



## Leseprobe

zu

## „Bilanzierung in der Verfahrenstechnik“

von Anja R. Paschedag

Print-ISBN: 978-3-446-45410-1  
E-Book-ISBN: 978-3-446-46200-7

Weitere Informationen und Bestellungen unter  
<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-45410-1>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

# Vorwort

Die Bilanzierung ist ein elementares Handwerkszeug jedes Ingenieurs in der stoffwandelnden Industrie. Egal, ob ein Wärmeübertrager oder eine Rektifikationskolonne auszulegen ist, ob der Umsatz in einem kontinuierlichen Reaktor zu bestimmen ist oder ob für eine Anlage der  $CO_2$ -Fußabdruck berechnet werden muss – immer führt der Lösungsweg über Bilanzen.

In der Lehre an Universitäten und Hochschulen ist aber festzustellen, dass es vielen Studierenden schwerfällt, dieses grundlegende Handwerkszeug anzuwenden. Das mag unter anderem daher rühren, dass die Bilanzen, die zu betrachten sind, sehr vielfältig sein können. Auch wenn man sich auf integrale Stoff- und Energiebilanzen beschränkt, ergibt sich aus chemischen und physikalischen Wandlungsprozessen eine große Variabilität der Formulierungen. Die Berücksichtigung instationären Verhaltens führt zu Differentialgleichungen, deren Lösung aufwendig werden kann. Ein anderer Grund ist, dass Bilanzen in den einzelnen Teildisziplinen der Verfahrenstechnik nur selten methodisch behandelt, sondern meistens vorausgesetzt werden. Ein Blick in verschiedene Lehrbücher zeigt, wie oft Bilanzen zur Erklärung von verfahrenstechnisch relevanten Phänomenen, zur Auslegung von Apparaten und zur sicherheitstechnischen Beurteilung herangezogen werden. Dabei kann man sich auf das Gebiet der Thermischen Verfahrenstechnik [Mer05, Swi14], der Mechanischen Verfahrenstechnik [Boh12, Kra04], der Reaktionstechnik [BHR92, MEr07] oder der Sicherheitstechnik [Ste95] begeben. Zum Vorgehen bei der Bilanzierung findet man in diesen Büchern aber nur wenige Anhaltspunkte.

Hier ist das vorliegende Buch als Ergänzung zu verstehen. Es referiert nicht die Inhalte der genannten Disziplinen, diese werden vorausgesetzt. Es setzt an der Stelle an, an der in den meisten Büchern steht „Über eine Bilanz erhält man dafür ...“ und stattet Studierende und Ingenieure mit einer Methode aus, mit der sie die hier erforderliche Bilanz erstellen und lösen können. Damit sind sie auch in der Lage, an anderen Stellen in Studium und Beruf dieses Werkzeug zu verwenden. In der Lehre und zum eigenen Lernen eignet sich das Buch als Begleitung in den Fächern, in denen Bilanzen angewendet werden. Die Aufgaben müssen dann nicht in der vorgegebenen Reihenfolge bearbeitet werden, sondern können passend zum behandelten Thema ausgewählt werden. Auf den verfahrenstechnischen Kontext der als Beispiel herangezogenen Fragestellungen gehe ich nicht weiter ein. Durch die Fächer, die ich lehre, liegt der Schwerpunkt im Bereich Reaktionstechnik. Die Übertragbarkeit auf andere Gebiete der Verfahrenstechnik wird aber an vielen Stellen deutlich gemacht.

Das Lehr- und Übungsbuch „Bilanzierung in der Verfahrenstechnik“ stellt kompakt und verständlich eine systematische Methode vor, mit der Bilanzen für verfahrenstechnische Anwendungen bearbeitet werden können. Es bietet zum einen eine formale Struktur, mit der Bilanzen konsistent aufgestellt werden können, und zum anderen einen Überblick über die Besonderheiten einzelner Bilanzierungsprobleme. Darüber hinaus werden exemplarisch Lösungswege demonstriert. Auf diese Weise wird ein Werkzeugkasten bereitgestellt, der auf eine Vielzahl von Fragestellungen anwendbar ist.

