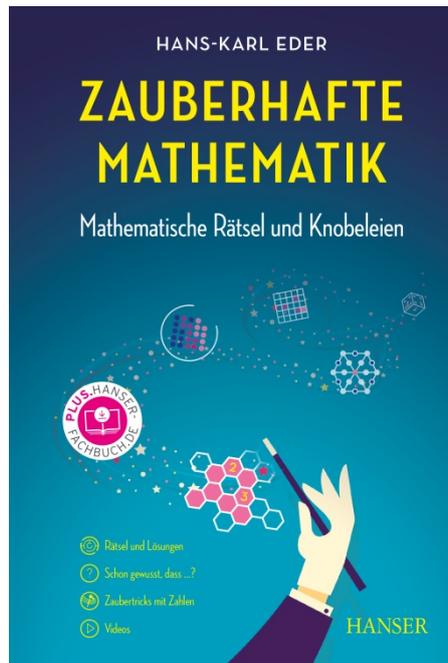


HANSER



Leseprobe

zu

„Zauberhafte Mathematik“

von Hans-Karl Eder

Print-ISBN: 978-3-446-46595-4
E-Book-ISBN: 978-3-446-46596-1

Weitere Informationen und Bestellungen unter
<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-46595-4>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

Vorwort



Oft werde ich gefragt, für wen dieses Buch geschrieben sei. Die Antwort ist einfach: Für all diejenigen, die sich gerne mit Mathematik beschäftigen und sich – falls dies noch nicht geschehen – vom Zauber der Mathematik anstecken lassen wollen.

Jeder wird schon einmal erfahren haben, dass eine selbst gemeisterte Aufgabe oder eine gelungene Problemlösung ein Feuerwerk der guten Laune entfachen kann. Die Auseinandersetzung mit den folgenden 56 Rätseln könnte dazu beitragen, Neugierde zu wecken und Kreativität zu fördern. Manchmal sind auch Ausdauer und Anstrengung gefragt. Wer sich den Aufgaben stellt, erfährt einmal mehr: Das Denken gehört zu den größten Vergnügungen des Menschen, unabhängig von Alter, Herkunft oder Geschlecht.

Sollte dennoch das Nachdenken, das Suchen nach einem Lösungsweg bei der ein oder anderen Aufgabe einmal nicht zum Erfolg führen, sind zu allen Rätseln die Lösungen und auch mögliche Lösungswege und Denkanstöße vorhanden. Ergänzend dazu können die zu jeder Aufgabe angefertigten Lösungsvideos einen weiteren Beitrag zum Verstehen leisten.

Auf vielen Seiten gibt es die Rubrik „Schon gewusst, dass ...“. Es werden interessante, überraschende und erstaunliche Erkenntnisse aus der Welt der Mathematik vorgestellt oder in Erinnerung gerufen. Wen die Rätsel noch nicht vom Zauber der Mathematik überzeugt haben, der kann sich zu guter Letzt von den zwölf mathematischen

Zaubertricks inspirieren lassen. Alle Zauberkunststücke werden gelöst
und rufen zum Ausprobieren auf.

Viel Freude dabei wünscht

Hans-Karl Eder

Inhaltsverzeichnis

Rätsel und Lösungen

	Rätsel	Lösungen
1. Magisch ²	1	59
2. Wie viele Zahlen lassen sich legen?	2	60
3. Wie groß war das Jury-Team?	3	61
4. Fußballbundesliga	4	62
5. Verwandt mit Fibonacci	5	63
6. Vier Waagen und ein Fragezeichen	6	64
7. Die Farben der Kugeln	7	65
8. Sponsorenlauf	8	66
9. Quadrominosteine	9	67
10. 19 und 24	10	68
11. Die versteckten Ostereier	11	69
12. Vernetzung	12	70
13. Julias neue Pinnwand	13	71
14. Linien im Quadrat	14	72
15. Pentagon-Zahlen	15	73
16. Ein Teil vom Parallelogramm	16	74
17. Chancen beim Monopoly-Spiel	17	75
18. Die Wahrheit kommt ans Licht	18	76
19. Die Höhe des Dreiecks	19	77
20. Ergebnis bekannt	20	78
21. Knifflige Entfernungen	21	79
22. Verschlüsselte Geburtstage	22	80
23. Mathematik-Symbole	23	81

