

Heinrich Hemme

# Die magischen Vierecke

---

Rätsel und Knobeleyen  
aus 1001 Nacht

Mit Illustrationen von Matthias Schwoerer

Anaconda

Die Originalausgabe erschien 2004 im Rowohlt Taschenbuch Verlag, Reinbek bei Hamburg, unter dem Titel *Die magischen Vierecke des Abu l-Wafa. Rätsel und Knobeleyen wie aus 1001 Nacht*.

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet unter <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2019 Anaconda Verlag GmbH, Köln

Alle Rechte vorbehalten.

Umschlagmotive: Matthias Schwoerer

Umschlaggestaltung: Harald Braun, Berlin

Satz und Layout: [www.paque.de](http://www.paque.de)

Printed in Czech Republic 2019

ISBN 978-3-7306-0694-0

[www.anacondaverlag.de](http://www.anacondaverlag.de)

[info@anacondaverlag.de](mailto:info@anacondaverlag.de)

# Inhalt

---

Vorwort .....	<b>9</b>	
Orientalische Kopfnüsse .....	<b>13</b>	
und wie man sie knackt.....		<b>71</b>
	Aufgabe	Lösung
<b>1</b> Das magische Quadrat Buduh .....	<b>15</b>	<b>73</b>
<b>2</b> Lachende Erben .....	<b>16</b>	<b>74</b>
<b>3</b> Zehn auf einen Streich .....	<b>17</b>	<b>75</b>
<b>4</b> Die Kunst des Teilens .....	<b>18</b>	<b>76</b>
<b>5</b> Dreieck, Sechseck und Kreis .....	<b>18</b>	<b>76</b>
<b>6</b> Befreundete Zahlen .....	<b>19</b>	<b>77</b>
<b>7</b> Der Satz des Pythagoras .....	<b>20</b>	<b>79</b>
<b>8</b> Der Kauf der hundert Vögel .....	<b>21</b>	<b>81</b>
<b>9</b> Das Rechteck im Dreieck .....	<b>22</b>	<b>85</b>
<b>10</b> Das Quadrat im Dreieck.....	<b>23</b>	<b>86</b>
<b>11</b> Das Fünfeck im Quadrat.....	<b>23</b>	<b>87</b>
<b>12</b> Die Mathematik der Liebe .....	<b>24</b>	<b>89</b>
<b>13</b> Das Bauernkreuz .....	<b>25</b>	<b>89</b>
<b>14</b> Der fleißige Kaufmann .....	<b>26</b>	<b>91</b>
<b>15</b> Die Vierecke des Abu l-Wafa.....	<b>26</b>	<b>92</b>
<b>16</b> Der fromme Mann.....	<b>27</b>	<b>93</b>
<b>17</b> Ein zweiter frommer Mann .....	<b>28</b>	<b>95</b>
<b>18</b> Die magische Konstante magischer Quadrate..	<b>28</b>	<b>96</b>
<b>19</b> Flächen aus Zahlen .....	<b>29</b>	<b>97</b>
<b>20</b> Die geschwänzten Zahlen.....	<b>31</b>	<b>100</b>
<b>21</b> Die Zisterne.....	<b>33</b>	<b>102</b>
<b>22</b> Der Silbermünzenschatz.....	<b>33</b>	<b>103</b>
<b>23</b> Der faule Arbeiter .....	<b>34</b>	<b>105</b>
<b>24</b> Mein und Dein .....	<b>34</b>	<b>106</b>

25	Das Schilfrohr im Wind . . . . .	35	107
26	Der Kampf um den Fisch . . . . .	36	108
27	Der Pferdehandel . . . . .	36	109
28	Der Wert des Rings . . . . .	37	110
29	Das vererbte Schwert. . . . .	37	111
30	Die Grundstücksteilung . . . . .	38	111
31	Die Hände voller Geld. . . . .	39	113
32	Zahlenraten. . . . .	39	114
33	Halbieren und Verdoppeln. . . . .	40	116
34	Zahlenreste . . . . .	41	118
35	Die Mathematik des Weintrinkens. . . . .	41	119
36	Eine Zahlenspielerei. . . . .	43	120
37	Ein Punkt im Dreieck . . . . .	44	120
38	Die Getreideernte. . . . .	44	121
39	Der geknickte Stab. . . . .	45	122
40	Die sieben Erben . . . . .	45	122
41	Der Baum im Wasser . . . . .	46	123
42	Die Hüter des Gartens. . . . .	47	124
43	Gewichtsstücke. . . . .	48	124
44	Die Verfolgung. . . . .	48	128
45	Eine zweite Verfolgung . . . . .	48	128
46	Die Begegnung . . . . .	49	129
47	Der unentschlossene Bote. . . . .	49	129
48	Der Brunnenbau. . . . .	50	131
49	Seltsame Verwandtschaft . . . . .	50	132
50	Badepreise nach Glaubensbekenntnis. . . . .	51	133
51	Anglerlatein. . . . .	52	134
52	Das Vermögen . . . . .	52	135
53	Der große Rösselsprung . . . . .	53	135
54	Der Geldwechsler. . . . .	53	137
55	Der Lohn der Arbeit . . . . .	54	137