Nach einer allgemeinen Einführung, die Gemeinsamkeiten zwischen den verschiedenen Bilanzen aufzeigt, wird die Anwendung auf Gesamtmassenbilanzen, Einzelstoffbilanzen und

Energiebilanzen diskutiert. Im Anschluss wird auf eine mögliche Kopplung verschiedener Bilanzen eingegangen. Als Ausblick wird gezeigt, wie komplex verknüpfte Bilanzen und differentiell formulierte Bilanzen mit numerischen Werkzeugen gelöst werden können. Die wichtigsten Punkte werden am Ende der Kapitel als Merksätze zusammengestellt. Neben dem theoretischen Verständnis ist für die Lösung von Bilanzproblemen sehr viel Übung erforderlich. Diese kommt in der Universitäts- und Hochschullehre manchmal etwas kurz. Das vorliegende Buch will Lehrende und Lernende dabei unterstützen, diese Lücke zu schließen. Zu jeder Gruppe von Bilanzen gibt es daher eine umfangreiche Sammlung von Übungsaufgaben mit Kurzlösungen, wobei am Beginn jedes Aufgabenblocks eine Aufgabe mit detailliertem Lösungsweg vorgestellt wird.

Begriffe, die im Text eingeführt wurden, und solche, die beim Leser vorausgesetzt werden, sind in einer Begriffserklärung mit kurzen Definitionen zusammengestellt. Auch die für die Lösung erforderlichen mathematischen Werkzeuge, die vielleicht nicht jeder gleich parat hat, sind am Ende des Buches aufgeführt.

Die Anwendung der vorgeschlagenen Methode führt bei allen Aufgaben zu einem richtigen Ergebnis, sofern sie konsequent verfolgt wird. Für erfahrene Bilanzierer ist dieser Weg aber vielfach zu umständlich. Wer also auf einem anderen, von ihm als einfacher empfundenen Weg zum gleichen Ergebnis gelangt, kann davon ausgehen, dass er die Methode des Bilanzierens so verinnerlicht hat, dass er kreativ und effizient mit ihr umgehen kann. Es wäre schön, wenn viele Leser im Laufe der Bearbeitung der Aufgaben dieses Niveau erreichen.

Die meisten Aufgaben sind im Rahmen meiner langjährigen Lehrtätigkeit an der Beuth-Hochschule für Technik Berlin als Übungs- oder Klausuraufgaben entstanden. Da sie primär der Vermittlung der Methode dienen sollen, haben sie nicht den Anspruch, die als Beispiel herangezogenen Prozesse genau zu beschreiben. Die verwendeten Stoffwerte sind in der Regel richtig. Kinetische Parameter sind in der Literatur nur sehr eingeschränkt zu finden, sodass ich hier die Werte nur grob abgeschätzt habe. Diese Werte dürfen nicht übernommen werden, wenn es darauf ankommt, den entsprechenden Prozess richtig zu beschreiben.

Damit die Aufgaben nicht dazu verführen, den im Muster vorgegebenen Lösungsweg gedankenlos auf die folgenden Aufgaben zu übertragen, enthalten manche von ihnen Stolpersteine wie Inkonsistenzen in den angegebenen Einheiten oder eine größere Zahl gegebener Werte, als für die Lösung der Aufgaben erforderlich ist.

Mein Dank gilt meinem Kollegen Rainer Geike, der mir lange Jahre mit fachlichen und didaktischen Hinweisen zur Seite stand, der die Aufgaben 5.1 und 5.8 bereitgestellt hat und mit seinen Hinweisen zum Manuskript die Qualität des Buches befördert hat. Vielen Dank auch an die Kollegen Reinhard Sperling und Wolfgang Seifert, die es auf sich genommen haben, das Manuskript auf inhaltliche Konsistenz zu prüfen und mir viele fruchtbare Anregungen gegeben haben. Viele Studierende, die die Aufgaben im Rahmen von Lehrveranstaltungen bearbeitet haben, haben mich auf Inkonsistenzen oder Rechenfehler in den Musterlösungen aufmerksam gemacht. Ohne meinen Mann Norbert wäre das Buch nicht machbar gewesen. Er hat sämtliche Abbildungen zu den Aufgaben erstellt, mich beim Layout unterstützt und mir zeitliche Freiräume zum Schreiben zugestanden.

Für die in diesem Buch enthaltenen Fehler und Mängel bin ich allein verantwortlich. Scheinbar geschlechtsspezifische Formulierungen sind generisch zu verstehen.

