

HANSER



Leseprobe

zu

„Bildverarbeitung“

von Joachim Ohser

ISBN (Buch): 978-3-446-44933-6

ISBN (E-Book): 978-3-446-45308-1

Weitere Informationen und Bestellungen unter
<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-44933-6>

sowie im Buchhandel

© Carl Hanser Verlag, München

Vorwort

Die digitale Bildverarbeitung ist seit vielen Jahrzehnten ein sich sehr schnell entwickelndes Gebiet. Die Ursachen liegen in der immer größer werdenden Vielfalt der Bildgebungsverfahren, den inzwischen zahllosen Anwendungsgebieten und verfeinerten technischen Möglichkeiten für die Verarbeitung und Analyse der Bilddaten. Zu Letzteren gehören die Parallelisierung [22], das Processing auf einer Graphikkarte (*graphics processing unit*, GPU) und die Verwendung programmierbarer logischer Schaltungen (vor allem *field programmable gate arrays*, FPGA), siehe z. B. [8], wo die Leistungen dieser Techniken verglichen werden. Die Beschleunigung von Bildverarbeitungsalgorithmen bietet sich wegen ihrer oft inhärenten Parallelität an und eröffnet damit stets neue Anwendungen. Die verschiedenen Anwendungsgebiete beeinflussen ihrerseits die Bildverarbeitung nicht nur dahingehend, dass sie die Entwicklung neuer Methoden anregen; sie tragen darüber hinaus zur Etablierung neuer Teilgebiete bei, die sich durch ihre Ausrichtungen und Fachbegriffe voneinander unterscheiden. Seit den Anfängen der Bildverarbeitung sind das vor allem die Fotogrammetrie sowie die mikroskopische Bildverarbeitung in Medizin [95], Mineralogie und Werkstofftechnik [114]. Heute ist die Palette der Anwendungen praktisch nicht mehr überschaubar, wobei industrielle Qualitätskontrolle, die Überwachung und Steuerung von Prozessen, Anlagen und Fahrzeugen bis hin zur Robotik [15] aus wirtschaftlicher Sicht ein besonderes Gewicht erhalten. Hinzu kommt, dass Bildgebung und Bildverarbeitung in vielen Systemen nicht mehr zu trennen sind. In einigen Fällen ist die Bildverarbeitung sogar integraler Bestandteil der Bildgebung. Man denke nur an moderne Fotografie, Computer-Tomographie [158],[10],[65], konfokale Laserscanningmikroskopie (CLSM) auf der Basis der Lichtblatttechnologie [69], [163], [89] (*light sheet fluorescence microscopy*, LSFM) oder die Ptychographie [85], [31].

Grundsätzlich lassen sich sehr viele Algorithmen der Verarbeitung und Analyse 2-dimensionaler Bilder auf 3-dimensionale (Volumen-)Bilder übertragen [118], die beispielsweise durch Tomographie oder CLSM erhalten werden. Für 3-dimensionale Bilder von Oberflächen, die mit aktiver Triangulation, mono-, bin- oder multiokularer Stereophotogrammetrie, mittels Lichtfeldkameras, durch Photoklinometrie (*shape from shading*) oder Autofokussensoren, mit Laufzeitmessungen (*time of flight*), Interferometrie, Shearographie und Holographie erzeugt werden [140], ist das allerdings nur sehr eingeschränkt möglich. Die Verarbeitung und Analyse solcher Bilder scheint derzeit mehr oder weniger eigenständige Wege zu gehen.

Mit diesen Entwicklungen einher geht, dass die Bildverarbeitung zu den zentralen Bestandteilen verschiedenster Fachgebiete gehört, die wiederum maßgeblich zu ihrer Entwicklung beigetragen haben. Dazu zählen insbesondere die Elektro- und Kommunikationstechnik [12], [40], [145] und die Informatik (von Computer-Vision [82] bis *geometric deep learning* [100]), aber auch die Mathematik (vor allem die Diskrete oder Digitale Geometrie [84],[83], die Differentialgeometrie [29], das Gebiet der Partiellen Differentialgleichungen [144], [122] und die Numerik [81]). Die Integralgeometrie mit dem exzellenten Buch von Rolf Schneider [149] hat sich zu einer wichtigen Grundlage der Bildanalyse entwickelt, und Büchern über Stochastische Geo-

metrie [102], [150], [33] und zufällige Felder [2], [3] können wertvolle Anregungen zur Analyse von Mikrostrukturen entnommen werden.

Für die Bildverarbeitung und Bildanalyse gibt es zahlreiche eigenständige, von der Art der Bildgebung weitgehend unabhängige und daher allgemein anwendbare Softwarepakete. Dazu gehören das System OpenCV (*Open Source Computer Vision Library*) [70], das in Java geschriebene und damit plattformübergreifende System ImageJ [148], das System Halcon [110] der Firma MVTec Software GmbH, die Software der Fa. Stemmer [4], das System ToolIP [45] des Fraunhofer-Instituts für Techno- und Wirtschaftsmathematik, verschiedene Produkte der Firma PixelFerber (Berlin) [127] für die Mikroskopbildverarbeitung, das Modul LabVIEW Vision im System LabVIEW der National Instruments AG [48] und das System Ad OcuLus der Firma The Imaging Source Europe GmbH [14]. Stärker an die Abbildungstechnik gebunden sind z. B. Softwareprodukte der Firmen Olympus Soft Imaging Solutions GmbH (Münster) und Carl Zeiss MicroImaging GmbH (München). Darüber hinaus sind umfangreiche Pakete für die Bildverarbeitung in die Systeme Python der Python Software Foundation [131], MatLab der Firma MathWorks [104] und IDL (*Interactive Data Language*) [61] integriert. Die Leistungsfähigkeit dieser Systeme, d. h. der Umfang der Algorithmen der Bildverarbeitung und Bildanalyse sowie die Qualität ihrer Implementierung, unterscheidet sich beträchtlich. Dabei scheint es schwerzufallen, ein durchgängiges Konzept hinsichtlich der Ausnutzung der Separabilität, der Berücksichtigung des zugrunde liegenden Gitters, der Wahl der Nachbarschaft der Pixel, der Randbehandlung in Bildern etc. zu wahren [88].

Aus den oben genannten Gründen können im vorliegenden Buch nur wenige Teilgebiete der Bildverarbeitung und Bildanalyse behandelt werden. Das Buch soll vielmehr als ein Lehrbuch verstanden werden, in dem eine Einführung in dieses sehr große Gebiet gegeben wird. Im Vordergrund stehen klassische Methoden der 2-dimensionalen Bildverarbeitung, wobei unter Wahrung der allgemeinen Verständlichkeit des Textes neuere Sichtweisen präsentiert werden. In nur wenigen Abschnitten werden mathematische Kenntnisse vorausgesetzt, die über ein Grundstudium hinausgehen. In didaktischer (und teilweise auch inhaltlicher) Hinsicht soll an den exzellenten Klassiker über morphologische Bildverarbeitung von Jean Serra [152], dem ehemaligen Direktor des Centre de Morphologie Mathématique in Fontainebleau, angeknüpft werden. Dem Lehrbuchcharakter wird durch zahlreiche, zum überwiegenden Teil sehr leicht nachvollziehbare Beispiele Rechnung getragen. Ergänzende Übungsaufgaben und deren im Anhang präsentierte Lösungen sollen es dem Leser erleichtern, sich in das Stoffgebiet einzuarbeiten. Außerdem werden einige Algorithmen in Form von Quellcode präsentiert, um dazu anzuregen, selbst zu programmieren und eigene Methoden zu implementieren. Zum vertiefenden Studium wird auf das bereits in mehrfacher Auflage erschienene Buch von Bernd Jähne [72] und [74] (englischsprachige Fassung [73]) oder auf das dreibändige Werk ([26], [27]) von Wilhelm Burger und Mark Burge verwiesen. Eine mehr mathematische Behandlung des Themas ist in dem neueren Buch von Bredies und Lorenz [23] zu finden, siehe auch [121] zu Level-Set-Methoden und [167] zur Diffusionsfilterung. Die Bearbeitung von Farbbildern kann in [49] vertiefend nachgelesen werden, und auch zur Verarbeitung und Analyse von 3-dimensionalen (Volumen-)Daten gibt es umfangreiche weiterführende Literatur [98], [111], [164], [118]. Schließlich wird noch auf das Buch von Beyerer u. a. [19] hingewiesen, in dem eine ausgezeichnete Übersicht zur 3-dimensionalen Bildgebung profilierter oder gekrümmter Oberflächen enthalten ist.

