

7. Klasse • Mathematik

DUDEN

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

7. Klasse

Mathematik

Drei Lernbausteine für garantiert bessere Noten!



Zusätzliche digitale
Lernkartensets auf
www.lernhelfer.de

So lernst du mit diesem Buch:

WISSEN

Hier wiederholst du Schritt für Schritt, was du zu jedem Lernthema wissen musst, um richtig vorbereitet zu sein!

In der linken Spalte: Regeln und Arbeitsanleitungen

In der rechten Spalte: Beispiele und Veranschaulichungen

ÜBEN

Hier wendest du das Gelernte auf typische Übungsaufgaben an!

Damit du deinen Lernfortschritt selbst überwachen kannst, gibt es verschiedene Schwierigkeitsstufen:



Übungen zum Wiederholen des Lernstoffs



Übungen zu Standardaufgaben und für die nötige Sicherheit vor der Klassenarbeit



Übungen zu besonderen und anspruchsvolleren Problemen

WISSEN⁺

Diese Kästen geben dir zusätzliche Informationen, Tipps und Arbeitshinweise für das Bearbeiten der Übungen.

TESTEN

Hier testest du dein Wissen mit vermischten und übergreifenden Aufgaben eines Kapitels.

KLASSENARBEIT 1

Alle Lernthemen eines Kapitels werden wie in einer echten Klassenarbeit abgefragt.



60 Minuten

Die Minutenangabe sagt dir, wie viel Zeit du für die Bearbeitung einer Klassenarbeit hast.



Topthema im Schnellcheck:

Hier findest du wichtige Lernthemen zum schnellen Nachschlagen und Wiederholen.





Schlaue Schnipsel



Man kennt 3×10^{12}
Nachkommastellen von π .
Ist jede Ziffer 2 mm breit, ergibt
das insgesamt 6 Mio. km –
fast 8-mal zum Mond und
zurück.



Dein Herz pumpt
pro Tag ca. 7000 l Blut
durch deinen Körper –
das 3,5-Fache von dem,
was ein Löschfahrzeug
an Wasser dabei hat!



Eine Flasche und der Korken
dazu kosten zusammen
1 € 10 ct.

Dabei kostet die Flasche
1 € mehr als der Korken.
Was kostet demnach der
Korken?

Hasst du auch spontan geantwortet: „10 ct.“?
Aber überlege dir, was dann die Flasche
kosten würde, nämlich $1 \text{ €} + 10 \text{ ct}$, also 1,10 €.
Richtig ist: 5 ct; dann kostet die Flasche 1,05 €
und beides zusammen 1,10 €.

Seit wann gibt es Mathe-Unterricht?

Vor 500 Jahren hätte dich niemand
mit Mathe-Aufgaben genervt – im
Mittelalter lernte man in der Schule
hauptsächlich Lesen und Schreiben.
Erst als im Handel nicht mehr
getauscht, sondern mit Geld bezahlt
wurde, mussten Kaufleute Buch führen
und damit Rechnen lernen.
Deshalb entstanden im 16. Jahr-
hundert spezielle Rechenschulen für
das praktische Rechnen.

Triskaidekaphobie

Dieses Furcht einflößende Wort
bezeichnet die Furcht vor der **13**
als „Unglückszahl“.

Aus Rücksicht auf Menschen, die
ernsthaft darunter leiden, gibt es in
vielen Flugzeugen keine Sitzreihen
mit der Nummer 13.

Glück brachte die Zahl 13 aber auch
schon: Die erste überhaupt gezo-
gene Zahl beim Lotto „6 aus 49“
war eine 13, und 6 Richtige wurden
erstmals am 13. 11. 1955 getippt.

Sprechende Zahlen

ein Buch mit 7 Siegeln sein = **d**
unverständlich sein
seine 7 Sachen packen =
aus- oder wegziehen

Beschreiben

- Formeln beschreiben Zusammenhänge. Überlege den genauen (mathematischen, physikalischen, ökonomischen) Sachverhalt, der durch die verkürzte Formelsprache wiedergegeben wird.
- Welcher Zusammenhang wird beschrieben? Welche Information lässt sich aus ihr ableiten? Welche Zahlengrößen kannst du mit der Formel berechnen?

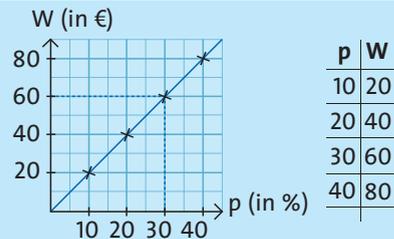
Beispielaufgabe: Hannah kauft neue Skier für 200€ und erhält auf diesen Preis 30% Rabatt. Wie viel spart sie?

$$W = \frac{p \cdot G}{100} = \frac{30 \cdot 200 \text{€}}{100} = 60 \text{€}$$

Mit der Formel lässt sich der Prozentwert W (Ersparnis) berechnen, d. h. der Anteil vom Grundwert G (Preis), den der Prozentsatz $p\%$ (Rabatt) festlegt.

Veranschaulichen

- Versuche jetzt, die Formel zu veranschaulichen: Wie verändern sich die Zahlengrößen in Abhängigkeit voneinander?
- Stelle die Veränderung von Zahlengrößen in einem Graphen anschaulich dar. Eine Wertetabelle hilft dir beim Zeichnen.



Systematisch verändern

- Welche Beziehung zwischen den Zahlengrößen kannst du erkennen?
- Setze für dieselbe Variable nacheinander verschiedene Zahlen ein und beobachte, wie sich die anderen Variablen verändern. Bei drei Variablen lässt du eine unverändert, variiert die zweite systematisch und beobachtest, wie die dritte sich verändert.