# Inhalt

Liste der Aufgaben .....	9
Symbolverzeichnis .....	11
<b>1 Grundlagen der Bilanzierung .....</b>	<b>15</b>
1.1 Erhaltungssätze .....	17
1.2 Allgemeine Bilanzgleichung .....	18
1.3 Integrale und differentielle Bilanzen .....	21
1.4 Modelle idealer Apparate .....	21
1.5 Herangehensweise an Bilanzierungsaufgaben .....	23
1.6 Merksätze .....	27
<b>2 Gesamtmassenbilanzen .....</b>	<b>29</b>
2.1 Herangehensweise .....	31
2.2 Merksätze .....	32
2.3 Aufgaben .....	32
2.3.1 Stationäre Bilanzen .....	32
2.3.2 Instationäre Bilanzen .....	39
<b>3 Einzelstoffbilanzen .....</b>	<b>43</b>
3.1 Herangehensweise .....	45
3.2 Merksätze .....	50
3.3 Aufgaben .....	51
3.3.1 Stationäre Bilanzen .....	51
3.3.2 Instationäre Bilanzen .....	66
<b>4 Energiebilanzen .....</b>	<b>75</b>
4.1 Herangehensweise .....	76
4.1.1 Zu- und Abströme .....	78
4.1.2 Wandlung .....	83
4.2 Merksätze .....	86
4.3 Aufgaben .....	86
4.3.1 Stationäre Bilanzen .....	86
4.3.2 Instationäre Bilanzen .....	97

<b>5</b>	<b>Verknüpfte Bilanzen .....</b>	<b>101</b>
5.1	Herangehensweise .....	102
5.2	Merksätze .....	104
5.3	Aufgaben .....	105
5.3.1	Mehrere Einzelstoffbilanzen .....	105
5.3.2	Einzelstoff- und Energiebilanzen .....	109
5.3.3	Bilanzen und thermodynamische Gleichungen .....	115
<b>6</b>	<b>Numerische Simulation .....</b>	<b>119</b>
6.1	Prozesssimulation .....	120
6.1.1	Mathematisches Modell .....	121
6.1.2	Numerische Lösung .....	123
6.2	CFD .....	124
6.2.1	Mathematisches Modell .....	125
6.2.2	Diskretisierung und numerische Lösung .....	128
6.3	Merksätze .....	130
<b>7</b>	<b>Hilfsmittel .....</b>	<b>131</b>
7.1	Begriffe .....	131
7.2	Referenzzustände .....	133
7.3	Mathematische Werkzeuge .....	133
	<b>Literatur .....</b>	<b>135</b>
	<b>Index .....</b>	<b>137</b>

# Liste der Aufgaben

Aufgabe 2.1:	Ideal gemischter Rührkessel – Volumenstrom.....	32
Aufgabe 2.2:	Rektifikation.....	33
Aufgabe 2.3:	T-Mischer.....	34
Aufgabe 2.4:	Mischer mit Entgasung.....	35
Aufgabe 2.5:	Meersalzgewinnung.....	36
Aufgabe 2.6:	Reaktor mit Abscheider.....	37
Aufgabe 2.7:	Abwasserreinigung eines Kraftwerks.....	38
Aufgabe 2.8:	Mischung im Klärwerk.....	38
Aufgabe 2.9:	Herstellung schwefliger Säure.....	39
Aufgabe 2.10:	Belüfteter Fermenter.....	41
Aufgabe 3.1:	Ideal gemischter Rührkessel – Konzentration.....	51
Aufgabe 3.2:	Fällung von Bariumsulfat.....	53
Aufgabe 3.3:	Ammoniaksynthese.....	56
Aufgabe 3.4:	Entschwefelung von Erdöl.....	58
Aufgabe 3.5:	Reaktor mit vollständigem Umsatz.....	58
Aufgabe 3.6:	Heizung einer Hütte.....	59
Aufgabe 3.7:	Schwefelwasserstoff-Verbrennung.....	60
Aufgabe 3.8:	Reaktor mit Parallelreaktionen.....	60
Aufgabe 3.9:	Reaktion und Inhibition.....	62
Aufgabe 3.10:	Methanverbrennung in einem Kraftwerk.....	63
Aufgabe 3.11:	Reaktor mit nachgeschalteter Rektifikation.....	63
Aufgabe 3.12:	Fermentation von Glukose.....	64
Aufgabe 3.13:	Rührkesselkaskade.....	65
Aufgabe 3.14:	Spaltung von Saccharose.....	66
Aufgabe 3.15:	Reaktionszeit im Batch-Reaktor.....	66
Aufgabe 3.16:	Berechnung der Geschwindigkeitskonstanten.....	68
Aufgabe 3.17:	Spaltung von Cellobiose.....	68
Aufgabe 3.18:	Dimerisierung von Essigsäure.....	69
Aufgabe 3.19:	Halbierung der Konzentration.....	69
Aufgabe 3.20:	Spülen eines Reaktors.....	70
Aufgabe 3.21:	Umsatz im Batch-Reaktor.....	70
Aufgabe 3.22:	Dioxanherstellung.....	71