Das vorliegende Buch ist wie folgt gegliedert: In Kapitel 1 werden einige Grundlagen der Bildverarbeitung behandelt. Dazu gehören homogene Gitter, auf denen kontinuierliche Bil-

der gesampelt werden, Pixel und ihre Nachbarschaften sowie der Wechsel des Gitters durch bilineare Interpolation der Pixeldaten. Einige für die Anwendung sehr wichtige Filter wie morphologische Transformationen, lineare und morphologische Filter sowie Rangordnungsfilter sind in Kapitel 2 beschrieben. Bildtransformationen wie das Labeling, die Distanz-, Wasserscheiden-, Radon- und Hough-Transformation werden in Kapitel 3 behandelt. Natürlich zählt auch die Fourier-Transformation zu den Bildtransformationen. Wegen ihrer großen Bedeutung ist ihr und ihren Anwendungen ein eigenständiges Kapitel gewidmet (Kapitel 4), wobei besonderes Augenmerk auf die vielfältigen wechselseitigen Beziehungen zwischen kontinuierlicher und diskreter Fourier-Transformation gelegt wird. Zu den Anwendungen der Fourier-Transformation gehören auch die lineare Filterung und die Korrelationsanalyse via Ortsfrequenzraum, die in Kapitel 5 behandelt werden. Das schließt die bildanalytische Bestimmung der Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion von zufälligen Strukturen mit ein. Als weitere Anwendungen der Fourier-Transformation gelten die schnelle Radon-Transformation und ihre Inverse, die tomographische Rekonstruktion (Kapitel 6), wobei Algorithmen wie die gefilterte Rückprojektion zwar ohne Fourier-Transformation auskommen, bei deren Herleitung aber das Projektions-Schnitt-Theorem der Fourier-Transformation verwendet wird. Schließlich wird noch in Kapitel 7 auf einige Aspekte der digitalen Bildanalyse eingegangen, wobei vor allem auf integralgeometrische Ansätze zurückgegriffen wird.

Das Buch richtet sich an Studierende der Elektrotechnik (insbesondere der Automatisierungstechnik und Mechatronik), der Informatik, der Werkstofftechnik sowie der Optotechnik und Bildverarbeitung. Zudem wendet es sich an Entwickler von Bildverarbeitungssystemen und Ingenieure, die sich mit dem Einsatz dieser Systeme im industriellen Umfeld befassen.

Abschließend möchte ich mich bei allen bedanken, die auf die eine oder andere Art zu diesem Buch beigetragen haben, insbesondere bei meinen Kollegen Konrad Sandau und Udo Häberle von der Hochschule Darmstadt, bei meiner Ehefrau Renate Ohser-Wiedemann und nicht zuletzt bei Franziska Kaufmann und Manuel Leppert vom Carl Hanser Verlag für die sorgfältige redaktionelle Bearbeitung des Manuskripts.

Darmstadt, im November 2017

Joachim Ohser

Inhalt

1	Gitter, Bilder und Nachbarschaften	13
1.1	Vorbemerkungen zur Bilddatenstruktur	13
1.2	Euler-Zahl	15
1.2.1	Additive Erweiterung	16
1.2.2	Euler-Poincaré-Formel	19
1.2.3	Netzwerkformel	19
1.3	Homogene Gitter, Sampling und Digitalisierung	20
1.4	Lokale Pixelkonfigurationen	24
1.5	Nachbarschaften von Pixeln und ihre Komplementarität	28
1.6	Digitale Bilder	32
1.6.1	Grautonbilder	32
1.6.2	Interpolation von Pixelwerten	33
1.6.2.1	Bilddrehung	36
1.6.2.2	Verzeichnungskorrektur	36
1.6.3	Lokale Pixeloperationen	41
1.6.3.1	Binarisierung von Grautonbildern	43
1.6.3.2	Manipulation des Grauerthistogramms	45
1.6.4	Elementare Statistik für Pixelwerte	48
1.6.5	Mehrkanalige Bilder	50
1.6.6	RGB- und HSV-Farbräume	50
1.6.7	Bildrandfehler und allgemeine Prinzipien ihrer Behandlung	55
2	Filterung von Bildern	57
2.1	Morphologische Transformationen	57
2.1.1	Minkowski-Addition und Dilatation	57
2.1.2	Minkowski-Subtraktion und Erosion	60
2.1.3	Morphologische Öffnung und Abschließung	62
2.1.4	Top-Hat-Transformationen	65
2.1.5	Algorithmische Implementierung	66
2.1.6	Bildrandfehler morphologischer Transformationen	70
2.2	Lineare Filter	73

2.2.1	Lineare Glättungsfiler	75
2.2.1.1	Mittelwertfilter	75
2.2.1.2	Gauß- und Binomialfilter	79
2.2.2	Ableitungsfiler 1. Ordnung	84
2.2.3	Ableitungsfiler 2. Ordnung	92
2.3	Morphologische Filer	95
2.3.1	Von Transformation zu Filerung	95
2.3.2	Algorithmische Implementierung	100
2.4	Rangordnungsfiler	101
2.4.1	Diskrete Versionen von Rangordnungsfilern	103
2.4.2	Hinweise zur algorithmischen Implementierung	104
3	Spezielle Bildtransformationen	107
3.1	Labeling von Zusammenhangskomponenten	107
3.1.1	Verbundenheit und Zusammenhangskomponenten	108
3.1.2	Elementarer Labeling-Algorithmus	110
3.1.3	Labeling mit Lauflängenkodierung	118
3.2	Distanztransformation	122
3.2.1	Definition und Bezeichnungen	122
3.2.2	Weitere Distanztransformationen	123
3.2.3	Algorithmische Implementierung	125
3.2.3.1	Der 1-dimensionale Fall	126
3.2.3.2	Der 2-dimensionale Fall	128
3.3	Wasserscheidentransformation	132
3.3.1	Geodätischer Abstand	135
3.3.2	Zerlegung in Einflusszonen	136
3.3.3	Flutungsalgorithmus	139
3.4	Radon- und Hough-Transformation	141
3.4.1	Radon-Transformation	142
3.4.2	Hough-Transformation	152
3.4.3	Template-Matching	157
4	Fourier-Transformation	160
4.1	Kontinuierliche Fourier-Transformation	162
4.2	Fourier-Bessel-Transformation	171
4.3	Anwendungen	173
4.3.1	Ortssensitive Diffusionsfiler	174
4.3.2	Abtasttheorem und Moiré-Effekt	179

4.4	Diskrete Fourier-Transformation	183
4.4.1	Die 1-dimensionale diskrete Fourier-Transformation	184
4.4.2	Schnelle Fourier-Transformation	192
4.4.3	Die 2-dimensionale diskrete Fourier-Transformation	197

5 Faltung und Korrelation im Ortsfrequenzraum204

5.1	Faltung im Ortsfrequenzraum	204
5.2	Transferfunktionen linearer Filter	214
5.2.1	Transferfunktionen von Binomialfiltern	215
5.2.2	Transferfunktionen von Mittelwertfiltern	220
5.2.3	Transferfunktion von Gauß-Filtern	221
5.2.4	Transferfunktion des Gradientenfilters	225
5.2.5	Transferfunktion des Laplace-Filters	226
5.3	Filterdesign	226
5.3.1	Design von Gradientenfiltern zur Messung von Richtungen	226
5.3.2	Verbesserung der Isotropieeigenschaften von Laplace-Filtern	228
5.4	Tief-, Hoch- und Bandpassfilter	229
5.4.1	Tiefpassfilter	229
5.4.2	Hochpassfilter	230
5.4.3	Bandpassfilter	231
5.5	Inverse Filterung	232
5.6	Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen zufälliger Strukturen	236
5.6.1	Korrelation und Spektraldichte	236
5.6.2	Wolkigkeit von Papier	241
5.6.3	Kreuzkorrelationsfunktion und ihre Schätzung	243
5.6.4	Über die Ausbreitung des Borkenkäfers	244

6 Radon-Transformation und tomographische Rekonstruktion248

6.1	Radon-Transformation via Ortsfrequenzraum	248
6.2	Tomographische Rekonstruktion	251
6.2.1	Gefilterte Rückprojektion	254
6.2.2	Algorithmische Implementierung	255