Der Grundwert G bleibt unverändert, der Prozentsatz $p\%$ wird größer. Was passiert mit dem Prozentwert W ?

Der Prozentsatz $p\%$ bleibt unverändert, der Grundwert G wird kleiner. Wie verändert sich der Prozentwert W ?

Wann würde der Prozentwert W größer als der Grundwert G werden?

Anwenden

- Suche Beispiele, in denen du die Formel anwenden kannst, und erkläre sie wie bei einem Vortrag.
- Wobei hilft dir die Formel nicht?

Praktische Beispiele: Preiserhöhung, Verzinsung von Kapital, Anteil an Wählerstimmen, Gehaltserhöhung ...

Kann die Formel bei der Flächenberechnung helfen? – Nein.

Erläutern

- Wie lässt sich die Aussage der Formel zusammenfassend erläutern? Verwende die mathematischen Fachausdrücke.

Der Prozentwert W berechnet sich als Produkt von Prozentzahl $p\%$ und Grundwert G geteilt durch 100.

Duden

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

7. Klasse

Mathematik

4., aktualisierte Auflage

Dudenverlag
Berlin

Bildnachweis:
Mariano Gockel, La Palma, Spanien: S. 77

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische
Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Das Wort Duden ist für den Verlag Bibliographisches Institut GmbH
als Marke geschützt.

Kein Teil dieses Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlages in irgendeiner Form
(Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der
Unterrichtsgestaltung, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme
verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Alle Rechte vorbehalten.
Nachdruck, auch auszugsweise, nicht gestattet.

© Duden 2016 D C B A
Bibliographisches Institut GmbH
Mecklenburgische Straße 53, 14197 Berlin

Redaktionelle Leitung Constanze Schöder
Redaktion Dr. Wiebke Salzmann
Autoren Rolf Hermes, Katja Roth, Lutz Schreiner, Manuela Stein, Timo Witschaß,
Dr. Wiebke Salzmann (Klappe)

Herstellung Uwe Pahnke
Layout Bachmann Design, Weinheim
Illustration Carmen Strzelecki
Umschlaggestaltung Büroecco, Augsburg; Bachmann Design, Weinheim
Umschlagabbildung iStock (Aldo Murillo); Fotolia (ag-visuell, blankstock, jfhp)
Umschlagillustration Selina Bauer, Berlin

Satz LemmeDESIGN, Berlin
Grafik pro.grafik, Ostfildern
Druck und Bindung AZ Druck und Datentechnik GmbH
Heisinger Straße 16, 87437 Kempten
Printed in Germany

ISBN 978-3-411-72434-5
Auch als E-Book erhältlich unter: ISBN 978-3-411-91193-6

www.duden.de

Inhaltsverzeichnis

1 Rationale Zahlen

- 1.1 Rechnen mit rationalen Zahlen 5
- 1.2 Rechengesetze und Klammerregeln 9
- 1.3 Potenzen und Quadratwurzeln 12

Klassenarbeit 1–4 15

2 Terme und Gleichungen

- 2.1 Terme mit Variablen 20
- 2.2 Gleichungen und Ungleichungen 23
- 2.3 Systematisches Lösen von Problemen 26

Klassenarbeit 1–3 29

3 Prozent- und Zinsrechnung

- 3.1 Der Prozentbegriff 32
- 3.2 Prozentsatz – Prozentwert – Grundwert 35
- 3.3 Zinsen und Zinseszinsen 39

Klassenarbeit 1–4 41

4 Zuordnungen und lineare Funktionen

- 4.1 Zuordnungen und ihre Graphen 46
- 4.2 Proportional und indirekt proportional 49
- 4.3 Lineare Funktionen und Gleichungen 53
- 4.4 Systeme linearer Gleichungen 56
- 4.5 Lineare Gleichungssysteme lösen 59

Klassenarbeit 1–3 62

5 Grundkonstruktionen

- 5.1 Geraden, Kreise, Winkel und Abstände 68
- 5.2 Konstruktionen mit Zirkel und Lineal 71
- 5.3 Kongruenzabbildungen 74
- 5.4 Winkel an Geraden und Parallelen 78
- 5.5 Geraden und Winkel am Kreis 81

Klassenarbeit 1–2 83

6 Dreiecke und Vierecke

- 6.1 Dreiecke 87
- 6.2 Punkte und Linien im Dreieck 90
- 6.3 Kongruente Dreiecke 93
- 6.4 Vierecke 97
- 6.5 Spezielle Vierecke 99

Klassenarbeit 1–4 103

7 Darstellen räumlicher Objekte

- 7.1 Projektionsarten 107
- 7.2 Pyramiden und Prismen 112

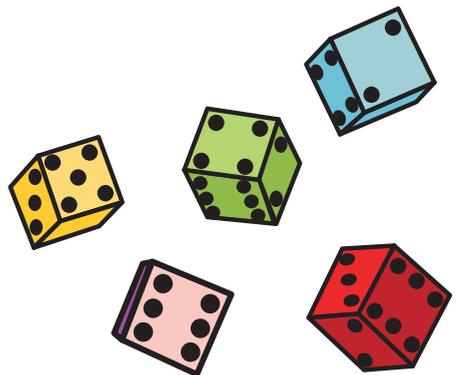
Klassenarbeit 1–3 115

8 Zufall und Wahrscheinlichkeit

- 8.1 Wahrscheinlichkeit und Häufigkeit 119
- 8.2 Summen- und Pfadregel 122

Klassenarbeit 1–2 125

Stichwortfinder 128



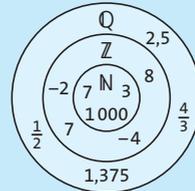
1 Rationale Zahlen

1.1 Rechnen mit rationalen Zahlen

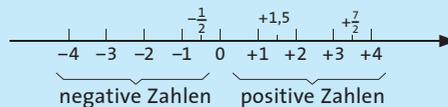
Die negativen und die positiven Bruchzahlen bilden zusammen mit der Null die Menge der **rationalen Zahlen** \mathbb{Q} .

