 43  
 Maschensatz 40, 78, 103, 107, 147, 198, 220, 236  
 Maschenstrom 55, 108, 138  
 Maschenstromanalyse 138  
 Matrizenmultiplikation 125, 140  
 Messgerät 33  
 Messstromkreis 224  
 Mischgröße 73  
 Mittelpunktleiter 152  
 Mittelsteg 217  
 Mittenfrequenz 134  
  
**N**  
 Nennleistung 152  
 Nennwiderstand 68  
 Netz, kapazitives 198  
 Netzwerk 42, 104  
 Normalwiderstand 69  
 Normierung 116  
 Nullphasenwinkel 104  
  
**O**  
 Offset-Spannung 223f  
 OHMSches Gesetz 34, 90, 138, 152, 174, 194  
 Ortskurve 89, 113, 132  
  
**P**  
 Pakethöhe 214  
 Parallelschaltung 99  
 Parallelschaltung, gleichsinnige 245  
 Parallelschwingkreis 129  
 Parallelschwingkreis, realer 78  
 Parallelwiderstand 120  
 Pegel 130  
 Periodendauer 71  
 Permeabilität 208, 221, 228  
 Permeabilität, relative 214  
 Phasenfrequenzgang 113, 132  
 Phasenverschiebung 76, 94, 97

- Phasenwinkel 81  
 Plattenkondensator 184, 260  
 pn-Übergang 258  
 Polschuh 230  
 Potential 166, 172, 177, 188  
 Potential, elektrisches 259  
 Potentialbezugspunkt 166, 176, 187  
 Potentialbezugswert 169  
 Potentialdifferenz 167, 173  
 Potentialfeld, elektrisches 166  
 Potentialverteilung 172  
 Prinzipzeigerbild 76, 96  
 Punktladung 187
- Quellen-Charakteristik** 14  
 Quellenkennlinie 65  
 Quellen-Zählpfeilsystem 21, 54, 198  
 Querstrom 45  
 Querzweig 100
- Radialfeld** 230  
 Raumladung 259  
 RC-Hochpass 120  
 RC-Kombination 125  
 RC-Phasenschiebekette 94, 109, 125  
 RC-Tiefpass 117  
 Realteil 89, 127  
 Rechteck-Impulsfolge, periodische 73  
 Rechteck-Impulsfolge, positive 249  
 Rechteckkern 214  
 Rechteckspule 262  
 Rechtsschrauben-Regel 231, 261  
 Reihenschaltung 21, 99  
 Reihenschaltung, gegensinnige 236, 245  
 Reihenschaltung, gleichsinnige 236  
 Reihenschwingkreis 128  
 Reihenschwingkreis, elementarer 130  
 Reihenschwingkreis, realer 78  
 Resonanzfall 88  
 Resonanzfrequenz 128  
 Richtungspfeil 14  
 Ring, ferromagnetischer 213  
 Ringspule 210  
 RL-Hochpass 114  
 RL-Kombination 113, 248  
 RL-Tiefpass 113  
 Rohr, stromdurchflossenes 221  
 Rotor 230  
 Ruheinduktion 233
- Schalenkern 227  
 Schaltung, gemischte 24, 25  
 Schaltvorgang 248  
 Scheinleistung 143  
 Scheinwiderstand 97  
 Scheitelfaktor 72  
 Schichtfläche 191  
 Schleifenfläche 233  
 Schrittspannung 177  
 Sekundärspannung 254  
 Selbstinduktivität 235  
 Simulationsschaltung 15  
 Skalierung, logarithmische 132  
 Spannung, induzierte 231, 234  
 Spannungsabfall, magnetischer 220  
 Spannungseinspeisung, konstante 130  
 Spannungsquelle, belastete 15  
 Spannungsquelle, ideale 167  
 Spannungsquelle, reale 53, 57, 65  
 Spannungsquellen-Ersatzschaltung 47, 50, 67, 107, 118, 194  
 Spannungsteiler, kapazitiver 193, 204  
 Spannungsteiler, ohmscher 121  
 Spannungsteilerregel 23, 77, 88, 103, 119, 130, 150, 241, 252  
 Spannungsüberhöhung 130  
 Spannungsübertragungsfaktor 133  
 Spannungsverhältnis 23, 39  
 Spannungszeigerbild 80  
 Spannungszeigerbild, maßstäbliches 82, 102  
 Spiegelladung 189  
 Spiegelungsprinzip 189  
 Spule 77, 95, 228  
 Spulen, miteinander verkoppelte 235  
 Steilheit 125  
 Stern-Dreieck-Transformation 36  
 Sternschaltung 37, 152, 245  
 Sternschaltung, äquivalente 154  
 Steuerstrom 223  
 Steuerstromkreis 223  
 Stoff, diamagnetischer 208  
 Stoff, ferromagnetischer 209  
 Stoff, nichtferromagnetischer 208  
 Stoff, paramagnetischer 208  
 Stromänderungsgeschwindigkeit 234  
 Stromdichte 174, 181, 239  
 Stromdichte, elektrische 265  
 Strommessbereich 33  
 Stromquelle, reale 57  
 Stromquellen-Ersatzschaltbild 62, 107  
 Strom-Spannungs-Kennlinie 19
- Sägezahn-Impulsfolge 72

