

Wilhelm Ahrens

Mathematische Spiele

Herausgegeben von Heinrich Hemme

Anaconda

Die Originalausgabe dieses Buches erschien 1907 bei Teubner in Leipzig. Der vorliegende Band folgt der fünften, unveränderten Auflage, Leipzig und Berlin 1927.

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet unter <http://dnb.d-nb.de> abrufbar

© 2018 Anaconda Verlag GmbH, Köln
Alle Rechte vorbehalten.
Umschlaggestaltung: Andrea Kuckelkorn, dyadesign,
Düsseldorf, www.dya.de
Satz und Layout: InterMedia – Lemke e. K., Ratingen
Printed in Czech Republic 2018
ISBN 978-3-7306-0563-9
www.anacondaverlag.de
info@anacondaverlag.de

Vorwort des Herausgebers

Wilhelm Ernst Martin Georg Ahrens wurde am 3. März 1872 in Lübz an der Elde in Mecklenburg geboren. Von 1890 bis 1895 studierte er Mathematik und Naturwissenschaften in Rostock, Berlin und Freiburg. Er schloß sein Studium in Rostock mit der Promotion und einer Prüfung zum Oberlehrer ab. Danach unterrichtete er ein Jahr lang an der deutschen Schule in Antwerpen. Anschließend studierte er noch zwei Semester in Leipzig. Dann zog er nach Magdeburg, um dort von 1897 bis 1901 an der Bauwerkschule und danach an der Maschinenbauschule zu arbeiten. Um 1910 siedelte er nach Rostock über, um sich als Privatgelehrter ausschließlich seiner schriftstellerischen Arbeit zu widmen. Am 23. April 1927 starb Wilhelm Ahrens an den Folgen einer Grippe im Alter von nur 55 Jahren.



**Wilhelm Ahrens, 3.3.1872 bis
23.4.1927**

Um 1910 siedelte er nach Rostock über, um sich als Privatgelehrter ausschließlich seiner schriftstellerischen Arbeit zu widmen. Am 23. April 1927 starb Wilhelm Ahrens an den Folgen einer Grippe im Alter von nur 55 Jahren.

Wilhelm Ahrens war neben dem Franzosen Édouard Lucas und dem Engländer Walter William Rouse Ball der erste, der die Unterhaltungsmathematik wissenschaftlich untersuchte und ihre Geschichte und ihre mathematischen Zusammenhänge veröffentlichte. Sein großes Werk *Mathematische Unterhaltungen und Spiele* erschien zuerst 1901 und dann in einer zweibändigen, stark erweiterten zweiten Auflage 1910 und 1918. Es zählt noch heute zu den Standardwerken der Unterhaltungsmathematik und ihrer Geschichte. Sein zweites wichtiges Werk zu diesem Thema ist das 1918 erschienene Buch *Altes und Neues aus der Unterhaltungsmathematik*.

Ahrens' großes Verdienst ist die wissenschaftliche Untersuchung der magischen Quadrate. Mit akribischer Genauigkeit hat er ihre Entwicklung und Bedeutung in den verschiedenen Kulturen dieser Welt

und ihre mathematischen Herstellungsverfahren erforscht. In vielen Aufsätzen hat er die Bedeutung dieser Zahlenquadrate in der Magie und in der Astrologie, aber auch in der Kunst und ihre Verbreitung als Amulette dargelegt. Er plante, ein größeres Werk über dieses Thema zu schreiben, was aber durch seinen frühen Tod verhindert wurde.

Zwischen 1898 und 1931 veröffentlichte der Teubner-Verlag in Leipzig die Reihe *Aus Natur und Geisteswissenschaft*, eine damals sehr beliebte Sammlung von über tausend kleinen Büchern mit allgemeinverständlichen Darstellungen aus allen Bereichen der Natur-, der Geisteswissenschaften und der Technik. Im Jahre 1907 erschien in dieser Reihe als Band 170 die erste Auflage des hier vorliegenden Buches *Mathematische Spiele* von Wilhelm Ahrens. 1911, 1916 und 1919 erschienen weitere Auflagen, die Ahrens zum Teil wesentlich erweiterte. Ahrens hatte 1927 erwartet, von seiner schweren Grippe zu genesen. So diktierte er noch am Tag seines Todes seiner Schwester einen Brief an den Teubner-Verlag, in dem er um die Zurückstellung der fünften Auflage der *Mathematischen Spiele* bat, bis er die Arbeit daran wieder selbst in die Hand nehmen könnte. Ein Gehirnschlag machte dies unmöglich, und so erschien die hier zugrundegelegte fünfte Auflage 1927 unverändert.