Die **rationalen Zahlen** kann man auf der **Zahlengeraden** veranschaulichen:

- Die **negativen Zahlen** liegen links von der Null und haben ein **negatives Vorzeichen** (minus: -).
- Die **positiven Zahlen** liegen rechts von der Null und können durch ein **positives Vorzeichen** (plus: +) gekennzeichnet werden.
- Die Null ist weder positiv noch negativ.



$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \text{ mit } p, q \in \mathbb{Z}, \text{ aber } q \neq 0 \right\}$$

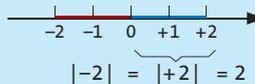


Beispiele für rationale Zahlen: -1 ; $-\frac{1}{2}$; $1,5$; 2

Der Abstand einer Zahl zur Null heißt **Betrag der Zahl**. Haben zwei Zahlen denselben Betrag, ist jede der Zahlen die **Gegenzahl (entgegengesetzte Zahl)** der anderen.

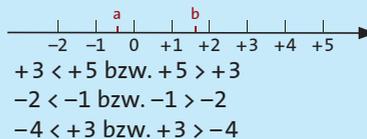
$$|a| = \begin{cases} a, & \text{wenn } a \geq 0 \\ -a, & \text{wenn } a < 0 \end{cases}$$

Der Betrag von -2 ist 2 : $|-2| = 2$.
 -2 ist die Gegenzahl von $+2$ und
 $+2$ ist die Gegenzahl von -2 .



Liegt eine Zahl a auf der Zahlengeraden links von einer Zahl b , so sagt man

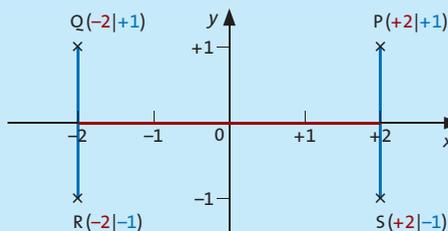
- a ist **kleiner als** b und man schreibt $a < b$.
- Man sagt auch b ist **größer als** a und schreibt $b > a$.



Das **Koordinatensystem (Achsenkreuz)** wird ebenfalls in den negativen Bereich fortgesetzt. Die Pfeilspitzen an den Achsen zeigen an, in welcher Richtung die Zahlen größer werden.

Koordinaten eines Punktes P schreibt man in der Form $P(x|y)$.

Den **x-Wert** nennt man auch **Abszisse**, den **y-Wert** auch **Ordinate** eines Punktes.



$R(-2|-1)$ bedeutet: von der Null aus **2** Einheiten nach **links** und **1** nach **unten**;
 $P(+2|+1)$ bedeutet: von der Null aus **2** Einheiten nach **rechts** und **1** nach **oben**.

Addition und Subtraktion	
<p>Rationale Zahlen mit demselben Vorzeichen werden addiert, indem man</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ die Beträge addiert und ■ dem Ergebnis das gemeinsame Vorzeichen gibt. <p>Rationale Zahlen mit unterschiedlichen Vorzeichen werden addiert, indem man</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ den kleineren Betrag vom größeren subtrahiert und ■ dem Ergebnis das Vorzeichen der Zahl mit dem größeren Betrag gibt. 	$\begin{aligned} (+3) + (+2,1) &= +(3 + 2,1) = +5,1 \\ (-3) + (-2,1) &= -(3 + 2,1) = -5,1 \\ (+7) + (-6,5) &= +(7 - 6,5) = +0,5 \\ (-7) + (+6,5) &= -(7 - 6,5) = -0,5 \end{aligned}$
<p>Man subtrahiert eine rationale Zahl, indem man ihre Gegenzahl addiert:</p> $a - b = a + (-b)$ $a - (-b) = a + (+b)$	$3,4 - 2,1 = 3,4 + (-2,1) = +1,3$ $\left(-\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(+\frac{3}{4}\right) = +\frac{2}{4} = +\frac{1}{2}$
Multiplikation	
<p>Zwei rationale Zahlen werden multipliziert, indem man die Beträge multipliziert. Das Produkt ist</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ positiv, wenn beide Faktoren dasselbe Vorzeichen haben; ■ negativ, wenn die Faktoren unterschiedliche Vorzeichen haben. <p><i>Merke:</i> Die Multiplikation einer Zahl mit -1 bewirkt, dass sich das Vorzeichen ändert.</p>	$(-2) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = +\frac{2}{3} \qquad (+3) \cdot (-1,2) = -3,6$ $+ \cdot + = + \qquad - \cdot - = +$ $+ \cdot - = - \qquad - \cdot + = -$ $-1 \cdot (+13) = -13 \qquad -1 \cdot (-112) = +112$
Division	
<p>Zwei rationale Zahlen werden dividiert, indem man ihre Beträge dividiert. Der Quotient ist</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ positiv, wenn Dividend und Divisor dasselbe Vorzeichen haben; ■ negativ, wenn sie unterschiedliche Vorzeichen haben. <p><i>Achtung:</i> Durch null darf man nicht teilen!</p> <p>Division einer rationalen Zahl durch eine andere bedeutet das Gleiche wie Multiplikation mit dem Kehrwert: $a : b = a \cdot \frac{1}{b}$.</p>	$\begin{aligned} (+4) : (+0,2) &= +20 & (-16) : (-4) &= +4 \\ (+2) : (-3) &= -\frac{2}{3} & (-12) : (+3) &= -4 \end{aligned}$ $+ : + = + \qquad - : - = +$ $+ : - = - \qquad - : + = -$ <p>$-3 : 0$ und $\frac{-3}{0}$ sind nicht definiert und deshalb nicht möglich!</p> $-\frac{3}{7} : (+3) = -\frac{3}{7} \cdot \left(+\frac{1}{3}\right) = -\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{1}{7}$