24. Der bunte Weihnachtsbaum	24	82
25. Formensalat	25	83
26. Wasserverlust	26	84
27. Die Lichtertafel „2 aus 25“	27	85
28. Quadratzahlen	28	86
29. Wie alt ist Herr Fichtner?	29	87
30. Nachbarschaftshilfe	30	88
31. Rote und blaue Kugeln	31	89
32. Der Platz der 12	32	90
33. Bunte Decken	33	91
34. Streckenlängen	34	92
35. Preis gesucht	35	93
36. Ein „geometrisches“ Zahlenrätsel	36	94
37. Das Jahr 2020	37	95
38. Fortsetzung folgt . . .	38	96
39. Flächeninhalt gesucht	39	97
40. Verschlüsselung	40	98
41. Logische Ergänzung	41	99
42. Der „Schlüssel“ zum Erfolg	42	100
43. Das Aktiengeschäft	43	101
44. Kugeln in der Würfelbox	44	102
45. Von New York nach New Jersey	45	103
46. Die Königsaufgabe	46	104
47. Jonglieren mit Bällen und Zahlen	47	105
48. Herbst-Kirmes	48	106
49. Drei Ziffern fehlen	49	107
50. Der sichere PIN-Code	50	108
51. Dreiecke gesucht	51	109

52. Spiel mit zwei Würfeln	52	110
53. Falsch programmiert?	53	111
54. Zu Besuch im Autokino	54	112
55. Fröhliche Nachbarschaft	55	113
56. HOKUS POKUS FIDIBUS	56	114

Zaubertricks und Lösungen



Tricks Lösungen

Z 1. Ein Trick zum blitzschnellen Rechnen	117	131
Z 2. Ich kenne Deine Zahl	118	132
Z 3. Ich kenne die Ziffern	119	133
Z 4. Superhirn	120	134
Z 5. Fibonacci-Zauber	121	135
Z 6. Zauberhafte Multiplikation	122	136
Z 7. Zauberei mit Münzen	123	137
Z 8. Zauberei mit drei Würfeln	124	138
Z 9. Dein Geburtstag	125	139
Z 10. Unsichtbare Würfelsumme	126	140
Z 11. Die fehlende Ziffer	127	141
Z 12. Kalenderzauber	128	142
 Videoübersicht		 143

[1] Magisch²

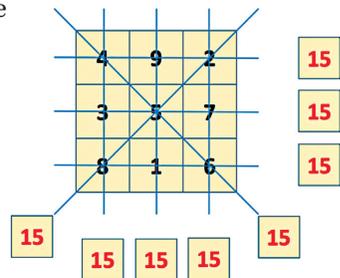


Wer kennt sie nicht, die **Magischen Quadrate**?

Hier ein Beispiel für ein 3x3-Quadrat mit den Zahlen von 1 bis 9.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Diese neun Zahlen sind so verteilt, dass alle Zeilen, alle Spalten und alle Diagonalen addiert den Wert 15 ergeben. Solch ein Quadrat heißt **Magisches Quadrat**.



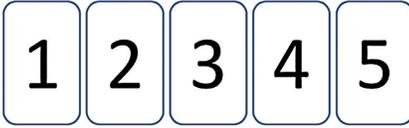
Gegeben ist ein 5x5-Quadrat. In der Mitte befindet sich bereits ein 3x3-Quadrat, das **magisch** ist.

Die noch fehlenden Zahlen von 1 bis 25 sollen so auf dem Rand verteilt werden, dass auch das 5x5-Quadrat **magisch** wird:

	7	21	11	
	17	13	9	
	15	5	19	



[2] Wie viele Zahlen lassen sich legen?



Wenn man von diesen fünf Karten mit den Ziffern 1, 2, 3, 4 und 5 drei Karten nebeneinanderlegt, dann entsteht eine dreistellige Zahl, z. B. 135.



Wie viele verschiedene dreistellige Zahlen kann man mit diesen 5 Karten legen, wenn die gelegte Zahl nicht größer sein darf als 420?



Schon gewusst, dass ...