Die *Mathematischen Spiele* sind eine kurze, allgemeinverständliche und unterhaltsame Version seiner großen wissenschaftlichen Werke *Mathematische Unterhaltungen und Spiele* und *Altes und Neues aus der Unterhaltungsmathematik*. Das Büchlein hat trotz seines ehrwürdigen Alters von einem Jahrhundert noch nichts von seinem Charme verloren und ist auch für den heutigen Leser noch genauso aktuell und interessant wie für den damaligen. Alle in diesem Buch beschriebenen Denkspiele werden auch heute noch von verschiedenen Herstellern produziert und sind im Spielzeughandel erhältlich.

Heinrich Hemme

Vorwort

»Das vorliegende Büchelchen gibt eine Auswahl von mathematischen Spielen, und zwar solche, die mir einerseits besonderes Interesse zu verdienen schienen, andererseits sich für diejenige Darstellung eigneten, die ich mir für dieses Buch vorgesetzt hatte. Um nämlich niemanden, auch den der Mathematik völlig Unkundigen, von der Lektüre auszuschließen, habe ich nirgends irgendwelche mathematischen Kenntnisse beim Leser vorausgesetzt. Die durch diese Rücksicht bedingte Darstellung gestaltete sich zwar an einzelnen Stellen etwas breiter, während an anderen wenigen Stellen auf strenge Beweisführung verzichtet werden mußte. Ich hoffe jedoch, daß man diese Mängel nicht als erheblich empfinden, sondern sie mit dem gewonnenen Vorteil einer im weitesten Sinn populären Darstellung entschuldigen wird.«

Mit diesen Worten wurde das Programm der ersten Auflage dieses Buches (1907) im damaligen Vorwort gekennzeichnet. Die zweite Ausgabe (1910/1911) erfuhr sodann eine Erweiterung durch ein neues Kapitel: »Mathematische Trugschlüsse«, und hierfür mußte natürlich der in den übrigen Kapiteln befolgte Grundsatz, der mathematischen Kunstsprache durchaus zu entraten, preisgegeben werden. Beruhen doch diese Trugschlüsse in der Hauptsache gerade auf unrichtiger Handhabung der *mathematischen Technik*. Derjenige Leser, der über *keinerlei* mathematische Kenntnisse verfügt, wird also auf dieses Kapitel IX, das übrigens von der dritten Auflage (1916) ab noch eine Erweiterung erfahren hat, im wesentlichen verzichten müssen.

Um das Mitarbeiten des Lesers mehr zu beleben, sind dem Text einige fortlaufend durch das Buch numerierte Fragen beigegeben, die durchweg so einfach sind, daß der Leser, der mit Verständnis gefolgt ist, sie selbständig beantworten wird. Die am Schluß gegebenen Antworten sollen daher mehr der Beruhigung des Lesers als der Befriedigung eines Bedürfnisses dienen. In höherem Grad wird vielen Lesern eine Besprechung (»Aufdeckung«) der Trugschlüsse erwünscht sein, und diese ist daher denn gleichfalls in jenem Schlußabschnitt »Beantwortung der Fragen« gegeben.

Gegenüber der dritten Auflage, die, obschon nahezu ebenso stark wie die beiden ersten zusammengenommen, in ziemlich kurzer Zeit verschwunden ist, konnte die jetzige, vierte Ausgabe eine nennens-

werte Umfangsvermehrung schon aus äußeren Gründen nicht mehr erfahren. Vielmehr mußten sogar einige kleinere Partien, die niemand vermissen wird, gestrichen werden, um insbesondere für eine Anzahl neuer Bilder, die manchen Lesern, wie ich hoffe, nicht unerwünscht sein werden, Raum zu schaffen. Auch die aus einem anderen (äußeren) Grund vorgenommene Neubearbeitung von Kapitel VIII, § 3, brachte erwünschten Raumgewinn.