ÜBUNG 1 Ordne die Zahlen in der Form $a < b < c < \dots$ Beginne mit der kleinsten Zahl.
(Tipp: Verdeutliche dir in deinem Übungsheft die Lage der Zahlen auf der Zahlengeraden.)

$$-3; +2; -3,5; -2,5; +0,3; +3,2; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; +4,7; -1,5; +\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}$$

WISSEN

Zur Erinnerung: Brüche vergleichen

- Bei **gleichnamigen Brüchen** musst du die Zähler vergleichen.
- Ungleichnamige Brüche** musst du zuerst gleichnamig machen (auf einen gemeinsamen Nenner erweitern) und anschließend die Zähler vergleichen.

Achtung: Berücksichtige die Vorzeichen!

Tipp: Um eine Dezimalzahl mit einem Bruch zu vergleichen, wandelst du sie zuerst in einen Bruch um.

Vergleiche $-\frac{1}{3}$ und $-\frac{1}{4}$.

$$-\frac{1}{3} = -\frac{4}{12} \text{ und } -\frac{1}{4} = -\frac{3}{12}.$$

Also: $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{4}$, denn

$$-\frac{4}{12} < -\frac{3}{12} \text{ bzw. } -4 < -3.$$

$$0,7 = \frac{7}{10} = \frac{49}{70} \text{ und } \frac{5}{7} = \frac{50}{70},$$

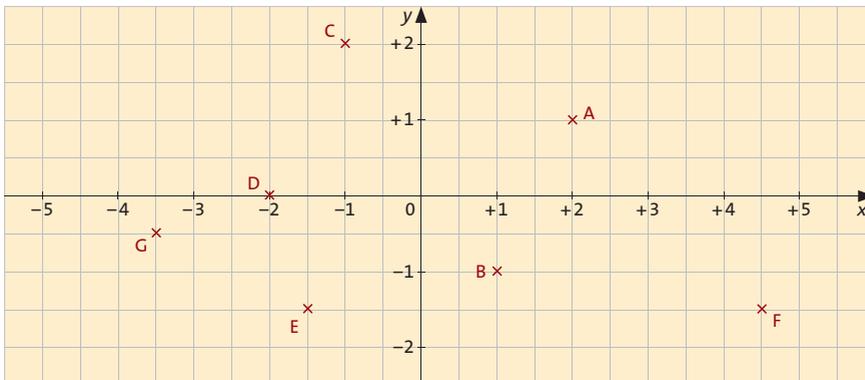
$$\text{also } 0,7 < \frac{5}{7}$$

ÜBUNG 2 Betrachte das unten stehende Koordinatensystem.

a) Gib die Koordinaten (x|y) der eingezeichneten Punkte an.

b) Markiere die folgenden Punkte im Koordinatensystem:

$$H(+2,5|+0,5); I(-2|-1); J(0|+1,7); K(-2,4|0); L(-4,5|-2,2); M(-4,5|+1,2).$$



ÜBUNG 3 Setze das richtige Relationszeichen ein (<, > oder =).

a) $+2$ $+2,2$

b) -4 $-3,5$

c) $-\frac{2}{7}$ $-\frac{1}{3}$

d) $-22,2$ $-22,3$

e) $|-17|$ $+17$





ÜBUNG 4 Ergänze die Tabelle.

Zahl	+7	-1,5		0	-0,16	$-\frac{3}{97}$	-	+	
Gegenzahl			+3,4				+	-	-0,007
Betrag							6,7	$\frac{2}{3}$	



WISSEN

Zur Erinnerung: Bruchrechnung

Brüche addieren und subtrahieren

1. Mache die Brüche gleichnamig.
2. Addiere bzw. subtrahiere die Zähler.
Achtung: Beachte die Vorzeichen!
3. Kürze das Ergebnis.

$$-\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = -\frac{3}{15} + \frac{10}{15} = \frac{-3+10}{15} = \frac{7}{15}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{7}{4} = \frac{16}{12} - \frac{21}{12} = \frac{16-21}{12} = -\frac{5}{12}$$

Brüche multiplizieren

Multipliziere Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner:

$$\frac{4}{15} \cdot \frac{21}{8} = \frac{4 \cdot 21}{15 \cdot 8} = \frac{1 \cdot 7}{5 \cdot 2} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Brüche dividieren

Multipliziere den ersten Bruch mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs:

$$\frac{16}{13} : \frac{8}{39} = \frac{16}{13} \cdot \frac{39}{8} = \frac{2 \cdot 16 \cdot 39}{13 \cdot 8} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 1} = 6$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Tipp: Gemischte Zahlen musst du in Brüche umwandeln. Kürze wenn möglich und multipliziere die gekürzten Zahlen.



ÜBUNG 5 Berechne die Aufgaben in deinem Übungsheft.

- a) $-2 + 3,5$ b) $9 + (-17)$ c) $23,3 - (-11,7)$ d) $-1,3 + (-1,7)$ e) $-55,5 + (-45,1)$
 f) $\frac{2}{7} + \left(-\frac{3}{7}\right)$ g) $-1,4 - 1,6$ h) $-8,27 + (-3,73)$ i) $-\frac{3}{8} + \left(-\frac{1}{6}\right)$ j) $-\frac{3}{5} - (-0,6)$



ÜBUNG 6 Berechne. Beachte dabei die Vorzeichenregeln.