<b>56</b>	<b>Seid begrüßt! . . . . .</b>	<b>54</b>	<b>137</b>
<b>57</b>	<b>Schüler und Taugenichtse. . . . .</b>	<b>55</b>	<b>138</b>
<b>58</b>	<b>Panmagische Quadrate . . . . .</b>	<b>56</b>	<b>139</b>
<b>59</b>	<b>Magische Quadrate höherer Ordnung . . . . .</b>	<b>57</b>	<b>139</b>
<b>60</b>	<b>Lateinische Quadrate. . . . .</b>	<b>58</b>	<b>148</b>
<b>61</b>	<b>Der Kampf der Türme . . . . .</b>	<b>59</b>	<b>149</b>
<b>62</b>	<b>Die Schachlegende . . . . .</b>	<b>60</b>	<b>150</b>
<b>63</b>	<b>Wanderungen um den See . . . . .</b>	<b>61</b>	<b>151</b>
<b>64</b>	<b>Das Kapital . . . . .</b>	<b>62</b>	<b>152</b>
<b>65</b>	<b>Der Springertausch . . . . .</b>	<b>62</b>	<b>153</b>
<b>66</b>	<b>Das Sieben-Springer-Problem . . . . .</b>	<b>63</b>	<b>155</b>
<b>67</b>	<b>Die Wanderung der Springer. . . . .</b>	<b>64</b>	<b>156</b>
<b>68</b>	<b>Der kleine Rösselsprung . . . . .</b>	<b>65</b>	<b>157</b>
<b>69</b>	<b>Flächenteilungen . . . . .</b>	<b>65</b>	<b>157</b>
<b>70</b>	<b>Gleichschenklige Dreiecke . . . . .</b>	<b>66</b>	<b>158</b>
<b>71</b>	<b>Sauerhonig . . . . .</b>	<b>67</b>	<b>161</b>
<b>72</b>	<b>Das Stomachion des Archimedes . . . . .</b>	<b>67</b>	<b>161</b>
	<b>Weiterführende Literatur . . . . .</b>		<b>165</b>
	<b>Register . . . . .</b>		<b>167</b>

## Vorwort

---

Als im 5. Jahrhundert n. Chr. das Römische Reich unterging, verschwand in Europa nicht nur ein Staat, sondern mit ihm auch ein großer Teil seiner Kultur. Vor allem die Leistungen der griechischen Philosophen, Mathematiker, Physiker, Astronomen und Ingenieure gerieten in Vergessenheit und warfen das Abendland kulturell um Jahrhunderte zurück.

632 starb in Medina der Prophet Mohammed, und bereits 717, fünfundachtzig Jahre später, herrschte sein Nachfolger, der Omaisjade Omar II., über ein Reich, das sich vom Himalaja bis zu den Pyrenäen und vom Schwarzen Meer bis zum Golf von Aden erstreckte. Die Kalifen und Fürsten holten Wissenschaftler an ihre Höfe und förderten freigebig deren Studien. Schon bald entdeckten sie die Schriften der griechischen Antike und begannen, sie ins Arabische zu übersetzen und durch eigene Forschungen zu erweitern. Auch aus dem indischen Wissen schöpften sie vieles. So übernahmen sie beispielsweise das indische Zahlensystem mit der Null und dem sich je nach Position in der Zahl ändernden Wert einer Ziffer.