7 Grundbegriffe der Bildanalyse260

7.1	Additive, translationsinvariante, isotrope und stetige Merkmale	260
7.1.1	Messung der Fläche	262
7.1.2	Messung des Umfangs	264
7.2	Konvexe Hülle und ihre Merkmale	271
7.3	Weitere Merkmale	275

8 Lösung der Übungsaufgaben.....	276
Formelzeichen und Abkürzungen	284
Literatur.....	285
Index.....	294

2

Filterung von Bildern

In diesem Kapitel werden einige Filter behandelt. Dazu zählen auch die morphologischen Transformationen (Abschnitt 2.1), die als Filter für Binärbilder gelten und daher von den morphologischen Filtern (Abschnitt 2.3) unterschieden werden. Ihre Anwendung in der Bildverarbeitung wurde maßgeblich durch die Entwicklung der Mathematischen Morphologie in den 1960er Jahren stimuliert [103], siehe auch [54], [55], [54] und [151]. Weiterführende Arbeiten zur Morphologie finden sich in [62], [63], [64] und [137]. Wegen ihrer besonderen Bedeutung wird ausführlich auf die wichtigsten linearen Filter eingegangen (Abschnitt 2.2), die ihren Ursprung in der Signalverarbeitung haben und auf die wir im Zusammenhang mit der Filterung im Ortsfrequenzraum (Abschnitt 5.1 und 5.5) noch einmal zurückkommen werden. Die Klasse der Rangordnungsfilter (Abschnitt 2.4) stellt in gewissem Sinne eine Verallgemeinerung der Klasse der morphologischen Filter dar. Zu ihr gehört auch der für die Anwendung wichtige Medianfilter.

■ 2.1 Morphologische Transformationen

Wir behandeln die Filterung von Binärbildern, deren wichtigste Vertreter morphologische Transformationen sind. Der Begriff „morphologische Transformation“ wird dabei bewusst zur Unterscheidung von den morphologischen Filtern verwendet, die zur Manipulation von Grautonbildern genutzt werden.

Wie auch in den vorangegangenen Abschnitten betrachten wir zunächst den kontinuierlichen Fall, und anschließend werden diskrete Varianten eingeführt, an denen die algorithmische Implementierung erläutert wird. Es sei also $X \subset \mathbb{R}^2$ eine Menge, die als Vordergrund eines (kontinuierlichen) Binärbildes aufgefasst wird. Genauer: die Indikatorfunktion

$$\mathbf{1}_X(x) = \begin{cases} 1, & x \in X \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.1)$$

der Menge X ist das zu X gehörige Binärbild.

Morphologische Transformationen werden bezüglich eines strukturierenden Elements Y ausgeführt, das ebenfalls eine Menge ist, $Y \subset \mathbb{R}^2$, von der wir aber meist annehmen, dass sie kompakt ist. In den meisten Fällen ist Y sogar kompakt und konvex.

2.1.1 Minkowski-Addition und Dilatation

Die Definition aller morphologischen Transformationen basiert auf der Definition der Minkowski-Addition zweier Mengen $X, Y \subset \mathbb{R}^2$.

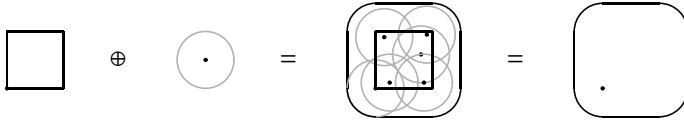


Bild 2.1 Schematische Darstellung der Minkowski-Addition eines Quadrats und eines Kreises als Vereinigung aller Kreise, deren Mittelpunkte im Quadrat liegen: Die Punkte markieren jeweils den Koordinatenursprung.

Definition 2.1 Die Minkowski-Addition $X \oplus Y$ zweier Mengen $X, Y \subseteq \mathbb{R}^2$ ist die Menge

$$X \oplus Y = \{x + y : x \in X, y \in Y\}. \quad \blacksquare$$

Diese Definition, in der die Addition $X \oplus Y$ zweier Mengen auf die Addition $x + y$ von Punkten (Vektoren) zurückgeführt wird, ist formal sehr einfach. Anschaulicher aber ist die Formel

$$X \oplus Y = \bigcup_{x \in X} (Y + x), \quad (2.2)$$

d. h., $X \oplus Y$ ist die Vereinigung aller Verschiebungen $Y + x$ der Menge Y , wobei die Translationsvektoren aus X sind. Eine Minkowski-Addition eines Quadrats und eines Kreises kann man sich vorstellen als ein „Ausmalen“ des Quadrats mit einem dicken (kreisrunden) Pinsel, wobei der „Pinselstiel“ über alle Positionen im Quadrat geführt wird, siehe Bild 2.1.

Durch die Minkowski-Addition können Mengen „vergrößert“ und auf diese Weise „Löcher“ in Mengen (Objekten, Zusammenhangskomponenten) geschlossen werden oder getrennte Objekte zu Clustern zusammengefügt werden.

Die Minkowski-Addition ist kommutativ, assoziativ und distributiv bezüglich der (mengentheoretischen) Vereinigung \cup . Für alle $X, Y, Z \subseteq \mathbb{R}^2$ gilt

$$X \oplus Y = Y \oplus X, \quad (2.3)$$

$$X \oplus (Y \oplus Z) = (X \oplus Y) \oplus Z, \quad (2.4)$$

$$(X \cup Y) \oplus Z = (X \oplus Z) \cup (Y \oplus Z). \quad (2.5)$$

Bemerkung 2.1 Wegen der Kommutativität (2.3) sind die Rollen des Bildvordergrundes X und des strukturierenden Elements Y vertauschbar. Analog zu Gl. (2.2) gilt also auch

$$X \oplus Y = \bigcup_{y \in Y} (X + y).$$

In der Bildverarbeitung dürfte der Bildvordergrund X aber meist eine topologisch komplexe Gestalt haben, während das strukturierende Element sehr einfach ist. Insofern scheint die Kommutativität unseren Vorstellungen von der Transformation eines Binärbildes zu widersprechen. \blacksquare

Bemerkung 2.2 Aus dem Assoziativgesetz (2.4) folgt die Zerlegbarkeit (Separabilität) des strukturierenden Elements. Ist ein strukturierendes Element Y separabel, d. h., kann Y in Teilmengen Y_1 und Y_2 zerlegt werden, so dass

$$Y = Y_1 \oplus Y_2 \quad (2.6)$$

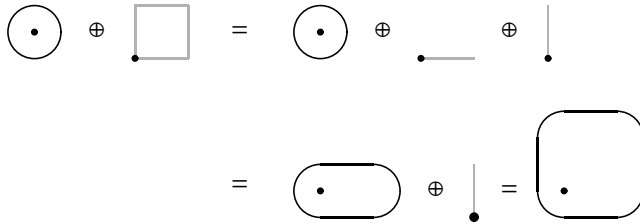


Bild 2.2 Anwendung der Separabilität bei der Minkowski-Addition, wobei ein quadratisches strukturierendes Element in zwei orthogonale Strecken zerlegt wird. Die strukturierenden Elemente sind jeweils grau markiert.

ist, dann lässt sich die Minkowski-Addition $\oplus Y$ als eine Hintereinanderausführung der Minkowski-Additionen $\oplus Y_1$ und $\oplus Y_2$ schreiben. (Eine solche Zerlegung ist natürlich nur dann sinnvoll, wenn sowohl Y als auch Y_1 und Y_2 aus mehr als einem Punkt bestehen.) Wegen der Assoziativität gilt

$$X \oplus Y = X \oplus (Y_1 \oplus Y_2) = (X \oplus Y_1) \oplus Y_2.$$

Beispielsweise ist ein Quadrat zerlegbar (separabel) in zwei orthogonale Strecken, siehe Bild 2.2, wobei die Minkowski-Additionen in horizontaler und in vertikaler Richtung nacheinander ausgeführt werden. Die Separabilität kann wesentlich zur Beschleunigung einer morphologischen Transformation beitragen und hat daher große Bedeutung für die Anwendung. ■