Aufgabe 3.23:	Weingärung.....	71
Aufgabe 3.24:	Milchsäuregärung .....	72
Aufgabe 3.25:	Sterilisation von Milch .....	72
Aufgabe 3.26:	Wirbelschicht und Festbettreaktor .....	73
Aufgabe 4.1:	Rohrleitung zwischen zwei Apparaten .....	86
Aufgabe 4.2:	Reaktor mit Kühlmantel .....	87
Aufgabe 4.3:	Crash-Eis.....	89
Aufgabe 4.4:	Rohrbündel-Wärmeübertrager .....	90
Aufgabe 4.5:	Gegenstrom-Wärmeübertrager.....	90
Aufgabe 4.6:	Rohrreaktor mit Temperiermantel .....	91
Aufgabe 4.7:	Beheizter Batch-Reaktor.....	92
Aufgabe 4.8:	Katalytischer Zerfall .....	93
Aufgabe 4.9:	Reaktionswärme einer Zersetzung .....	93
Aufgabe 4.10:	Dampferzeuger .....	94
Aufgabe 4.11:	Katalytische Abluftreinigung.....	95
Aufgabe 4.12:	Herstellung eines Aromastoffs .....	96
Aufgabe 4.13:	Dampfsterilisation von Milch.....	96
Aufgabe 4.14:	Anfahren eines Rührapparats.....	97
Aufgabe 4.15:	Temperaturanstieg in einem Ammoniaktank .....	99
Aufgabe 4.16:	Gedämmter Laborreaktor .....	99
Aufgabe 4.17:	Goldschmidt-Verfahren .....	100
Aufgabe 5.1:	Synthese von Acetaldehyd.....	105
Aufgabe 5.2:	Methylierung von Benzol.....	108
Aufgabe 5.3:	Bromierung von Ethylen.....	109
Aufgabe 5.4:	Temperierung eines Reaktors .....	110
Aufgabe 5.5:	Ausfall der Reaktorkühlung .....	113
Aufgabe 5.6:	Dimerisierung von Stickstoffdioxid .....	113
Aufgabe 5.7:	Acetonsynthese .....	114
Aufgabe 5.8:	Wassergas-Shift-Reaktion .....	115
Aufgabe 5.9:	Mischung von Säuren .....	117

# Liste der Aufgaben

Aufgabe 2.1:	Ideal gemischter Rührkessel – Volumenstrom.....	32
Aufgabe 2.2:	Rektifikation.....	33
Aufgabe 2.3:	T-Mischer.....	34
Aufgabe 2.4:	Mischer mit Entgasung.....	35
Aufgabe 2.5:	Meersalzgewinnung.....	36
Aufgabe 2.6:	Reaktor mit Abscheider.....	37
Aufgabe 2.7:	Abwasserreinigung eines Kraftwerks.....	38
Aufgabe 2.8:	Mischung im Klärwerk.....	38
Aufgabe 2.9:	Herstellung schwefliger Säure.....	39
Aufgabe 2.10:	Belüfteter Fermenter.....	41
Aufgabe 3.1:	Ideal gemischter Rührkessel – Konzentration.....	51
Aufgabe 3.2:	Fällung von Bariumsulfat.....	53
Aufgabe 3.3:	Ammoniaksynthese.....	56
Aufgabe 3.4:	Entschwefelung von Erdöl.....	58
Aufgabe 3.5:	Reaktor mit vollständigem Umsatz.....	58
Aufgabe 3.6:	Heizung einer Hütte.....	59
Aufgabe 3.7:	Schwefelwasserstoff-Verbrennung.....	60
Aufgabe 3.8:	Reaktor mit Parallelreaktionen.....	60
Aufgabe 3.9:	Reaktion und Inhibition.....	62
Aufgabe 3.10:	Methanverbrennung in einem Kraftwerk.....	63
Aufgabe 3.11:	Reaktor mit nachgeschalteter Rektifikation.....	63
Aufgabe 3.12:	Fermentation von Glukose.....	64
Aufgabe 3.13:	Rührkesselkaskade.....	65
Aufgabe 3.14:	Spaltung von Saccharose.....	66
Aufgabe 3.15:	Reaktionszeit im Batch-Reaktor.....	66
Aufgabe 3.16:	Berechnung der Geschwindigkeitskonstanten.....	68
Aufgabe 3.17:	Spaltung von Cellobiose.....	68
Aufgabe 3.18:	Dimerisierung von Essigsäure.....	69
Aufgabe 3.19:	Halbierung der Konzentration.....	69
Aufgabe 3.20:	Spülen eines Reaktors.....	70
Aufgabe 3.21:	Umsatz im Batch-Reaktor.....	70
Aufgabe 3.22:	Dioxanherstellung.....	71