- a) $-7 \cdot (+3)$ b) $-6 \cdot (+1,5)$ c) $-4 \cdot 1,2$ d) $-5 \cdot (-117)$ e) $220 : (-11)$
 f) $\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right)$ g) $(-1,6) : (-0,4)$ h) $-\frac{3}{4} : \left(-\frac{9}{28}\right)$ i) $-\frac{3}{5} : \left(-\frac{25}{2}\right)$ j) $-1\frac{3}{7} : 2\frac{1}{3}$

1.2 Rechengesetze und Klammerregeln

Kommutativgesetz (KG)

Beim **Addieren** darfst du die Summanden vertauschen: $a + b = b + a$

Merke: $a - b = a + (-b)$.

Beim **Multiplizieren** darfst du die Faktoren vertauschen: $a \cdot b = b \cdot a$

$$(-2) + (-5) = (-5) + (-2) = -7$$

$$3,2 - 0,2 = 3,2 + (-0,2) = -0,2 + 3,2 = 3$$

$$-5 \cdot 2 = 2 \cdot (-5) = -10$$

Assoziativgesetz (AG)

In einer **Summe** aus mehreren Summanden darfst du die Klammern umsetzen, d. h. die Reihenfolge der Rechenschritte vertauschen:

$$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$$

In einem **Produkt** aus mehreren Faktoren darfst du die Klammern umsetzen, d. h. die Reihenfolge der Rechenschritte vertauschen:

$$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$-1,7 + (-0,3) + 1,3 = [-1,7 + (-0,3)] + 1,3 = -2 + 1,3 = -0,7$$

oder:

$$-1,7 + (-0,3) + 1,3 = -1,7 + [(-0,3) + 1,3] = -1,7 + 1 = -0,7$$

$$-\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7} = \left(-\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{7} = -1 \cdot \frac{2}{7} = -\frac{2}{7}$$

$$-\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7} = -\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{7}\right) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{21} = -\frac{2}{7}$$

Distributivgesetz (DG)

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

Dies nennt man **ausmultiplizieren**.

Die umgekehrte Anwendung dieses Gesetzes nennt man **ausklammern**:

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

$$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$$

Tipp: Nach dem KG gilt auch:

$$a \cdot (b + c) = (b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$$

$$a \cdot (b - c) = (b - c) \cdot a = b \cdot a - c \cdot a$$

Bei der **Division** gilt das **Distributivgesetz** nur in der Form

$$(a + b) : c = a : c + b : c \text{ bzw.}$$

$$(a - b) : c = a : c - b : c$$

Ausmultiplizieren:

$$3 \cdot (10 + 7) = 3 \cdot 10 + 3 \cdot 7 = 30 + 21 = 51$$

Ausklammern:

$$7 \cdot 12 + 7 \cdot 8 = 7 \cdot (12 + 8) = 7 \cdot 20 = 140$$

$$(36 - 9) : 3 = 36 : 3 - 9 : 3 = 12 - 3 = 9$$

Nutze das **Distributivgesetz**, um Terme zu vereinfachen.

Oft gibt es mehrere Möglichkeiten!

$$-19 \cdot 12 = -19 \cdot (10 + 2)$$

$$= -19 \cdot 10 + (-19) \cdot 2$$

$$= -190 + (-38) = -228$$



ÜBUNG 7 Stelle die Terme mithilfe der Rechengesetze so um, dass du Rechenvorteile nutzen kannst. Notiere die angewendeten Gesetze jeweils neben den Schritten. Führe die Rechnungen zu Ende. (Tipp: Klammern kannst du auch „in Gedanken“ umsetzen (Assoziativgesetz).)

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{317}{30} - 2 - \frac{17}{30} \\ & = \frac{317}{30} - \frac{17}{30} - 2 \\ & = \left(\frac{317}{30} - \frac{17}{30} \right) - 2 \\ & = \phantom{\frac{317}{30} - \frac{17}{30} - 2} \\ & = \phantom{\frac{317}{30} - \frac{17}{30} - 2} \end{aligned}$$

Rechengesetz:

$$\text{b) } -13,4 + 3,1 - 6,6$$

Rechengesetz:

$$\begin{aligned} & = -13,4 - 6,6 + 3,1 \\ & = (-13,4 - 6,6) + 3,1 \\ & = \\ & = \end{aligned}$$

WISSEN

Vorzeichen und Rechenzeichen
Zur Vereinfachung darfst du bei Addition und Subtraktion **Vorzeichen und Rechenzeichen zusammenfassen**.

$$a + (+b) = a + b$$

$$a + (-b) = a - b$$

$$a - (-b) = a + b$$

$$a - (+b) = a - b$$

$$(-10) - (+3) = -10 - 3 = -13$$



ÜBUNG 8 Überlege, wie du bei diesen Rechnungen am geschicktesten vorgehst. Notiere die einzelnen Schritte und die angewendeten Rechengesetze in deinem Heft. (Tipp: Denke daran, dass du eine Differenz immer als Summe schreiben kannst: $a - b = a + (-b)$.)