Bemerkung 2.3 Aus dem Distributivgesetz (2.5) leitet sich die Parallelisierbarkeit von Algorithmen für morphologische Transformationen ab (Datenparallelisierung). Wir gehen davon aus, dass unser Binärbild so in zwei (überlappende) Teile zerlegt wird, dass der Vordergrund X die Vereinigung zweier (nicht notwendig disjunkter) Teilmengen X_1 und X_2 ist, $X = X_1 \cup X_2$, wobei X_1 der Vordergrund des ersten und X_2 der Vordergrund des zweiten Teilbildes ist. Nun können die beiden Minkowski-Additionen $X_1 \oplus Y$ und $X_2 \oplus Y$ auf zwei verschiedenen Prozessoren ausgeführt und anschließend die beiden Ergebnisse durch die Bildung der Vereinigung zu einem Gesamtergebnis zusammengefügt werden,

$$(X_1 \oplus Y) \cup (X_2 \oplus Y) = (X_1 \cup X_2) \oplus Y = X \oplus Y.$$

Wird das Ausgangsbild lediglich in Teilbilder zerlegt, können bei der Bearbeitung der Teilbilder zusätzlich Randeffekte an den Schnittstellen entstehen. Durch Überlappung der Teilbilder können diese zusätzlichen Randeffekte vermieden werden. ■

Offensichtlich ist $X \oplus \emptyset = \emptyset$ und $X \oplus \{0\} = X$, d. h., die aus dem Koordinatenursprung 0 bestehende Menge $\{0\}$ ist das neutrale Element der Minkowski-Addition. Außerdem kann eine Translation $X + y$ der Menge X um einen Vektor y als Minkowski-Addition geschrieben werden, $X + y = X \oplus \{y\}$. Das bedeutet insbesondere, dass eine Minkowski-Addition auch eine Verschiebung beinhalten kann, wenn das strukturierende Element Y nicht zentriert ist (oder sich nicht zentrieren lässt).

Wesentlich gebräuchlicher als der Begriff Minkowski-Addition ist in der Bildverarbeitung die Dilatation, die nichts anderes als die Minkowski-Addition mit dem am Koordinatenursprung gespiegelten strukturierenden Element ist. Wir bezeichnen im Folgenden mit \check{Y} die Spiegelung von Y ,

$$\check{Y} = -Y = \{-y : y \in Y\}.$$

Die Menge Y heißt symmetrisch, wenn $Y = \check{Y}$, und es soll noch darauf hingewiesen werden dass eine Minkowski-Addition mit einem symmetrischen strukturierenden Element translationsfrei ist.

Definition 2.2 Für $X, Y \subset \mathbb{R}^2$ ist die Menge

$$X \oplus \check{Y} = \{x - y : x \in X, y \in Y\}$$

die Dilatation von X mit Y . ■

Klar, wenn das strukturierende Element symmetrisch ist, dann ist die Dilatation identisch mit der Minkowski-Addition. Da in der Bildverarbeitung symmetrische strukturierende Elemente bevorzugt werden, wird häufig nicht zwischen Minkowski-Addition und Dilatation unterschieden. Allerdings können nicht immer symmetrische strukturierende Elemente verwendet werden, und dann ist es fatal, wenn nicht zwischen Minkowski-Addition und Dilatation unterschieden wird. Die Dilatation ist nicht kommutativ, $X \oplus \check{Y} \neq Y \oplus \check{X}$ und vor allem nicht assoziativ, $X \oplus \check{Y} \neq (X \oplus \check{Y}_1) \oplus \check{Y}_2$ mit $Y = Y_1 \oplus \check{Y}_2$. Letzteres muss unter anderem bei der Zerlegung (Separation) des strukturierenden Elements Y in Y_1 und Y_2 berücksichtigt werden.

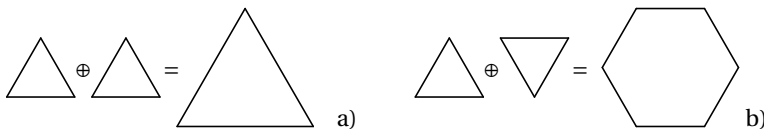


Bild 2.3 a) Minkowski-Addition zweier kongruenter gleichseitiger Dreiecke, b) Dilatation zweier kongruenter gleichseitiger Dreiecke

Der Unterschied zwischen Minkowski-Addition und Dilatation wird in Bild 2.3 an einem Beispiel gezeigt.

2.1.2 Minkowski-Subtraktion und Erosion

Die Minkowski-Subtraktion von X entspricht der Minkowski-Addition der Komplementärmenge $X^c = \mathbb{R}^2 \setminus X$ (also des Hintergrundes des entsprechenden Binärbildes) mit einem strukturierenden Element Y .

Definition 2.3 Für $X, Y \subseteq \mathbb{R}^2$ ist die Menge

$$X \ominus Y = (X^c \oplus Y)^c$$

die Minkowski-Subtraktion von X und Y . ■

Diese Definition ist äquivalent zu

$$X \ominus Y = \bigcap_{y \in Y} (X + y). \tag{2.7}$$

Aus dieser Gleichung folgt unmittelbar $X \ominus \{y\} = X + y$, und für alle $X, Y, Z \subseteq \mathbb{R}^2$ gelten die Gleichungen

$$X \ominus (Y \oplus Z) = (X \ominus Y) \ominus Z, \tag{2.8}$$

$$(X \cap Y) \ominus Z = (X \ominus Z) \cap (Y \ominus Z). \tag{2.9}$$

Aus der ersten Gleichung folgt analog zu Gl. (2.4) die Separabilität des strukturierenden Elements, und Gl. (2.9) ist die Grundlage der Parallelisierung von algorithmischen Implementierungen der Minkowski-Subtraktion.

Es ist zu beachten, dass die Minkowski-Subtraktion nicht die Umkehrung der Minkowski-Addition ist, $(X \oplus Y) \ominus Y \neq X$ und $(X \ominus Y) \oplus Y \neq X$. Nur dann, wenn X und Y konvex sind, gilt

$$(X \oplus \check{Y}) \ominus Y = X, \tag{2.10}$$

siehe auch Bild 2.4. Unter noch strengeren Voraussetzungen an X und Y gilt

$$(X \ominus \check{Y}) \oplus Y = X. \tag{2.11}$$

Für die letzte Gleichung muss zusätzlich vorausgesetzt werden, dass $Y = cX$ mit $|c| < 1$ ist.

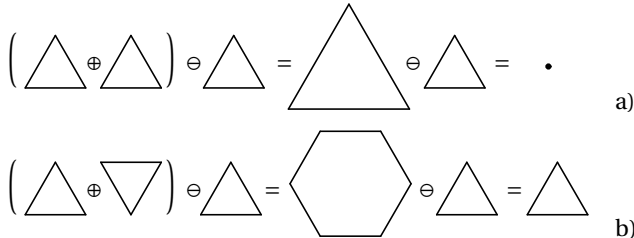


Bild 2.4 a) Das Ergebnis der Minkowski-Addition einer konvexen Menge X mit $Y = X$ und die anschließende Minkowski-Subtraktion mit $Y = X$ ergibt nur einen Punkt. b) Unter den gleichen Annahmen ergibt die Dilatation und die anschließende Minkowski-Subtraktion die Ausgangsmenge X .

Definition 2.4 Für $X, Y \subseteq \mathbb{R}^2$ ist die Menge $X \ominus \check{Y}$ die Erosion von X mit dem strukturierenden Element Y . ■

Durch eine Minkowski-Subtraktion oder Erosion können kleine Objekte aus einem Binärbild entfernt und sich gerade berührende Objekte getrennt (segmentiert) werden. Der Begriff „Erosion“ wurde der Geologie entlehnt, wo er „Abtragen einer geologischen Formation durch Wind oder Wasser“ bedeutet. Ähnlich wird in der Bildverarbeitung durch eine Erosion am Rand des Vordergrundes etwas abgetragen, große Objekte werden kleiner, und kleine Objekte verschwinden. Die Funktion

$$F(r) = 1 - \frac{\text{Fläche}(X \ominus B_r)}{\text{Fläche}(X)}, \quad r \geq 0 \tag{2.12}$$

für kreisförmige strukturierende Elemente B_r mit dem Radius r ist eine monoton wachsende Funktion mit Werten zwischen 0 und 1. Sie kann folglich als Verteilungsfunktion interpretiert werden und wird in der Literatur als sphärische Kontaktverteilungsfunktion bezeichnet. Hinsichtlich ihrer Interpretation für zufällige Strukturen sei auf [33] verwiesen.