Aufgabe 3.23:	Weingärung.....	71
Aufgabe 3.24:	Milchsäuregärung .....	72
Aufgabe 3.25:	Sterilisation von Milch .....	72
Aufgabe 3.26:	Wirbelschicht und Festbettreaktor .....	73
Aufgabe 4.1:	Rohrleitung zwischen zwei Apparaten .....	86
Aufgabe 4.2:	Reaktor mit Kühlmantel .....	87
Aufgabe 4.3:	Crash-Eis.....	89
Aufgabe 4.4:	Rohrbündel-Wärmeübertrager .....	90
Aufgabe 4.5:	Gegenstrom-Wärmeübertrager.....	90
Aufgabe 4.6:	Rohrreaktor mit Temperiermantel .....	91
Aufgabe 4.7:	Beheizter Batch-Reaktor.....	92
Aufgabe 4.8:	Katalytischer Zerfall .....	93
Aufgabe 4.9:	Reaktionswärme einer Zersetzung .....	93
Aufgabe 4.10:	Dampferzeuger .....	94
Aufgabe 4.11:	Katalytische Abluftreinigung.....	95
Aufgabe 4.12:	Herstellung eines Aromastoffs .....	96
Aufgabe 4.13:	Dampfsterilisation von Milch.....	96
Aufgabe 4.14:	Anfahren eines Rührapparats.....	97
Aufgabe 4.15:	Temperaturanstieg in einem Ammoniaktank .....	99
Aufgabe 4.16:	Gedämmter Laborreaktor .....	99
Aufgabe 4.17:	Goldschmidt-Verfahren .....	100
Aufgabe 5.1:	Synthese von Acetaldehyd.....	105
Aufgabe 5.2:	Methylierung von Benzol.....	108
Aufgabe 5.3:	Bromierung von Ethylen.....	109
Aufgabe 5.4:	Temperierung eines Reaktors .....	110
Aufgabe 5.5:	Ausfall der Reaktorkühlung .....	113
Aufgabe 5.6:	Dimerisierung von Stickstoffdioxid .....	113
Aufgabe 5.7:	Acetonsynthese .....	114
Aufgabe 5.8:	Wassergas-Shift-Reaktion .....	115
Aufgabe 5.9:	Mischung von Säuren .....	117

# 2

## Gesamtmassenbilanzen



### Nichts geht verloren

Die Gesamtmassenbilanz ist das Kernstück der verfahrenstechnischen Bilanzierung. Mit ihrer Hilfe können die häufig verwendeten Volumenströme oder auch Strömungsgeschwindigkeiten berechnet werden. Sie kann helfen, Probleme im Betrieb, wie etwa Leckagen, zu finden. Häufig wird sie von Verfahrensingenieuren unbewusst eingesetzt – aber da schlummern Gefahren, derer man sich bewusst werden sollte.

Dieses Kapitel zeigt,

- wie vielfältig die Anwendung von Gesamtmassenbilanzen ist und
- wie einfach sie aufgestellt werden können.

Die Erhaltung der Gesamtmasse ist einer der am häufigsten verwendeten verfahrenstechnischen Grundsätze. Da die Gesamtmasse wandlungsfrei ist, gilt hier im engeren Sinn „Was reingeht, muss auch wieder rauskommen – oder drin bleiben.“ Dieser Grundsatz lässt sich leicht verinnerlichen und in vielen Fällen auch gut prüfen. Sei es bei der Berechnung von Strömen im Inneren einer Anlage, sei es bei der Suche nach Leckagen – die Gesamtmassenbilanz über den betrachteten Apparat oder Anlagenteil kann Antworten liefern oder zumindest aufzeigen, in welcher Richtung weiter nach ihnen zu suchen ist.