Für die arabischen Mathematiker war die Mathematik nicht nur eine Hilfswissenschaft für Handel, Vermessungswesen, Astronomie und Technik. Sie betrieben die mathematische Forschung nicht nur um ihrer selbst willen, sondern sie betrachteten sie auch als intellektuelle Unterhaltung. Sie erfanden eine Unmenge von mathematischen Denksportaufgaben, sammelten die aus anderen Kulturen und gaben sie weiter. In vielen arabischen Aufgabensammlungen sind solche mathematischen Rätsel eingestreut.

Der Mathematiker Abu Kamil schrieb sogar ein eigenes Buch über ein spezielles Problem der Unterhaltungsmathematik, das er seinen Lesern vorstellt und löst. Es trägt den Titel *Das Buch der Seltenheiten der Rechenkunst* und beginnt folgendermaßen:

»Im Namen Gottes, des Barmherzigen und Gnädigen! Es spricht Schudscha ibn Aslam, bekannt unter dem Namen Abu Kamil: Ich kenne eine besondere Art der Rechnungen, die bei Vornehmen und Geringen, bei Gelehrten und Ungelehrten erzählt werden, an denen sie sich ergötzen und die sie neu und schön finden. Es fragt einer den anderen nach der Lösung, dann wird ihm mit einer ungenauen, nur für möglich gehaltenen Antwort erwidert. Sie erkennen darin weder ein Prinzip noch eine Regel. Es pflegten viele Vornehme und Geringe mich über Aufgaben der Rechenkunst zu fragen, dann antwortete ich ihnen für jede einzelne Aufgabe mit der einzigen Antwort, wenn es keine andere gab, aber oft gab es für eine Aufgabe zwei, drei, vier oder mehr Antworten. (...) Da war meine Verwunderung hierüber groß, und ich machte die Erfahrung, dass ich, wenn ich von dieser Entdeckung erzählte, angestaunt oder für unfähig erachtet wurde oder dass diejenigen, die mich nicht kannten, einen falschen Verdacht gegen mich fassten. Da entschloss ich mich, über diese Rechnungsart ein Buch zu schreiben.«

Etwa ab dem 13. Jahrhundert entdeckten die Europäer die Bücher der Araber und begannen, sie ins Lateinische zu übersetzen. Auf diese Weise gelangten das Wissen der griechischen Antike, das indische Zahlensystem und die wissenschaftlichen Leistungen der Araber ins mittelalterliche Abendland. Aber auch viele Aufgaben der Unterhaltungsmathematik wurden aus dem Arabischen übersetzt, vor allem



vom Mathematiker Leonardo von Pisa, der die arabischen Länder bereist hatte und dessen Bücher später in ganz Europa gelesen wurden. So kommt es, dass man heute noch in vielen Zeitschriften und Rätselbüchern immer wieder auf Knobeleyen trifft, die sich schon die Araber in fast der gleichen Form vor tausend Jahren gestellt haben.

In diesem Buch finden Sie Probleme der Unterhaltungsmathematik, die arabischen Manuskripten vom 8. bis zum 17. Jahrhundert entnommen wurden. Manche Aufgaben stammen auch von persischen oder jüdischen Autoren, die in den arabischen Ländern lebten. Die Aufgaben selbst sind freie Übersetzungen der Originaltexte. Im Folgenden werden die Probleme mit moderner Mathematik gelöst und in der Regel nicht wie in den arabischen Manuskripten. Eine wört-



liche Übersetzung der Originallösungen wäre für den heutigen Leser nur schwer verdauliche Kost.

Für manche der alten arabischen Aufgaben gibt es moderne Varianten oder Weiterentwicklungen. Auch diese finden Sie hier. Ich danke Ulrich Rebstock aus Freiburg und Helmut Postl aus Wien, ohne deren Hilfe ich dieses Buch nicht hätte schreiben können.

*Heinrich Hemme*

# **Orientalische Kopfnüsse**

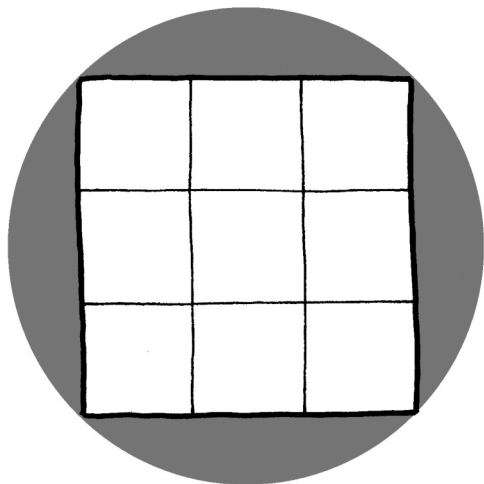
---

# 1 Das magische Quadrat Buduh

---

Abu Abdallah Dschabir ibn Hayyan el-Sufi, der im Abendland unter dem Namen Geber bekannt ist, lebte in der zweiten Hälfte des 8. Jahrhunderts in Kufa im heutigen Irak. Man bezeichnet ihn auch häufig als den Vater der Alchimie.