Wer eine eingehendere und gründlichere Behandlung dieses ganzen Gebietes mit ausführlichen geschichtlichen und literarischen Angaben sucht, findet diese in meinen im gleichem Verlag erschienenen »Mathematischen Unterhaltungen und Spielen«, die gegenwärtig in zweiter und zweibändiger Ausgabe vorliegen. Dort haben sämtliche in diesem kleinen Buch besprochenen Gegenstände neben zahlreichen anderen Themen eine ausführliche Behandlung erfahren mit alleiniger Ausnahme der »Trugschlüsse«. Der für Dinge dieser letzteren Art besonders interessierte Leser findet übrigens manche andere, hiermit verwandte Fragen in meinem Buch »Altes und Neues aus der Unterhaltungsmathematik« (Berlin 1918), und zwar in Kapitel VIII dort, behandelt.

Rostock (z. Zt. Arendsee) in Meckl., den 6. Juli 1918.

W. Ahrens

Inhalt

Einleitung	12
Kapitel I. Wettspringen	17
Kapitel II. Das Boß Puzzle oder Fünfezhnerspiel	19
§ 1. Geschichte und Beschreibung des Spiels	19
§ 2. Lösung der Aufgabe	21
§ 3. Die mathematische Theorie des Spiels	25
Kapitel III. Solitär- oder Einsiedlerspiel	31
§ 1. Spielregel. Notation	31
§ 2. Aufgaben bei teilweise besetztem Brett	33
§ 3. Vollbesetztes Brett	35
§ 4. Theorie des Spiels	38
Kapitel IV. Dyadische Spiele	42
§ 1. Die Reihe der Potenzen der Zahl 2	42
§ 2. Eine besondere Anwendung der Reihe der Potenzen von 2	44
§ 3. Erraten gedachter Zahlen und Gegenstände	47
§ 4. Der Lucassche Turm	50
Kapitel V. Das Zankeisen	54
Kapitel VI. Nim	58
§ 1. Beschreibung des Spiels und Skizzierung seiner Theorie	58
§ 2. Begründung der Theorie des Spiels	61
§ 3. Das praktische Spiel	69

Kapitel VII. Der Rösselsprung	72
§ 1. Definition. Geschichte. Vorbemerkungen	72
§ 2. Beispiele von Rösselsprüngen	74
§ 3. Einige Methoden zur Bildung von Rösselsprüngen . .	75
§ 4. Magische Rösselsprünge	82
 Kapitel VIII. Magische Quadrate	 84
§ 1. Einleitung	84
§ 2. Das neunzellige magische Quadrat	86
§ 3. Allgemeine Methode für Bildung ungeradzelliger magischer Quadrate	88
§ 4. Geradzellige Quadrate	94
§ 5. Magische Quadrate auf Amuletten	98
 Kapitel IX. Mathematische Trugschlüsse	 107
 Beantwortung der Fragen	 124

Das, sollte ich meynen, ließe sich wohl aus der Erfahrung darthun, daß auch bey Vielen, die nie den Namen Mathematik gehört haben, eine große Menge von Vergnügungen mathematisch ist. Alle Spiele, die ungleich voll von Nachdenken, in langer Ordnung vom Schach bis tief unter das Pochen hinunter gehen, vergnügen, weil man bey ihnen rechnet, und Fontenelle hat sie längst für eine natürliche Algebra erklärt.

R. G. Kästner

»Über den Werth der Mathematik, wenn man sie als einen Zeitvertreib betrachtet.«

Ges. schönwissensch. Werke III

Berlin 1841, p. 83.

Einleitung

Mit »Spiel« pflegen wir eine Beschäftigung zu bezeichnen, die wir nicht eines bestimmten nützlichen Zweckes wegen, sondern lediglich zu unserer Unterhaltung, unserem Vergnügen, unserer Zerstreung, unserer Erbauung entweder selbst vornehmen oder von anderen vornehmen lassen. Wir sprechen so von dem »Spiel« der Kinder, dem »Spiel« des Musikers, dem »Spiel« auf dem Theater usw.

Daß das Spiel oft auch einen bildenden Wert, selbst einen bedeutenden bildenden Wert hat, widerspricht unserer Definition durchaus nicht; man darf vielmehr, wie dies geschehen ist, in gewissem Sinn die Wissenschaft selbst als ein »Spiel« bezeichnen. – Das vorliegende Büchelchen enthält nur Spiele und erwartet vom Leser, daß er mitspielt. Ein Teil der darin behandelten Spiele erfordert, wenn dies auch keineswegs ein Erfordernis des Spiels an sich ist, bei praktischer Ausführung die Beteiligung von mindestens einer zweiten Person und kommt dann zumeist auf einen Wettstreit zwischen den beiden Spielenden hinaus.