... es *vollkommene Zahlen* gibt?

Addiert man alle Teiler einer Zahl (ohne die Zahl selbst), und ist dann das Ergebnis so groß wie diese Zahl, dann heißt die Zahl *vollkommen*.

Die kleinste vollkommene Zahl ist die Zahl 6.

Die 6 lässt sich teilen durch 6; 3; 2 und 1.

$$6 = 3 + 2 + 1$$

$$28 = 14 + 7 + 4 + 2 + 1$$

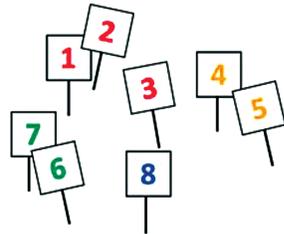
$$496 = 248 + 124 + 62 + 31 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$$

[3] Wie groß war das Jury-Team?



Auf dem Schulfest hatten die Schülerinnen und Schüler einen Musikwettbewerb veranstaltet. Jeder Beitrag wurde von jedem Wertungsrichter mit Punkten von 1 bis 8 bewertet.

Von jedem Richter durften nur volle Punktzahlen vergeben werden, wie man auf den Schildern erkennt.



Anschließend wurde der Durchschnittswert errechnet. Ben hatte zur Gitarre gesungen; sein Beitrag erhielt 5,75 Punkte.

Wie viele Schülerinnen und Schüler waren *mindestens* im Jury-Team?



Schon gewusst, dass ...

... es die folgende „Zahlenzauberei“ gibt? Man nehme irgendeine Zahl, die aus drei Ziffern besteht (z. B. 258). Wenn man sie zweimal hintereinanderschreibt, entsteht eine sechsstellige Zahl (in diesem Fall 258 258). Diese neue Zahl, die entsteht, ist immer durch 7, durch 11 und auch noch durch 13 teilbar.



[4] Fußballbundesliga



Für die 18 Vereine der Fußballbundesliga beginnt nach der Winterpause die Rückrunde.

Die Gewinnermannschaft erhält für den Sieg 3 Punkte, der Verlierer geht mit 0 Punkten leer aus. Endet das Spiel unentschieden, bekommt jede der Mannschaften 1 Punkt.

Vor einigen Jahren wurden bis zur Winterpause insgesamt 420 Punkte vergeben.

Wie viele Spiele sind damals unentschieden ausgegangen?



Schon gewusst, dass ...

... in einem Raum mit 23 Menschen die Chance, dass zwei am gleichen Tag Geburtstag haben, bei 50% liegt?

In einem Raum mit 60 Personen liegt die Chance gar bei 99%.

[5] Verwandt mit Fibonacci



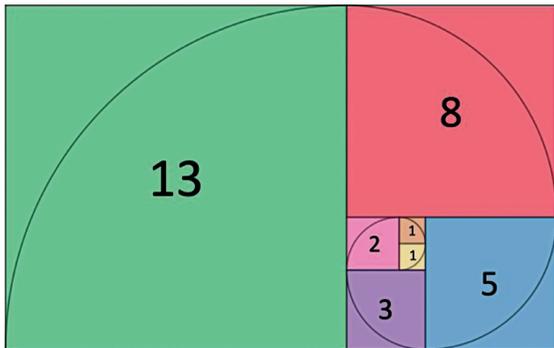
Die bekannte Fibonacci-Zahlenfolge lautet

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots$$

Sie ist so aufgebaut, dass ab der dritten Zahl der Wert des nächsten Folgengliedes aus den beiden Vorgängerzahlen gebildet wird.

Beispiele: $3 + 5 = 8$ oder $13 + 21 = 34$

In der Abbildung stimmen die Seitenlängen der Quadrate mit den Zahlen der Fibonacci-Folge überein.



Es gibt Zahlenfolgen, die sozusagen mit der Fibonacci-Folge verwandt sind:

4	6	10	16	26	42	68	110	...
---	---	----	----	----	----	----	-----	-----

?	7	?	?	?	62	...
---	---	---	---	---	----	-----

Wie lauten die vier fehlenden Zahlen in dieser Folge?