- 
- Stromstärke, elektrische 223  
 Stromteilerregel 24, 47, 90  
 Strömungsfeld, elektrisches 172  
 Strömungsfeld, zylindersymmetrisches 176  
 Strömungslinie 172  
 Stromverlauf 15  
 Stromzeigerbild 81, 161  
 Symmetrierung 159
- Tastverhältnis** 73, 249  
 Teilerregel 92  
 Teilverhältnis 24  
 Temperaturabhängigkeit 16  
 Temperaturkoeffizient 16  
 Temperaturmessung 68  
 T-Ersatzschaltung 247  
 THALES-Kreis 79, 102  
 THOMSONSche Schwingungsgleichung 88  
 Tiefpass zweiter Ordnung 125  
 Transformator, realer 256  
 Transformator, verlustloser 246, 254  
 Transformatorgleichungen 235  
 Trennfläche 191  
 Trennstelle 29, 106, 194
- Übergangswiderstand** 177  
 Überkompensation 144  
 Überlagerung 45, 73, 164, 188  
 Überlagerungssatz 104, 179, 189  
 Überlastung 27  
 Übersetzungsverhältnis 254  
 Umlaufanalyse 53, 108, 138  
 Umlaufspannung 263  
 Umlaufstrom 108  
 Umrechnung 99, 129, 153  
 Unabhängigkeit 20
- Vektor-Basisssystem** 231  
 Verbindungsweig 54, 57  
 Verbraucher, induktiver 143  
 Verbraucher-Charakteristik 14  
 Verbraucher-Dreieckschaltung 155, 156  
 Verbraucher-Dreieckschaltung,  
   unsymmetrische 161  
 Verbraucherleistung, komplexe 157  
 Verbraucherstrang 163  
 Verbraucher-Strangstrom 155, 160  
 Verbraucher-Zählpfeilsystem 21, 54, 197  
 Verkopplung 245  
 Verlustleistung 262  
 Verlustwiderstand 77
- Verschiebungsfluss 260  
 Verschiebungsstrom 164, 260  
 Vierpoltheorie 140  
 Vollausschlagspannung 33  
 Vollausschlagstrom 33  
 Vollkugelder 180  
 Vorladung 199  
 Vorwiderstand 67
- Wechselgröße** 71  
 Wechselstrom-Paradoxon 96  
 Wechselstromschaltung, allgemeine 80, 88  
 Wellenlänge 83  
 WHEATSTONESche Brückenschaltung 68  
 Wickelkondensator 185  
 Wicklung 230  
 Wicklungsrichtung 237  
 Wicklungssinn 237, 245  
 Wicklungssinn, gegensinniger 237  
 Wicklungssinn, gleichsinniger 237  
 Wicklungsverluste 228  
 Widerstand, komplexer 128  
 Widerstand, magnetischer 211, 215, 219, 230  
 Widerstand, spezifischer elektrischer 13  
 Widerstandsbelag 83  
 Widerstandswert 23  
 Widerstandszeiger 87  
 Windungszahl 216, 227  
 Wirbelstrom 262  
 Wirbelstromdichte 262  
 Wirkleistung 142, 150, 156  
 Wirkleistungsumsatz 145  
 Wirkungsgrad 29
- Zählpfeil** 14, 164, 197, 202  
 Zeiger, konjugiert komplexer 86  
 Zeigerbild 161, 236, 256  
 Zeigerbild, maßstäbliches 147, 156  
 Zeigerbild, qualitatives 79  
 Zeitkonstante 194, 202, 248  
 Zweig 43, 53  
 Zweigstrom 42, 55  
 Zweipol, aktiver 29  
 Zweipolmaschine 230  
 Zweipoltheorie 47, 106, 118, 137, 152, 248  
 Zylinderkondensator 187  
 Zylinderspule 208, 262
- II-Ersatzschaltbild** 83, 246