2.1.3 Morphologische Öffnung und Abschließung

Die Gln. (2.10) und (2.11) sind die Motivation für die Einführung der morphologischen Abschließung bzw. Öffnung.

Definition 2.5 Für zwei Mengen $X, Y \subseteq \mathbb{R}^2$ bezeichnen

$$\begin{aligned} X \circ Y &= (X \ominus \check{Y}) \oplus Y, \\ X \bullet Y &= (X \oplus \check{Y}) \ominus Y \end{aligned}$$

die morphologische Öffnung bzw. Abschließung von X mit Y . ■

Eine Öffnung ist also eine Erosion, gefolgt von einer Minkowski-Addition, und eine Abschließung ist eine Dilatation, gefolgt von einer Minkowski-Subtraktion.

Es gilt

$$X \circ Y \subseteq X \subseteq X \bullet Y. \quad (2.13)$$

Die Größe von X wird durch eine Öffnung oder Anschließung nur geringfügig geändert. Meist ändert sich aber die Form. Außerdem gelten die Idempotenzgesetze

$$(X \circ Y) \circ Y = X \circ Y, \quad (X \bullet Y) \bullet Y = X \bullet Y. \quad (2.14)$$

Eine wiederholte Anwendung einer Öffnung oder Abschließung mit dem gleichen strukturierenden Element ist also völlig wirkungslos. Allerdings können Öffnung und Abschließung in der Form

$$(X \circ Y) \bullet Y \quad \text{oder} \quad (X \bullet Y) \circ Y$$

sinnvoll miteinander kombiniert werden (alternierende morphologische Transformationen, *alternate filtering*), um sowohl kleine Objekte zu entfernen als auch „Löcher“ in größeren Objekten zu schließen. Analog zu Gl. (2.13) gilt

$$(X \circ Y) \bullet Y \subseteq (X \bullet Y) \circ Y.$$

Ähnlich wie bei der Erosion können durch eine Öffnung kleine Objekte aus dem Bild entfernt werden, wobei sich bei einer Öffnung die Größe der erhaltenen Objekte nicht oder nur geringfügig ändert. Allerdings kann die Form der Objekte stark verändert werden, siehe Bild 2.7. Mit zunehmender Größe der strukturierenden Elemente erhalten die Teilchen die Form der strukturierenden Elemente. Aus diesem Grund sollte die Form des strukturierenden Elements

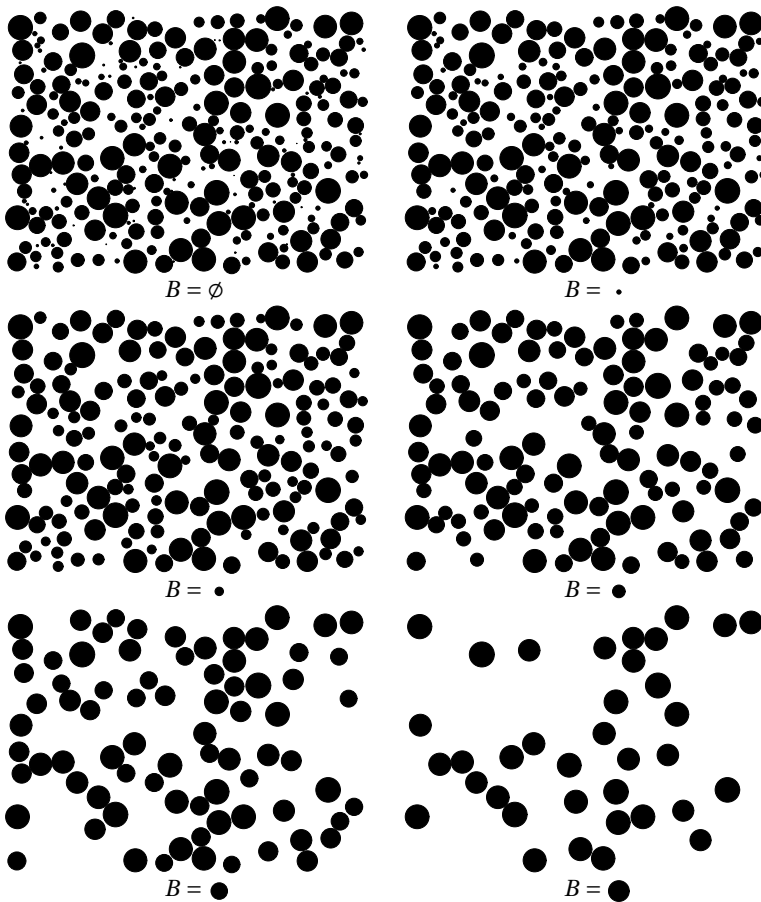


Bild 2.5 Morphologische Öffnung eines Systems von Kreisen mit unabhängig gleichverteilten Radien. Die strukturierenden Elemente sind jeweils Kreise B_r mit größer werdendem Radius r . Diese schrittweise Öffnung entspricht einer „Siebung“, wobei der Durchmesser der strukturierenden Elemente äquivalent zur „Maschenweite“ der „Siebe“ ist.

der Teilchenform angepasst werden (soweit das überhaupt möglich ist). Durch eine Abschließung werden Löcher in den Objekten geschlossen und eng beieinander liegende Objekte zu Clustern zusammengefasst.

Eine „Siebung“ von Teilchen (Körnern) mit zunehmender Maschenweite kann durch eine sequenzielle Öffnung mit größer werdenden strukturierenden Elementen simuliert werden. (Bei einer realen Kornklassifikation mit Siebung wird umgekehrt mit einer großen Maschenweite begonnen, und die Maschenweite wird schrittweise verkleinert.) Eine solche „virtuelle Siebung“ entspricht der Bestimmung der Korngrößenverteilung in der Aufbereitungstechnik. Dabei werden die Kornfraktionen gewogen, und es wird eine massebezogene Korngrößenverteilung bestimmt, d. h., es werden die Masseanteile der Kornfraktionen berechnet (Masse der Kornfraktion bezogen auf die Gesamtmasse der Probe). Diese massebezogene Größenverteilung

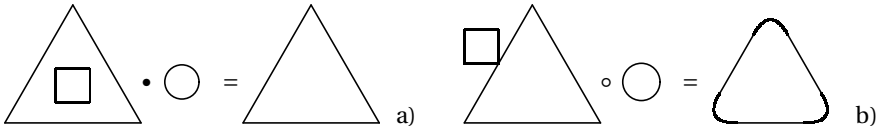


Bild 2.6 a) Das quadratische „Loch“ in dem gleichseitigen Dreieck kann mit einem beliebigen (kompakten und konvexen) strukturierenden Element Y geschlossen werden, wenn Y hinreichend groß ist. Die Form des Dreiecks bleibt unverändert. b) Das Quadrat, das das Dreieck berührt, wird durch die Öffnung entfernt, aber die Form des Dreiecks hat sich verändert. (Der Kreisdurchmesser muss geringfügig größer als die Kantenlänge des Quadrats sein.)

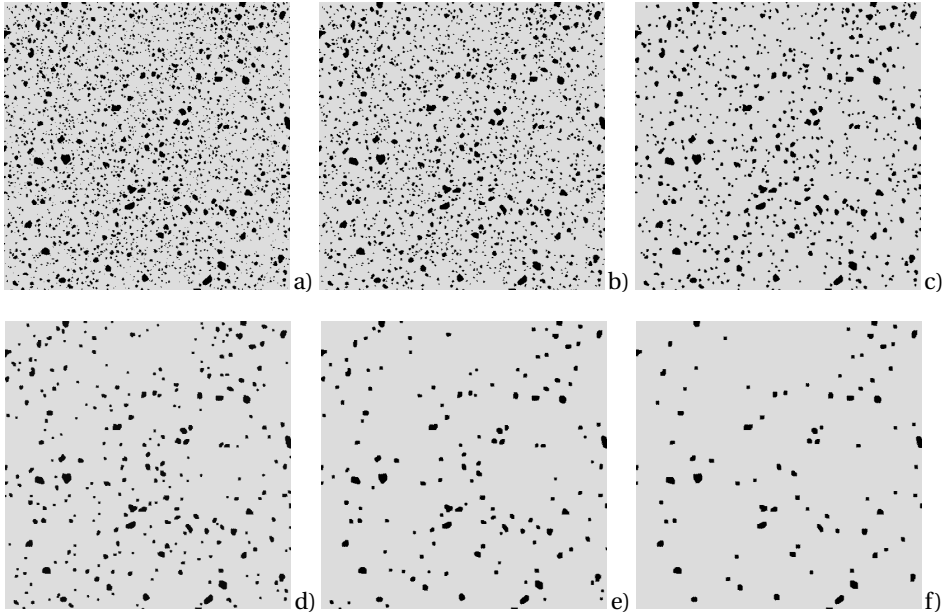


Bild 2.7 Verwendung der morphologischen Filterung zur Klassifikation („Siebung“) von Teilchen (sphärodisierter Zementit in einem eutektoidischen Kohlenstoffstahl): a) Ausgangsbild, mikroskopische Aufnahme, Auflicht, Hellfeld; b) bis f) Öffnung der Zementitteilchen mit Quadraten zunehmender Kantenlänge