[6] Vier Waagen und ein Fragezeichen



Würfel



Kugel



Quader



Zylinder

Dreimal wurde gewogen.

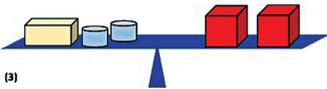
Es gilt zum Beispiel, dass Quader und Kugel zusammen so schwer sind wie der Würfel (siehe Abb. (1)).



(1)



(2)



(3)



Wie viele Kugeln  sind so schwer wie der Würfel?

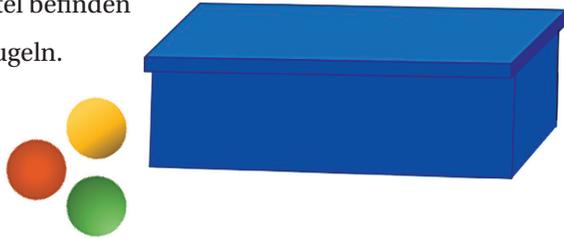
?

Wie viele Kugeln sind so schwer wie der Würfel?

[7] Die Farben der Kugeln



In dieser Schachtel befinden sich 20 farbige Kugeln.



Nimmt man aus der Schachtel (ohne hineinzuschauen) 14 Kugeln, dann ist mindestens eine rote darunter, aber auch eine grüne.

Entnimmt man hingegen 15 der Kugeln, dann ist stets mindestens eine gelbe unter den gezogenen.

Wie viele rote, gelbe und grüne Kugeln befinden sich in der Schachtel?



Schon gewusst, dass ...

... die Chance, bei der Sendung „Wer wird Millionär?“ den Höchstgewinn allein durch Erraten der 15 richtigen Antworten zu erzielen, bei 0,000000093% liegt?



[8] Sponsorenlauf

Beim letztjährigen Sponsorenlauf des Sportvereins nahmen die fünf Kinder (Anna, Ben, Clara, David und Emil) teil.



Welchen Betrag jedes einzelne Kind erlaufen hat, weiß man nicht.

Lediglich die folgenden erlaufenen Beträge sind bekannt:

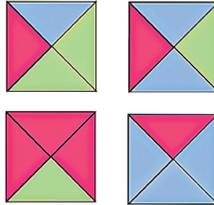
Anna + Ben	66 €	Clara + David	73 €
Ben + Emil	68 €	David + Emil	60 €
Clara + Emil	77 €	Ben + Clara	81 €
Anna + David	58 €	Emil + Anna	62 €
David + Ben	64 €	Anna + Clara	75 €

1. Welcher Gesamtbetrag wurde von den fünf Kindern erlaufen?
2. Welchen Betrag hat jedes einzelne Kind geschafft?

[9] Quadrominosteine

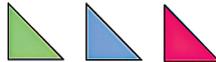


Dies sind sogenannte
„Quadrominosteine“:



Es handelt sich dabei um quadratische Plättchen mit jeweils vier gleich großen Dreiecken.

Für die Färbung der Dreiecke stehen drei verschiedene Farben zur Verfügung:



Wie viele verschiedene Färbungsmöglichkeiten gibt es für diese Quadrominosteine?

Schon gewusst, dass ...



... es Vermutungen gibt, die bis heute auf einen Beweis warten? Zu den bekanntesten gehört die Goldbachsche Vermutung, die nach dem Mathematiker Christian Goldbach benannt ist. Sie lautet: Jede gerade natürliche Zahl, die größer ist als 2, lässt sich als die Summe zweier Primzahlen schreiben.

Beispiele: $10 = 3 + 7$; $24 = 7 + 17$; $100 = 3 + 97$



[10] 19 und 24

Die Zahlen 19 und 24 spielen in dem folgenden Rätsel eine entscheidende Rolle.

In der Abbildung sind 19 Kreise zu sehen.

In diese Kreise müssen die Zahlen von 1 bis 19 hineingeschrieben werden; jede der Zahlen darf nur einmal verwendet werden.

Die drei Zahlen in den drei Kreisen, die durch gleichfarbige Linien verbunden sind, müssen jeweils zusammen den Summenwert 24 ergeben.

Eine der 12 Zahlenreihen ist schon eingetragen: $6 + 14 + 4 = 24$