$$\text{a) } 733,3 + 18,2 - 13,3$$

$$\text{b) } -33,7 - 2,3 + 3,5$$

$$\text{c) } 133,1 - 122,2 - 13,1$$

$$\text{d) } -44,7 + \frac{2}{5} - 12,3$$

$$\text{e) } -14,4 + 12,8 - 13,6$$

$$\text{f) } \frac{3}{4} - 1\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{2}{3}$$

$$\text{g) } -\frac{7}{9} + \frac{7}{6} - \frac{11}{9} - \frac{11}{6}$$

$$\text{h) } -999,01 - 9,9 - 0,09$$



ÜBUNG 9 Berechne folgende Aufgaben im Kopf und nutze dabei Rechenvorteile.

$$\text{a) } 167 - 88 + 33$$

$$\text{b) } 3,6 - 2,3 + 0,4$$

$$\text{c) } 2,3 - 0,7 - 3,3$$

$$\text{d) } 223,4 - 0,1 - 13,4$$

$$\text{e) } \frac{7}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8}$$

$$\text{f) } -\frac{4}{11} + 2\frac{2}{3} - 2\frac{7}{11}$$

$$\text{g) } \frac{1}{17} + \frac{6}{7} - \frac{13}{7}$$

$$\text{h) } 0,4 + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} + 1,1$$



ÜBUNG 16 Gib jeweils den Wert der Potenz an.

- a) $(-6)^3$ b) $(-2)^9$ c) $\left(-\frac{4}{13}\right)^2$ d) $(-0,7)^3$ e) $\left(-2\frac{3}{4}\right)^2$ (Tipp: $-2\frac{3}{4} = -\frac{11}{4}$)
 f) $\left(-1\frac{3}{7}\right)^3$ g) 17^2 h) 170^2 i) $1,7^2$ j) $0,17^2$ k) $\left(-\frac{6}{11}\right)^3$

WISSEN

Tipp zum Wurzelziehen

Zum Bestimmen von Quadratwurzeln kannst du die folgende Regel verwenden:

Es gilt: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ bzw. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Achtung: $\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$\sqrt{250\,000}$ soll bestimmt werden.

$250\,000 = 25 \cdot 10\,000$

Du weißt, dass $5^2 = 25$, also $\sqrt{25} = 5$.

Außerdem ist $100^2 = 10\,000$,

also $\sqrt{10\,000} = 100$. Damit gilt:

$\sqrt{250\,000} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{10\,000} = 5 \cdot 100 = 500$

Ebenso kannst du bei Dezimalzahlen vorgehen:

$\sqrt{0,09} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{0,01} = 3 \cdot 0,1 = 0,3$



ÜBUNG 17 Gib jeweils den Wert der Quadratwurzel an.

- a) $\sqrt{81}$ b) $\sqrt{144}$ c) $\sqrt{225}$ d) $\sqrt{3\,600}$
 e) $\sqrt{1,96}$ f) $\sqrt{0,0025}$ g) $\sqrt{1,21}$ h) $\sqrt{1960\,000}$
 i) $\sqrt{2,25}$ j) $\sqrt{2,89}$ k) $\sqrt{0,000\,289}$ l) $\sqrt{\frac{625}{169}}$



ÜBUNG 18 Welches Volumen hat ein Würfel mit der Kantenlänge 5 cm?



ÜBUNG 19 Wie lang ist eine Seite eines Quadrates mit 225 m² Flächeninhalt?

WISSEN

Irrationale Zahlen

Die Quadratwurzel aus einer positiven rationalen Zahl ist nicht immer eine rationale Zahl. Manche Quadratwurzeln kann man nicht als Bruch schreiben, weil es nicht abbrechende, nicht periodische Dezimalzahlen sind. Solche Zahlen heißen **irrationale Zahlen**. Man verwendet Näherungswerte.

Merke: Auch die Kreiszahl π ($\approx 3,14$) ist eine irrationale Zahl.

$\frac{1}{9} = 0,\overline{1} = 0,1111\dots \in \mathbb{Q}$

$\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} = 0,\overline{3} = 0,333\dots \in \mathbb{Q}$

$2 \in \mathbb{Q}$ aber:

$\sqrt{2} = 1,414\,213\,562\dots \notin \mathbb{Q}$

$\pi = 3,141\,592\,654\dots \notin \mathbb{Q}$

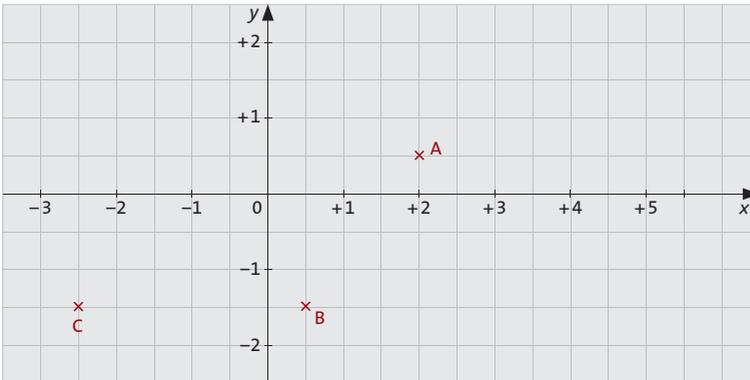


45 Minuten

KLASSENARBEIT 1

**AUFGABE 1** Betrachte das unten stehende Koordinatensystem.

- a) Gib die Koordinaten der eingezeichneten Punkte in der Form $(x|y)$ an.
 b) Markiere in dem Koordinatensystem die Punkte $D(-1|1,5)$; $E(-1,5|-0,5)$; $F(0|-0,6)$.



TESTEN

AUFGABE 2 Erkläre mit eigenen Worten, was der Betrag einer rationalen Zahl ist. Was bedeutet somit $|-3,5|$?**AUFGABE 3** Ordne die Zahlen in der Form $a < b$.

- a) $-2,5$; -2 b) $-\frac{3}{7}$; $-\frac{1}{3}$

AUFGABE 4 Berechne die Terme.