lung heißt in der Aufbereitungstechnik „Granulometrie“. Wenn alle Fraktionen die gleiche Massendichte (Gesamtmasse pro Volumeneinheit) haben, dann ist die massenbezogene Größenverteilung gleich der volumengewichteten Größenverteilung. In der Bildverarbeitung wird statt des Volumens die Fläche bestimmt. Die Funktion

$$G(r) = 1 - \frac{\text{Fläche}(X \circ B_r)}{\text{Fläche}(X)}, \quad r \geq 0$$

für kreisförmige strukturierende Elemente ist ähnlich wie die durch Gl. (2.12) gegebene sphärische Kontaktverteilungsfunktion wegen $X \circ B_{r_1} \subseteq X \circ B_{r_2}$ für alle $r_1 \leq r_2$ eine monoton wachsende Funktion mit Werten zwischen 0 und 1. In der Bildverarbeitung wird die Funktion $F(r)$ als (sphärische) Granulometrieverteilungsfunktion bezeichnet [102], [152].

Bemerkung 2.4 Öffnung und Abschließung sind stets zentriert. Also auch dann, wenn das strukturierende Element Y nicht symmetrisch ist, sind Öffnung und Abschließung verschiebungsfrei. ■

Bemerkung 2.5 Konvexe Mengen sind invariant gegenüber Abschließung, d. h., wenn X und Y kompakt und konvex sind, gilt $X \bullet Y = X$. In diesem Spezialfall können also „Löcher“ in Objekten geschlossen werden, ohne dass sich die Größe und Form der Objekte ändert, siehe Bild 2.6a. Allerdings ändert sich durch eine Öffnung in der Regel die Form der Objekte, siehe Bild 2.6b. ■

Bemerkung 2.6 Als Folge der Idempotenzgesetze (2.14) können sequenzielle Öffnungen und Abschließungen effektiv implementiert werden. Beispielsweise gilt

$$(X \circ B_{r_1}) \circ B_{r_2} = X \circ B_{r_2} \quad \text{für } r_1 \leq r_2,$$

was hilfreich für die bildanalytische Bestimmung der sphärischen Granulometrieverteilung ist. ■

Beispiel 2.1 Werden die Großbuchstaben als Mengen (bzw. als Vordergrund von Binärbildern) aufgefasst, dann ließe sich tatsächlich schreiben

$$ABCDE \circ A = A. \quad \blacksquare$$

2.1.4 Top-Hat-Transformationen

Aus den Ungleichungen (2.13) folgt, dass die Differenzmengen $X \setminus (X \circ Y)$ und $(X \bullet Y) \setminus X$ im Allgemeinen nicht leer sind. Die Abbildungen

$$X \mapsto X \setminus (X \circ Y), \quad X \mapsto (X \bullet Y) \setminus X$$

werden Top-Hat-Transformationen (Zylinderhuttransformationen) der Menge X bezüglich des strukturierenden Elements Y genannt. Gelegentlich spricht man vom „weißen“ bzw. „schwarzen Zylinderhut“. Welche der beiden Top-Hat-Transformationen mit „weiß“ oder „schwarz“ bezeichnet werden, setzt eine Konvention zur Darstellung des Vordergrundes eines Binärbildes voraus. Wird der Vordergrund schwarz dargestellt, dann ist $X \setminus (X \circ Y)$ der „schwarze Zylinderhut“, da diese Menge ein Teil des Vordergrundes ist. Die Menge $(X \bullet Y) \setminus X$ ist dagegen Teil des Hintergrundes und wird unter der obigen Konvention „weißer Zylinderhut“ genannt. Die Bezeichnung „Top-Hat-Transformation“ wurde von entsprechenden Kombinationen morphologischer Filter übernommen, wo sie die Filterwirkung intuitiv beschreibt, siehe Abschnitt 2.3.

Für das in Bild 2.6a gezeigte Dreieck mit dem quadratischen „Loch“ wäre also das (offene) Quadrat das Ergebnis der Top-Hat-Transformation $(X \bullet Y) \setminus X$. Für die aus dem Dreieck und dem Quadrat bestehende Ausgangsmenge in Bild 2.6b ist das Resultat der Top-Hat-Transformation $X \setminus (X \circ Y)$ eine Menge, die aus dem Quadrat und den Dreieckspitzen besteht.

Aufgabe 2.1 Bestimmen Sie für $X = Y = \square$ die Mengen $X \oplus Y$, $X \ominus Y$, $X \ominus \check{Y}$, $X \circ Y$ und $X \bullet Y$. ■

Index

A

Abel-Transformation 141
Abelsche Integralgleichung 141
Ableitungsfiler
– 1. Ordnung 84, 225
– 2. Ordnung 92, 94, 226
Abschließung, morphologische 62, 98
Absorption 146
Absorptionskoeffizient 144
Abstand
– Euklidischer 122, 135
– geodätischer 28, 135, 136
Abtasttheorem 179
Aliasing 181, 182
alternierender Filter 62, 98
Amplitudenspektrum 162
Äquivalenz-
– Klasse 110, 111, 114, 118
– Relation 109
ART 258
assoziativ 58, 60, 74, 96
Autokorrelation 160, 161, 236, 275

B

Bandpassfilter 231
Bartlett-Spektrum 163, 238
Berechnungsalgorithmus 134
Bessel-
– Funktion 1. Art 168, 171, 230, 280
– modifizierte 174
– Funktion 2. Art 241
– Transformation 172, 174, 203, 238
bilateraler Filter 103
Bild
– Binär- 43
– Farb- 50
– Grauton- 32

– Hyperspektral- 50
– mehrkanalig 50
– Spektral- 50
– Ultraspektral- 50
Bild-
– Analyse 260
– Drehung 35, 36, 149
– Größe 32
– Randfehler 55, 70, 239, 244
– morphologischer Transformationen 70
– Registrierung 159
– Schärfe 93, 94, 214
– global 160, 163
– lokal 73, 94
– Verzeichnung 35
Binärbild 15, 32, 43
Binarisierung 43, 55, 97, 101
– des Distanzbildes 122, 123
– Otsu- 45
Binomialfilter 80, 90, 182, 214, 216, 222, 224,
227–231
Bourgersches Gesetz 144
Boxfilter 77
Breite 238, 272
– maximale 273
– minimale 273
– mittlere 98, 273

C

Canny-Kantendetektion 90
Chamfer-
– Distanztransformation 124
– Metrik 124
Chebychev-Norm 124
City-Block-Norm 124
CLT 123
Colorierung, Pseudo- 50

Computertomographie 102, 141, 144, 147,
160, 248, 251, 259
– diskrete 258
Crofton-Formel 265, 266, 269, 270, 273

D

Dawson-Funktion 174
Detektion
– Ecken- 73, 92
– Kanten- 73, 85, 92–95, 98, 100, 230
dFT 184
Diffraktion 238
Diffusionsfilter 103, 174
– anisotrop 176, 221
– isotrop 176
Digitalisierung 23, 24
– Gauß- 23, 24, 181
– Jordan- 24
– äußere 24
– innere 24
Dilatation 57, 60, 122–124, 261
Dirac-Funktion 145, 147, 168, 231
Distanz
– Chamfer- 124
– Euklidische 122
– geodätische 28, 134, 135
Distanz-
– Bild 95
– Transformation 95, 122, 134
– Chamfer- 124
– diskrete 125
– Euklidische 122
– geodätische 136
– signierte 122
distributiv 58, 70, 72, 74, 97
DoB-Filter 231
DoG-Filter 231, 232
DT 258
Durchmesser 238
– des flächengleichen Kreises 264
– Ferretscher 273