Häufig werden Gesamtmassenbilanzen auf stationäre Prozesse angewendet. Dann muss ohne Abstriche das wieder herauskommen, was hineingeht. Werden in einem stationär betriebenen Apparat mehrere Ströme gemischt, die diesen Apparat dann in einem Strom verlassen, so muss der Abstrom gleich der Summe der Zuströme sein. Wenn die Dichte in allen Zuströmen gleich und über den Prozess konstant ist, können statt der Massenströme auch Volumenströme betrachtet werden. Aber Vorsicht, diese Annahme ist nur selten erfüllt. Insbesondere, wenn es mehrere Zuströme verschiedener Zusammensetzung gibt oder wenn Gasströme beteiligt sind, unterscheiden sich die Dichten meistens. In Fließbildern und Steuerungstools werden die Ströme aber häufig volumenbezogen angegeben, sodass auch in der Bilanzierung die Verwendung von Volumenströmen naheliegt. Hier ist große Aufmerksamkeit erforderlich, um keine Bilanzfehler zu machen, die dann zu Auslegungs- oder Steuerungsfehlern führen. Zur Sicherheit sollte immer zuerst eine „echte“ Massenbilanz erstellt werden, in die dann gemäß

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V}$$

die Volumenströme eingeführt werden.

Was bei der Betrachtung eines Apparats selbstverständlich erscheint, gerät bei der Betrachtung einer Rohrleitung oder eines anderen Anlagenteils, bei dem primär auf die Strömungsverhältnisse geschaut wird, nicht selten aus dem Blick. Für die Strömungsbetrachtung ist die gegenseitige Beeinflussung von Druck und Geschwindigkeit zentral. Diese Beziehung steht in der Impulsbilanz, die in der Regel in Form der um den Reibungsdruckverlust erweiterten

Bernoulli-Gleichung benutzt wird. Der aus der reibungsfreien Bernoulli-Gleichung abgeleitete Zusammenhang „großer Druck – kleine Geschwindigkeit, kleiner Druck – große Geschwindigkeit“ wird dann manchmal so uminterpretiert, dass aus einem reibungsbedingten Druckabfall auf eine Geschwindigkeitszunahme geschlossen wird. Das widerspricht der Massenerhaltung und muss auf jeden Fall vermieden werden. Hier hilft die Massenbilanz bei der Kontrolle und Interpretation von Ergebnissen aus der Bernoulli-Gleichung, teilweise ermöglicht sie die Lösung dieser Gleichung auch erst. So gibt es oft Fragestellungen der Art, dass für eine durchströmte Geometrie (das kann ein Rohr mit oder ohne Querschnittsänderung sein, aber auch ein Ventil, ein statischer Mischer oder ein Wärmeübertrager) der Volumenstrom und damit die Geschwindigkeit am Zulauf zusammen mit dem Druck an dieser Stelle bekannt sind. Soll der Druck am Ablauf bestimmt werden, tritt in der Bernoulli-Gleichung als zusätzliche Unbekannte die Geschwindigkeit am Ablauf auf. Um sie zu bestimmen, ist eine Gesamtmassenbilanz erforderlich.

Ein wichtiger Einsatzbereich von Massenbilanzen ist die Anlagenkontrolle. Um festzustellen, ob es Leckagen gibt, die zu unerwarteten Zu- oder Abströmen führen, können sie ohne großen Aufwand eingesetzt werden. Solche ungeplanten „Wege“ von Massenströmen können den Prozess beeinflussen, etwa wenn Luft in einen unter reduzierenden Bedingungen ablaufenden Prozessschritt eindringt. Sie können eine Gefährdung für Menschen und Umwelt darstellen, wenn toxische Gase oder Flüssigkeiten aus einer Anlage in die Umgebung austreten. Auch Ablagerungen im Apparat machen sich in der Massenbilanz bemerkbar. Je nach Art des Apparates und der möglichen Ablagerungen kann dies entweder eine unproblematische Erklärung für gewisse Abweichungen in der Bilanz sein, oder auf eine Prozessgefährdung hinweisen. So können rechtzeitig Gegenmaßnahmen ergriffen werden, um zu vermeiden, dass dünne Verbindungskanäle durch Ablagerungen verstopfen oder die Ablagerungen den Prozess chemisch beeinflussen.

Auch bei instationären Vorgängen, wie etwa dem Befüllen eines Apparats, kann eine Gesamtmassenbilanz ein wichtiges Auslegungswerkzeug sein. Hierbei ist es genauso wichtig, den Unterschied zwischen Masse und Volumen zu beachten. Die wenigsten technischen Gemische verhalten sich ideal. In der Regel treten Exzessvolumina auf, also Änderungen des Volumens durch den Mischvorgang. Um diesen Effekt richtig zu erfassen, muss bekannt sein, nach welchem thermodynamischen Gesetz die Mischung abläuft. Gegebenenfalls muss dabei auch die aus der Mischung resultierende Temperaturänderung berücksichtigt werden. Daraus kann dann mit Hilfe der Massenbilanz bestimmt werden, welches Volumen die Mischung am Ende einnimmt bzw. welche Menge an Ausgangsstoffen zugeführt werden muss, um ein bestimmtes Apparatvolumen zu befüllen.