Während dem Spielenden an sich ein bestimmtes Ziel nicht vorzuschweben braucht, ist dies bei vielen Spielen und bei den im vorliegenden Buch behandelten ausschließlich der Fall. Die Erreichung dieses Zieles kann, wie bei den reinen Glücksspielen, lediglich vom Zufall abhängen, sie kann aber auch bedingt sein durch manuelle Fertigkeiten oder durch eine geistige Leistung. Bei vielen Spielen – ich nenne als Beispiel das Billard – wird das Ergebnis durch das Zusammenwirken dieser verschiedenen Faktoren, von denen je nach Lage des Falles der eine mit größerer, der andere mit geringerer Stärke wirken wird, bestimmt werden.

Als »mathematisch« wird man ein Spiel nun dann zu bezeichnen haben, wenn es zu seiner Ausübung eine geistige Tätigkeit erfordert, bei der Methoden und Schlußweisen nach Art der in der Mathematik üblichen zur Anwendung gelangen oder doch bei verständigem Spielbetrieb gelangen müssen. Der mathematische Charakter des Spiels wird um so vollkommener sein, je mehr solche mathematischen Denkprozesse und Normen das ganze Spiel für sich allein beherrschen. Die mathematische Behandlung eines Spiels ist natürlich – ebenso wie auch die Mathematik selbst – nicht unbedingt an eine be-

stimmt technische Sprache, dargestellt durch Zeichen, Formeln usw., gebunden. Diese Dinge sind vielmehr stets nur aus Rücksichten geistiger Ökonomie geschaffen und daher allerdings, insbesondere bei den schwierigeren Fragen der mathematischen Wissenschaften, dem menschlichen Geist, der die verborgenen Wahrheiten nicht unmittelbar zu erkennen vermag, sondern zu ihnen nur unter Benutzung geistiger Krücken vorzudringen in der Lage ist, absolut unentbehrlich und sind bis zu dem Grad wichtig, daß zweckmäßige Festsetzungen in diesen Äußerlichkeiten sogar ausschlaggebend für die ganze weitere Entwicklung des betreffenden Wissenschaftsgebietes werden können. Für die hier behandelten Materien, die ausschließlich von der al-
lerelementarsten Art sind, können wir jedoch von einer technisch-mathematischen Darstellungsweise – außer im letzten Kapitel, das überhaupt eine Sonderstellung in dem Buch einnimmt –, absehen, ohne uns einen erheblichen Zwang anzutun.

Es sei gestattet, das Wesen eines mathematischen Spiels an einem Beispiel zu erläutern, wofür wir das in Kapitel VI behandelte »Nim«-Spiel wählen wollen: Eine relativ einfache Theorie, die, wenn auch ohne die eigentliche Kunstsprache des Mathematikers darstellbar, von ausgeprägt »mathematischem« Charakter ist, lehrt, daß es ein unbedingt zum Sieg führendes Verfahren gibt, durch das in der großen Mehrzahl der Fälle der anziehende Spieler sich – sogar bereits mit dem ersten Zug – den Sieg sichern kann. Die Kenntnis dieser Theorie verschafft daher dem Spielenden gegenüber einem der Theorie unkundigen Gegner, mag dieser an sich in dergleichen Spielen nicht ungeübt und selbst scharfsinnig sein, zunächst eine Überlegenheit, die der einer mit den modernsten Feuerwaffen ausgerüsteten Truppe gegenüber einem Haufen mit Pfeil und Bogen bewaffneter Wilden gleichkommt. Falls beide Spieler die mathematische Spieltheorie kennen und fehlerfrei handhaben, hängt der Ausgang des Spiels nur noch von der Anfangsstellung ab, und, da die Spielenden die Bestimmung dieser dem Zufall überlassen werden, so würde das Spiel damit den Charakter eines *reinen Glücksspiels* annehmen, womit zugleich die praktische Durchführung der Spielpartien allen Reiz verlieren würde. Als *Spiel* vermag uns das »Nim« daher höchstens solange zu fesseln, als wir das mathematische Prinzip noch nicht erkannt haben, und das Interesse, das dieser Gegenstand unter