E

Eckendetektion 73, 92

– Kanade-Tomasi- 92
EDT 122–124
– diskret 125
Einflusszone 134, 136
Einheitszelle, eines Gitters 21, 32
Energie 49
– Dichtespektrum 163
Entropie 49
Erosion 61, 69, 122, 123, 261
Erwartungswert 236, 244
Euklidisch
– Abstand 122
– Distanz 122
– Distanz-
– Transformation 122
– Norm 122
Euler-
– Formel 165
– Zahl 15, 16, 18, 19, 24, 25, 28–31, 260, 262,
270, 273
– spezifische 275
Euler-Poincaré-
– Charakteristik 15
– Formel 19, 29
Exponentialfunktion 172, 203
Extinktionsmerkmal eines Objekts 275

F

Faltung 74, 157, 175, 213
– diskrete 25, 75, 204
– kontinuierliche 73
– von Funktionen 164
Faltungstheorem der Fourier-Transformation
164, 209, 210, 212, 254
Farbraum
– HSI- 53
– HSL- 53
– HSV- 50, 88
– LCH- 53
– RGB- 50
Feature 118, 260
Feldkamp-Algorithmus 259
Ferretscher Durchmesser 273
fFT 192
FIB 159

Filter

- alternierender 62, 98
- bilateral 103
- Binomial- 80, 90, 182, 214, 216, 222, 224, 227–231
- Box- 77
- Design 226
- Diffusions- 103, 174, 176, 221
- DoB- 231
- DoG- 231, 232
- Gabor- 232
- Gauß- 80, 92, 94, 221, 222, 229
- Glättungs- 75, 95, 229
- Gradienten- 84, 225, 226
- Hochpass- 230
- Kantendetektions- 85
- Laplace- 94, 226, 228, 230, 231, 234
- linear 25, 73, 160
- LoG- 92, 231, 232
- LSE- 74, 213, 214
- Maximum- 95, 102
- Median- 102
 - bedingt 102
- Minimum- 95, 102
- Mittelwert- 75, 76, 81, 91, 157, 220, 229
- morphologisch 95, 97, 98, 101
- nichtlinear 96, 101
- optimal 160
- Paganin- 160, 234
- Prewitt- 91
- Rangordnungs- 101, 102
- Roberts- 90
- Scharr- 227
- Sobel- 90, 227
- Tiefpass- 182, 229
- Wiener- 160, 235

Filter-

- Kern 74
- Maske 25, 74, 75, 204, 206, 213

Filterung 25, 57, 157, 213

- diskrete 204
- inverse 160, 214, 232, 240

Fläche 260, 262, 270

- der konvexen Hülle 271

Flächenanteil 102, 275

floor-Funktion 33, 35, 41, 45, 46, 52

Flutungsalgorithmus 134, 139, 140

Formation von Papier 241

Formfaktor 262, 273, 275

Fourier-

- Bessel-Transformation 171, 172, 174
- Co-Transformation 162
- Interpolation 34, 185
- Kosinustransformation 172
- Optik 161
- Reihe 184
- Sinustransformation 172
- Transformation 22, 160, 171, 204
 - n -dimensionale 162
 - diskrete 160, 183, 184
 - inverse 162, 210, 233
 - kontinuierliche 162, 207
 - schnelle 50, 192, 248

Freemans Kettencode 264, 265, 269

Frequenz 162

Funktion

- Bessel- 168, 171, 241, 280
- Dawson- 174
- Dirac- 145, 147, 168, 231
- Exponential- 172, 203
- floor- 33, 35, 41, 45, 46, 52
- Gamma- 172, 241
- Gauß- 79, 91, 144, 157, 166, 168–170, 175, 218, 231
- Indikator- 32, 44, 55, 57, 76, 95, 147, 150, 157, 169, 171, 173, 181, 230, 239
- sinc- 165, 169
- Struve- 174
- zufällige 236

G

Gabor-Filter 232

Gammalfunktion 172, 241

Gauß-

- Digitalisierung 23, 24, 181, 264
- Filter 92, 94, 157, 221, 229
 - anisotrop 221, 222
 - isotrop 80, 221
- Funktion 79, 91, 144, 157, 166, 168–170, 175, 221, 224, 231

Gauß-Funktion 218

Gaußscher Prozess 241

Gaußsches Fehlerintegral 174
 gefilterte Rückprojektion 255
 geodätisch
 – Abstand 125, 135, 136
 – Distanztransformation 125, 136
 Geradengleichung 142
 Gesamtenergie 163, 182
 Gitter
 – Abstand 21, 22
 – Basis 21
 – Einheitszelle 21
 – hexagonal 22, 29, 201
 – homogen 20, 32
 – inverses 22, 201
 – quadratisch 22
 – rechteckig 22
 Glättungsfilter 229
 – eckenerhaltend 103
 – kantenerhaltend 102, 103, 176
 – linear 75, 95
 – lokal adaptiv 174
 – morphologisch 95
 – ortssensitiv 174
 Gleichdick 273
 Gleichmäßigkeit 49
 Gradient 91
 – morphologisch 95, 98
 – Norm 85, 90, 93, 94, 98, 176
 – Richtung 85, 91
 Gradientenfilter 84, 225, 226
 Graham-Scan-Algorithmus 274
 Granulometrie, sphärische 56, 64, 65, 123, 275
 Grautonbild 32
 – digital 32
 – kontinuierlich 32
 Grauwert
 – Übertragungsmatrix 49
 – Histogramm 45, 48, 49, 102
 – maximal 48
 – minimal 48
 – mittlerer 275
 – Standardabweichung 275
 – Transformation 45
 GRF 241

H

Hadwiger, Satz von 262
 Hadwigers rekursive Formel 18
 Hankel-Transformation 171
 Haralick-Koeffizienten 49
 Hesse-Matrix 94
 Hilbert-Transformation 145
 Histogrammausgleich 46, 47, 49, 55
 Hochpassfilter 230
 Homogenität 49
 Hough-Transformation 141, 152
 HSI-Farbraum 53
 HSL-Farbraum 53
 HSV-Farbraum 50, 55, 88
 Hülle, konvexe 271, 274
 Hyperspektralbild 50

I

Idempotenz morphologischer Transformationen 62
 Impulsantwort 214
 Indikatorfunktion 32, 44, 55, 57, 76, 77, 95, 101, 147, 150, 157, 169, 171, 173, 181, 230, 239
 Inklusions-Exklusions-Prinzip 17, 261
 Interferenz 161
 Interpolation
 – bilinear 33–35, 149
 – linear 35, 257
 – mit bikubischen Splines 34
 – Whittaker-Shannon- 179
 inverse
 – Filterung 160
 – Fourier-Transformation 162, 185
 – Radon-Transformation 141, 143
 – Skalierung der Fourier-Transformation 163
 Ionendünnung 159
 Isotropie
 – eines Filters 74
 – eines Merkmals 260, 261

J

Jarvis-March-Algorithmus 274

Jordan-Digitalisierung 24

- äußere 24
- innere 24

K

Kanade-Tomasi-Eckendetektion 92

Kanten-

- Detektion 73, 85, 92–95, 98, 100, 230
 - Canny- 90
- Erhaltung 102, 176
- Schärfe 93, 94