Neben der Bearbeitung von Fragestellungen, die allein auf Grundlage von Gesamtmassenbilanzen erfolgen kann, bilden diese Bilanzen eine Grundlage für fast alle Einzelstoff- und Energiebilanzen, die in den folgenden Kapiteln besprochen werden.

## ■ 2.1 Herangehensweise

Gesamtmassenbilanzen sind die einfachste Art von Bilanzen, die in der Verfahrenstechnik zu handhaben sind. In den betrachteten Systemen wird die Gesamtmasse erhalten. Damit treten hier keine Wandlungsterme auf, die andere Bilanzen teilweise nichtlinear und damit analytisch schwer lösbar machen.

Auch molekulare Transportterme treten nicht auf. Die konvektive Geschwindigkeit ist als Geschwindigkeit der Massenpunkte bestimmt. Daher kann es keine Bewegung der Gesamtmasse relativ zur Konvektion geben. Dementsprechend kommen in Gesamtmassenbilanzen nur Speicherterme für die zeitliche Veränderung der Gesamtmasse eines instationären Systems und konvektive Zu- und Abströme vor.



Die Grundform der Gesamtmassenbilanz lautet:

$$\frac{dm}{dt} = \sum \dot{m}_{zu} - \sum \dot{m}_{ab} \quad (2.1)$$

An Stelle der Massenströme sind in vielen Fällen die Volumenströme oder die mittleren Geschwindigkeiten der Ströme relevant, sodass der Massenstrom unter Verwendung dieser Größen ausgedrückt werden muss:

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V} = \rho \cdot A \cdot w \quad (2.2)$$

Die Fehlerquelle bei Gesamtmassenbilanzen liegt also nicht in der Komplexität der zu berücksichtigenden Terme, sondern besteht eher darin, dass die Bilanzen zu einfach „aus dem Bauch heraus“ aufgestellt werden. Das hat nicht selten den Effekt, dass statt der Massenerhaltung eine Volumenerhaltung angesetzt wird, die es aber nicht gibt. Lediglich in Systemen mit konstanter Dichte lässt sich gemäß

$$V = \frac{m}{\rho} \quad (2.3)$$

die Gesamtmassenbilanz über die Volumina formulieren.

Ist ein System hinsichtlich der Gesamtmasse **stationär**, bedeutet das, dass sich die Masse des Systems mit der Zeit nicht ändert. Zusätzlich wird darunter verstanden, dass sich auch die Zu- und Abströme nicht mit der Zeit ändern. Damit ergibt sich die einfache Form:

$$\sum \dot{m}_{zu} = \sum \dot{m}_{ab} \quad (2.4)$$

Aus konstanten Massenströmen können einfach die in einer vorgegebenen Zeit transportierten Massen berechnet werden oder umgekehrt:

$$\dot{m} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad (2.5)$$

**Instationäre** Gesamtmassenbilanzen beschreiben zum Beispiel das Befüllen eines Behälters. Auf die in Abschnitt 1.4 vorgestellten Modelle idealer Apparate lassen sie sich nicht anwenden, da in allen diesen Modellansätzen die Annahme steckt, dass sich die Gesamtmasse im System nicht ändert.

Im Aufgabenteil sollen zwei Beispiele vorgestellt werden, die die Annahmen dieser Modelle erweitern und daher die Beschreibung durch eine instationäre Gesamtmassenbilanz benötigen.

## ■ 2.2 Merksätze



- Bei Gesamtmassenbilanzen müssen Dichteunterschiede beachtet werden.
- In Gesamtmassenbilanzen treten keine molekularen Ströme auf.
- Der Wandlungsterm der Gesamtmassenbilanz ist null.

## ■ 2.3 Aufgaben

### 2.3.1 Stationäre Bilanzen



#### Aufgabe 2.1 Ideal gemischter Rührkessel – Volumenstrom

*Diese Aufgabe verwendet zwar Zahlenwerte für einen fiktiven Prozess, ist in ihrer Grundform aber Bestandteil vieler Bilanzaufgaben, in denen der Volumenstrom des Ablaufs ein wichtiger Parameter ist – seien es Einzelstoff- oder Energiebilanzen.*

Einem stationär betriebenen idealen Rührkessel werden zwei Reaktionspartner in separaten Strömen zugeführt. Durch die Reaktion ergibt sich eine Dichte im Reaktor, die nicht dem Mittelwert der Dichten der Zulaufströme entspricht.