- a) $-1,3 + 3,5 - 1,7$ b) $-\frac{1}{8} + \left(-\frac{2}{3}\right)$ c) $-9,7 - (-8,4 + 2,3)$
 d) $-8 \cdot (+7)$ e) $-\frac{9}{7} \cdot \left(-\frac{63}{2}\right)$ f) $\frac{5}{9} : \left(-\frac{7}{18}\right)$

AUFGABE 5 Berechne durch Ausmultiplizieren.

- a) $-13 \cdot (30 - 1)$ b) $\left(5 + \frac{5}{6}\right) \cdot (-12)$ c) $\left(-33 + \frac{11}{13}\right) : (-11)$

AUFGABE 6 Berechne möglichst geschickt, indem du einen der Faktoren als Summe oder als Differenz schreibst und das Distributivgesetz anwendest.

- a) $-8 \cdot 29$ b) $2\frac{3}{4} \cdot (-8)$ c) $28\frac{7}{8} : (-7)$

AUFGABE 7 Gib jeweils den Wert an.

- a) $(-3)^3$ b) $\left(-\frac{2}{5}\right)^4$ c) $\sqrt{4900}$

Stichwortfinder

- A** Abstand 68
Abszisse 5
Abtragen einer Strecke 71
Achsen Spiegelung 74
Additionsverfahren 59
Antragen eines Winkels 71
Assoziativgesetz 9
Äquivalenzumformung 23
Auflösen einer Gleichung 23
Aufriss 107
Ausgang 119
Außenwinkel 87
- B** Basis 12
Betrag 5
Bruchrechnung 8
- D** Distributivgesetz 9
Drachenviereck 99, 101
Dreieck 87 ff.
– Flächeninhalt bestimmen 96
– konstruieren 93 f.
Dreisatz 37, 50 f.
Durchmesser 81
- E** Einsetzungsverfahren 59
Ereignis 119
Ergebnis 119
Exponent 12
- F** Fixpunkt 75
Funktion 48, 53
- G** Geradenkreuzung 78
geradentreu 75
Gesetz der großen Zahlen 120
Gleichsetzungsverfahren 59
Gleichung 23, 53 ff.
Gleichungssystem 56, 59
Graph 46
Grundriss 107
Grundwert 35
- H** Halbieren
– einer Strecke 71
– eines Winkels 71
Häufigkeit 119
Höhe 90
Höhenschnittpunkt 90
Hyperbel 52
Hypotenuse 88
- I** indirekt proportional 49, 51 f.
Inkreis 90
Innenwinkel 87
Innenwinkelsatz 87
- K** Kapital 39
Kathete 88
Kavalierprojektion 108
Klammern auflösen 11
Kommutativgesetz 9
Komplementärregel 123
Kongruenzsätze 93
konvex 98
Kreis 68
Kreisdiagramm 38
- L** Laplace-Versuch 122
lineare Funktion 53
lineare Gleichung 53 ff., 56
lineares Gleichungssystem
56, 59
Lot 72
- M** Mittelpunktswinkel 81
- N** Nachbarwinkel 78
Nebenwinkel 78
Netz 114
- O** Ordinate 5
- P** parallele Gerade 69, 73, 78
paralleltreue 75
Parallelogramm 99, 101
Parallelprojektion 107
Passante 81
Peripheriewinkel 81
Pfadregel 122
Planfigur 89
Potenz 12 f.
Produktregel 122
Prisma 112 ff.
Projektion 107
proportional 49 ff., 53
Prozent 32, 34 f.
Prozentsatz 35
Prozentwert 35
Punkt 68
Punktspiegelung 74
punktsymmetrisch 74
Pyramide 112 ff.
- Q** Quadrat 99, 101
Quadratwurzel 12
Quadratzahl 12
- R** Radius 68
Radizieren 12
rationale Zahlen 5 ff.
Raute 99
Rechteck 99, 101
Rhombus 99
- S** Scheitelpunkt 68
Scheitelwinkel 78
Schenkel 68
Schwerpunkt 90
Seitenhalbierende 90
Sehnentangentenwinkel 81
Sehnenviereck 102
Sekante 81
Steigung 53
Strecke 68, 70 f.
streckentreu 75
Streifendiagramm 38
Stufenwinkel 78
Summenregel 121 f.
- T** Tangente 81 f.
Tangentenviereck 102
Textaufgaben lösen 26, 37
Thales, Satz des 81, 89
Trapez 99, 101
- U** Umfangswinkel 81
umgekehrt proportional 49, 51 f.
Umkreis 90
- V** Verschiebung 77
- W** Wechselwinkel 78
Wertemenge 46
Wertepaar 46
Winkel 68, 71, 78, 81
Winkelhalbierende 90
winkeltreu 75
- Z** Zentralprojektion 107
Zentriwinkel 81
Zinsen 39
Zufallsexperiment 119
Zuordnung 46
Zweitafelprojektion 107 f.
Zylinder 112

Das Erfolgskonzept im Reihenformat

Wissen • Üben • Testen

- Mit dabei sind:
- Lösungshefte
 - Abschlusstests
 - Schlaue Schnipsel und Fun Facts



Passendes Übungsmaterial online bei Lernhelfer

Zusätzlich zu den Bänden der Reihe Wissen – Üben – Testen erhältst du passende digitale Lernpakete für die Sekundarstufe I mit Lernkartensets zu wichtigen Unterrichtsthemen.