Kennzahl 118

kommutativ 58, 74

Komplementärmenge 15

Komplementarität 28

Kongruenzklassen von Pixelkonfigurationen
26, 268, 271

Kontaktverteilung, sphärische 56, 62, 64, 72,
275

Kontrast 49

- Michelson- 49
- Otsu- 45
- RMS- 48

konvexe Hülle 271, 274

Konvexität 272, 274

Koordinationszahl 18

Korrelation 206, 207, 236, 241

- diskrete 25, 75
- von Funktionen 164

Korrelationskoeffizient 157

Kosinustransformation 172

- diskrete 187
- schnelle 197

Kovarianz 236

Kovarianzmatrix 168

Kreisfrequenz 162

Kreuzkorrelation 157, 160, 236, 243

Kurvenlänge 135, 152

L

Label 107

- Propagation 118

Labeling 28, 50, 54, 107, 108, 110, 118, 260,
270

- Algorithmus 110, 118

- implizit 118

- mit Lauflängenkodierung 118

Lambert-Beersches Gesetz 144

Länge der Projektion 266

Laplace

- Filter 94, 226, 228, 230, 231, 234
- Operator 73, 92, 163, 175

Laplace-

- Filter 226
- Operator 226

Lauflängenkodierung 118

LCH-Farbraum 53

linearer Filter 73, 160

Linienintegral 152

LoG-Filter 92, 231, 232

Lookup-Tabelle 111, 122

LSE-Filter 74, 213, 214

M

Maximumfilter 95, 102

Medianfilter 102

- bedingt 102

Merkmal eines Objekts 56, 260

Michelson-Kontrast 49

Minimumfilter 95, 102

Minkowski

- Addition 57, 66, 95
 - diskrete 66
- Subtraktion 60, 95

Mittelwertfilter 75, 76, 81, 91, 157, 220, 229

mittlere Breite 99

Moiré-Effekt 179, 182, 230

morphologisch

- Filter 95, 97, 98, 101
 - Gradient 95, 98
 - Transformation 57, 66, 76, 95, 97
 - Parallelisierbarkeit 59, 74
- multigrid-konvergent 269

N

Nabla-Operator 84, 94, 98, 163, 225

Nachbarschaft 15, 18, 25, 28–30, 110, 112,
117, 118, 270, 274

- Graph 29
- komplementär 15, 31
- Netzwerkformel 19
- Norm
 - Chebychev- 124
 - City-Block- 124
 - des Gradienten 85, 88, 90, 93, 94, 176
 - Erhaltung 74, 162
 - Euklidisch 122
 - Maximum 123
 - verallgemeinert 123
- Nyquist-Frequenz, kritische 180

O

- Objekt 56, 107, 108, 260
- Objekt-
 - Größe 264
 - Merkmal 56, 107, 260
 - Trennung 108, 122
- Öffnung, morphologische 62, 98
- Öffnungs-Transformation 123
- Offset eines Bildes 32
- OFR 164, 204, 275
- optimale Filter 160
- OR 164, 204
- Ortsfrequenzraum 160, 164, 204
- Ortsraum 164, 204
- Otsu
 - Binarisierung 45
 - Kontrast 45

P

- Paganin-Filter 160, 234
- Parallelisierbarkeit
 - linearer Filter 74
 - morphologische Transformation 59, 74
 - morphologischer Filter 97
- Parseval-Gleichung 162
- Pfad 108, 135
 - diskreter 110
 - kürzester 135
 - Länge 135
 - Verbundenheit 108–110
- Phasen-

- Gang 163
- Rekonstruktion 160
- Spektrum 163
- Pixel 32
- Pixel-
 - Größe 32
 - Konfiguration 24, 25, 268, 269, 271
 - Matrix 32
- Plancherel-Gleichung 162, 185
- Polarkoordinaten 35
- Powerspektrum 163
- PPI-Wert 161
- Prewitt-Filter 91
- Projektions-Schnitt-Theorem 249
- Pseudocolorierung 50, 111, 115, 270
- PSF 214
- Ptychographie 160
- Punktantwort 214

Q

- Quantil 102
- Quickhull-Algorithmus 274

R

- Röntgenschwächung 146
- Rückprojektion 252, 253
 - gefilterte 145, 160, 254–256
- Radon-Transformation 35, 141–143, 248, 266, 275
 - inverse 35, 141, 143, 144, 248, 254
 - schnelle 160
- Randfehler 149, 151
- Randlänge 264
 - spezifische 275
- Rangordnungsfilter 101, 102
- Rasterelektronenmikroskopie 159
- Rauschen 73, 235
 - Salz- und Pfeffer- 102
 - weißes 151
- Referenzbild 73, 81, 95
- Registrierung 35, 159, 160
- Rekonstruktion
 - algebraisch 258
 - Phasen- 160

REM 159
 Rendering 24, 181, 264, 265, 269, 270
 – Oberflächen- 24
 – Volumen- 160
 Reuleaux-Dreieck 273
 RGB-Farbraum 50, 51, 55
 Richtung 73, 85
 – des Gradienten 85, 91, 226
 Richtungs-
 – Ableitung 85, 225
 – Verteilung 123, 151, 275
 RMS-Kontrast 48
 Roberts-Filter 90
 Rotationsmatrix 36, 149
 Rundheit 262, 273
 – der konvexen Hülle 272

S

Sampling 23, 24, 32, 179, 182, 264
 Schärfe, Bild- 93, 94, 160, 163
 Scharr-Filter 227
 Schwächungskontrast 146
 Schwerpunkt eines Objekts 275
 SDM 122
 SDT 122
 Segment 132
 Segmentierung 61, 95, 108, 123, 141, 161, 260
 – Über- 95, 139
 Sehnenlängentransformation 123
 Separabilität 94
 – der Distanztransformation 128
 – der Filtermaske 74, 77, 213, 220
 – der Fourier-Transformation 164, 167, 198, 212
 – des strukturierenden Elements 60
 – in Koordinatenrichtung 77, 220
 – morphologischer Transformationen 58, 59, 67
 – von Binomialfiltern 80
 – von Gauß-Filtern 80
 Serienschmitttechnik 159
 Shading 43, 81
 – additiv 43, 231
 – Korrektur 43, 73, 95, 99, 199, 231
 – multiplikativ 43

sinc-Funktion 165, 169
 Sinogramm 143–150, 251–253
 Sinusoid 109
 Sinustransformation 172, 174
 – diskrete 187
 – schnelle 197
 Skelettierung 28
 Sobel-Filter 90, 227
 Spektral-
 – Bild 50
 – Dichte 56, 160, 161, 163, 233, 236–240, 242, 275
 Spektrum
 – Amplituden- 162
 – Bartlett- 163, 238
 – Energiedichte- 163
 – Phasen- 163
 – Power- 163, 237
 Steiner, Satz von 261, 262, 274
 Streckungsgrad 273
 Struktur, zufällige 160, 161, 236, 275
 strukturierendes Element 55, 57, 60, 65, 95, 98, 99, 101, 122, 124
 Strukturtensor 91, 94
 Struve-Funktion 174
 Subpixelgenauigkeit 275
 Symmetrie eines Filters 74

T

Template-Matching 141, 157, 158, 160
 Tiefe von Defokus 94
 Tiefpassfilter 182, 229
 Tomographie 251
 Top-Hat-Transformation 65, 98, 99
 Transferfunktion
 – der Richtungsableitung 225
 – des Gradientenfilters 225
 – des Laplace-Filters 226
 – linearer Filter 214, 215
 – von Binomialfiltern 215, 217
 – von Gauß-Filtern 221
 – von Mittelwertfiltern 220
 Transformation
 – Abel- 141
 – Bessel- 203, 238

- Distanz- 95, 122, 134
 - Chamfer- 124
 - diskrete 125
 - geodätische 125, 136
 - Fourier- 22, 160, 162, 204
 - diskrete 183, 184
 - inverse 162, 185, 210, 233
 - kontinuierliche 162
 - schnelle 50, 192, 248
 - Hilbert- 145
 - Hough- 141, 152
 - morphologische 55, 57, 66, 95, 97
 - Radon- 35, 141–143, 248, 266
 - inverse 35, 141, 143, 144, 248, 254, 255
 - schnelle 160
 - Top-Hat- 65, 98, 99
 - Wasserscheiden- 28, 50, 54, 95, 108, 122, 132, 134
 - Zylinderhut- 65, 98, 99
- translations-äquivariant 74

U

- Übersegmentierung 95, 139
- Ultraspektralbild 50
- Umfang 260, 264–266, 268–270
 - der konvexen Hülle 271, 273

V

- Varianz 236, 244
- Verbundenheit 108
 - Pfad- 108, 109
- Verzeichnung 35
- Volumenrendering 160

W

- Wasserscheidentransformation 28, 50, 54, 95, 108, 122, 132
 - Inter-Pixel- 134
 - topologisch 134
- Whittaker-Shannon-Interpolation 179
- Wicksellsches Korpuskelproblem 141
- Wiener-Filter 160, 235
- Wiener-Khintchine-Theorem 239
- Wolkigkeit von Papier 241
- WST 132

Z

- zusammenhängend, topologisch 108
- Zusammenhangskomponente 16, 19, 107, 108, 118, 260
- Zylinderhuttransformation 65, 98, 99