Wie groß ist der Ablauf-Volumenstrom?

$$\rho_{zu1} = 819 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{zu2} = 830 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_R = 845 \text{ kg/m}^3$$

$$\dot{V}_{zu1} = 53 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$\dot{V}_{zu2} = 41 \text{ m}^3/\text{h}$$



#### Musterlösung 2.1

In Bild 2.1 ist der Apparat mit dem Bilanzraum gezeichnet. Es ist zu erkennen, dass drei Ströme über die Bilanzgrenze treten: zwei Zuströme und ein Abstrom.

# Index

## A

Abstrom 19, 31  
Anfangsbedingungen 127  
Arrhenius-Gleichung 47

## B

Bilanz  
– differentielle 21, 125  
– integrale 21  
Bilanzgleichung 18  
Bilanzgrenze 19, 24, 82  
Bilanzgröße 18, 23  
Bilanzraum 17, 24  
BR 22

## C

CSTR 22

## D

Differentialgleichung 123, 125  
Diffusion 19, 45

## E

Einzelstoffbilanz 23, 101, 102, 121, 126  
Element, chemisches 44  
Energie  
– innere 76  
– kinetische 18  
Energie, innere 18  
Energiebilanz 16, 23, 101, 103, 121, 126  
Energiedissipation 83  
Energieerhaltung 17  
Energieform 18  
Energiewandlung 18  
Erhaltungsgröße 18

Erhaltungssätze 17

## F

Fehler 31, 124  
Finite-Elemente-Methode 129  
Finite-Volumen-Methode 128

## G

Gesamtenergie 17  
Gesamtmasse 17  
Gesamtmassenbilanz 23, 101, 121, 126  
Geschwindigkeit 19, 31  
Gesetze, thermochemische 78  
Gleichgewicht 20, 43, 48, 101, 103, 121  
Gleichungssystem 123  
Größe  
– extensive 19  
– intensive 19, 125  
– molare 83  
– spezifische 83

## I

Impulsbilanz 126  
Impulserhaltung 17, 29

## K

Kinetik 20, 43  
Koeffizienten, stöchiometrische 46  
Kontinuitätsgleichung →  
Gesamtmassenbilanz  
Konzentration 45  
Kopplung 20

## L

Lattice-Boltzmann-Methode 129

**M**

Masse, molare 45  
Massenerhaltung 17  
Massenstrom 19  
Maßstabsübertragung 120  
Mischung 124

**N**

Nichtlinearität 20

**O**

Ökobilanz 16

**P**

Parameter 26  
Partialdruck 45  
Partikelzahl 49  
PFR 22, 49  
Phasenübergang 43, 83  
Prozesssimulation 44, 119

**R**

Randbedingungen 127  
Reaktion  
– endotherme 84  
– exotherme 84  
Reaktion, chemische 43  
Reaktionsgeschwindigkeit 46, 84  
Reibung, viskose 19  
Rührkessel  
– idealer diskontinuierlicher → BR  
– idealer kontinuierlicher → CSTR

**S**

Simulation  
– dynamische 123  
– statische 123  
Smoothed-Particle-Hydrodynamics 130  
Speicherterm 19, 31, 126  
Spezies, chemische 17, 45  
Stationarität 19, 21, 31

Stoffmenge 45  
Strömung 17  
Strömungsrrohr, ideales → PFR  
Strömungssimulation 120  
Systeme, disperse 23

**T**

Teilmassen 17  
Temperatur 75, 101, 125  
Thermodynamik 30, 45, 101, 103, 122  
– erster Hauptsatz der 76  
Transport  
– konvektiver 19, 45, 78, 126  
– molekularer 19, 45, 80, 126  
Transportgröße 21, 125  
Turbulenzmodell 127

**U**

Umsatz 43, 101  
Umsatzvariable 20, 48

**V**

Verlustwärmestrom 80  
Verweilzeit 24  
Volumenstrom 29, 31  
Vorgehen 23, 31, 45, 78  
Vorzeichen 81

**W**

Wärme, latente 83  
Wärmedurchgang 82  
Wärmeenergie 77  
Wärmeleitung 19, 80  
Wärmestrahlung 20  
Wandlung 18, 20, 47, 83, 126

**Z**

Zeitgesetz 47  
Zonenmodell 24  
Zustandsgleichung 103  
Zustrom 19, 31