Alles exklusiv im Paket für nur 1,- Euro! Melde dich einfach an unter www.lernhelfer.de/wuet



In der Reihe erhältlich für die Klassenstufen 5 bis 10 sind Klassen- und Themenbände der Fächer:

• Deutsch • Mathematik • Englisch • Französisch • Latein

Alle lieferbaren Titel in der Reihe Wissen – Üben – Testen findest du auf www.duden.de



Äquivalenzumformungen

Gleichungen

- Äquivalenzumformungen verändern die Lösungsmenge einer Gleichung nicht. Mit Äquivalenzumformungen löst du eine Gleichung nach x auf.
- Äquivalenzumformungen sind:
 - beidseitige Addition der gleichen Zahl oder des gleichen Terms
 - beidseitige Subtraktion der gleichen Zahl oder des gleichen Terms
 - beidseitige Multiplikation mit einer von 0 verschiedenen Zahl / einem von 0 verschiedenen Term
 - beidseitige Division durch eine von 0 verschiedene Zahl / einen von 0 verschiedenen Term

$$(8x - 14) : 2 = 2x + 3$$

$$\begin{array}{l} (8x - 14) : 2 = 2x + 3 \quad | \cdot 2 \text{ (beide Seiten der Gleichung mit 2 multiplizieren)} \\ (8x - 14) : 2 \cdot 2 = (2x + 3) \cdot 2 \\ 8x - 14 = 4x + 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8x - 14 = 4x + 6 \quad | + 14 \text{ (auf beiden Seiten der Gleichung 14 addieren)} \\ 8x - 14 + 14 = 4x + 6 + 14 \\ 8x = 4x + 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8x = 4x + 20 \quad | - 4x \text{ (auf beiden Seiten der Gleichung 4x subtrahieren)} \\ 8x - 4x = 4x - 4x + 20 \\ 4x = 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4x = 20 \quad | : 4 \text{ (auf beiden Seiten der Gleichung durch 4 dividieren)} \\ 4x : 4 = 20 : 4 \\ x = 5 \end{array}$$

Ungleichungen

- Ungleichungen löst du mit denselben Äquivalenzumformungen. Bei der Multiplikation mit oder der Division durch eine negative Zahl dreht sich das Ungleichheitszeichen um.

$$\begin{array}{l} (-8x - 14) : (-2) < 2x + 3 \quad | \cdot (-2) \\ (-8x - 14) : (-2) \cdot (-2) > (2x + 3) \cdot (-2) \quad (\rightarrow \text{aus } < \text{ wird } >) \\ -8x - 14 > -4x - 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -8x - 14 > -4x - 6 \quad | + 14 + 4x \\ -4x > 8 \end{array}$$

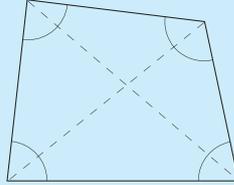
$$\begin{array}{l} -4x > 8 \quad | : (-4) \\ -4x : (-4) < 8 : (-4) \quad (\rightarrow \text{aus } > \text{ wird } <) \\ x < -2 \end{array}$$



Verschiedene Vierecke

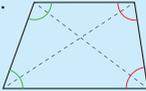
Allgemeines Viereck

- Die Summe der Innenwinkel beträgt 360° .



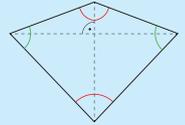
Trapez

- Zwei der Seiten sind parallel.
- Die Winkel an den Schenkeln ergänzen sich jeweils zu 180° .



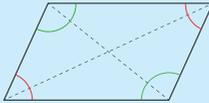
Drachenviereck

- Je zwei Paare benachbarter Seiten sind gleich lang.
- Eines der Paare gegenüberliegender Winkel ist gleich groß.
- Das andere Winkelpaar wird durch die Diagonale halbiert.
- Die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander.



Parallelogramm

- Je zwei gegenüberliegende Seiten sind parallel und gleich lang.
- Je zwei gegenüberliegende Winkel sind gleich groß.
- Die Diagonalen halbieren einander.



Raute

- Alle vier Seiten sind gleich lang.
- Je zwei gegenüberliegende Seiten sind parallel.
- Je zwei gegenüberliegende Winkel sind gleich groß.
- Die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander und halbieren einander.



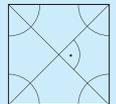
Rechteck

- Je zwei gegenüberliegende Seiten sind parallel und gleich lang.
- Alle vier Winkel sind rechte Winkel.
- Die Diagonalen halbieren einander.



Quadrat

- Alle vier Seiten sind gleich lang.
- Je zwei gegenüberliegende Seiten sind parallel.
- Alle vier Winkel sind rechte Winkel.
- Die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander und halbieren einander.



DUDEN

ZUM BUCH:

das passende digitale Lernpaket mit digitalen
Lernkartensets für nur 1,- Euro!
Melde dich einfach an unter www.lernhelfer.de/wuet.

Zu besseren Noten mit den drei Lernbausteinen:

- ▶ WISSEN: Alle wichtigen Regeln mit passenden Beispielen und verständlichen Anleitungen zum Lösen der Aufgaben
- ▶ ÜBEN: Abwechslungsreiche Übungsaufgaben in drei Schwierigkeitsstufen für das individuelle Training
- ▶ TESTEN: Große Auswahl an Klassenarbeiten mit Zeitvorgaben zur Erfolgskontrolle und für die gezielte Vorbereitung

Mit herausnehmbarem Lösungsheft, Topthemen im Schnellcheck und schlaun Schnipseln – Mathewissen zum Staunen und Schmunzeln.

Geeignet für Gymnasium, Realschule und Gesamtschule.
Berücksichtigt die aktuellen Bildungspläne der Bundesländer.

ISBN 978-3-411-72434-5
13,99 €(D) · 14,40 €(A)