Dschabir ibn Hayyan verfeinerte die chemischen Techniken seiner Zeit und erfand Apparaturen wie den Destillierhelm und den Sublimationstrichter. Er entdeckte viele Mineralien und Säuren, entwickelte Rostschutzmittel, Verfahren zur Beschriftung von Gold und Leder, wasserfeste Lackierungen von Kleidung und Methoden zur Bestimmung des Gold- und Silbergehalts in Legierungen. Viele Ausdrücke, die er verwendete, zum Beispiel Alkali, sind heute in fast allen Sprachen verbreitet. Er soll mehr als hundert Bücher verfasst haben, was aber vermutlich stark übertrieben ist.



In dem ihm zugeschriebenen *Buch der Wagen* taucht erstmals in der arabischen Literatur ein magisches Quadrat auf. Es hat neun Zahlenfelder, wurde Buduh genannt und sollte die magische Kraft haben, Geburten zu erleichtern. Dschabir ibn Hayyan gibt dafür folgende Gebrauchsanweisung: Man zeichne die Figur auf zwei noch nie von Wasser benetzte Binden aus Leinwand; die schwangere Frau sieht die Binden mit der magischen Figur an; man schiebt sie ihr unter die Füße, und alsbald zeigt sich das Kind zur Geburt bereit.

In den neun Feldern des magischen Quadrats sind die Zahlen von 1 bis 9 so verteilt, dass die Summe der drei Zahlen in den drei Zeilen, den drei Spalten und den beiden Diagonalen jeweils den gleichen Wert ergibt.

Finden Sie alle Möglichkeiten, wie die Zahlen im magischen Quadrat angeordnet sein können.

## 2 Lachende Erben

---

Einer der ersten bedeutenden arabischen Mathematiker war Abu Abdallah Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi. Er lebte etwa 780–850 in Bagdad und stand als Astronom und Geograf im Dienst des Kalifen. Auf seinen Namen geht das Wort »Algorithmus« zurück. Al-Khwarizmi verfasste zahlreiche mathematische, astronomische und historische Werke, seinen großen Ruhm aber verdankte er seinen beiden Büchern über Arithmetik und Algebra. Im ersten Buch erklärt er unter anderem auch das indische Positionssystem der Zahlen und das Rechnen in diesem System.

Über das zweite Werk schreibt er, er habe auf Verlangen des Kalifen al-Mamun ein kurz gefasstes Buch geschrieben »mit Beschränkung auf das Anmutige und Hochgeschätzte des Rechenverfahrens für das, was die Leute fortwährend notwendig brauchen bei ihren Erbschaften und ihren Vermächtnissen, bei ihren Teilungen und ihren Prozessbescheiden, bei ihren Handelsgeschäften und bei allem, womit sie sich gegenseitig befassen, von der Ausmessung der Ländereien und Herstellung der Kanäle und der Geometrie und anderem dergleichen nach seinen Gesichtspunkten und Arten«. Aus diesem zweiten Buch stammt auch das folgende unterhaltsame Problem:

Eine Frau hatte einen Mann, einen Sohn und drei Töchter. Als sie starb, vermachte sie  $\frac{1}{8}$  und  $\frac{1}{7}$  ihres Besitzes einem Fremden. Den Rest erbten ihr Mann und ihre Kinder: Der Mann erhielt ein Viertel vom Rest, und der Sohn bekam doppelt so viel wie jede der drei Töchter. Wie viele Teile des Nachlasses erhielt jeder der sechs Erben?

### 3 Zehn auf einen Streich

---

Eine andere hübsche Aufgabe von al-Khwarizmi findet sich in seinem Buch über die Algebra ohne schmückende Geschichte.

Die Summe zweier Zahlen beträgt 10, und ihr Quotient ist 4. Wie heißen die beiden Zahlen?