Einführung

Dieser Band enthält die zweite und letzte Auswahl mathematischer Denkspiele aus Sam Loyds gigantischer *Cyclopedia of Puzzles*, die nach seinem Tod von seinem Sohn herausgegeben und 1914 veröffentlicht wurde. Die beiden nunmehr vorliegenden Sammlungen erschöpfen Loyds Vorrat an mathematischen Glanzstücken durchaus nicht, aber ich glaube, daß sie alle Leckerbissen seiner erstaunlichen Produktion beinhalten, und in jedem Fall reicht der Rest nicht aus, um aus der *Cyclopedia* einen weiteren gleichwertigen Band zusammenzustellen. Auch diesmal wurde der Text wieder aus Gründen der Deutlichkeit und Genauigkeit gründlich überarbeitet, ohne dabei Loyds speziellen stilistischen Eigenheiten Abbruch zu tun. Gelegentlich finden sich in Klammern gesetzte Anmerkungen von mir.

Ich möchte die Leser noch auf das hohe Niveau vieler Aufgaben aus dem Bereich der Algebra hinweisen, die nicht illustriert sind. In der *Cyclopedia* sind die Rätsel meist von humorigen Bildern begleitet, aber da sie nicht der zusätzlichen Verdeutlichung des Textes dienen, wurden sie hier ausgespart, um noch mehr Platz für möglichst viele weitere kurze Aufgaben zu gewinnen. Dazu gehören auch jene, die sich mit Geschwindigkeiten und Entfernungen befassen und besonders schwierig sind und die ich vor allem auch allen Mathematikstudenten, die sich im Rechnen üben wollen, empfehle. Bevor man sich Fragen mit veränderlichen Größen zuwendet, sollten einem gleichbleibende Größen durch und durch vertraut sein; Loyds Rätsel aus diesem Bereich sind ein ausgezeichnetes Training dafür – vorausgesetzt, man versucht sie zu lösen, ohne die Antworten nachzuschauen!

Martin Gardner

Lewis Carroll's Affenrätsel

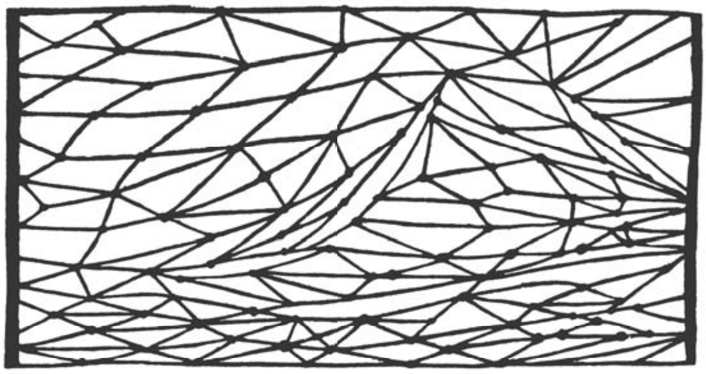
1 Was passiert mit dem Gewicht?

Dieses vertrackte Rätsel aus der Mechanik, das zuerst ganz einfach aussieht, soll Lewis Carroll einiges Kopfzerbrechen bereitet haben. Ob es sich der berühmte Autor von »Alice im Wunderland«, der Professor für Mathematik in Oxford war, selbst ausgedacht hat, ist nicht bekannt; jedenfalls bat er in einem unseligen Augenblick um folgende Auskunft:

Wenn man an einem Seil, das über eine Rolle führt, ein Gewicht von 10 Pfund anbringt, zu dem ein Affe am anderen Ende des Seils das Gleichgewicht hält, was passiert dann mit dem Gewicht, wenn der Affe plötzlich am Seil hinaufzuklettern beginnt?

»Es ist höchst merkwürdig«, schrieb Carroll, »wie unterschiedlich die Ansichten verschiedener guter Mathematiker sind. Price sagt, das Gewicht gehe mit zunehmender Geschwindigkeit *hinauf;* Clifton (und Harcourt), daß es im gleichen Verhältnis *hinauf*gehe wie der Affe, während Sampson behauptet, es gehe *herab.*« Ein Ingenieur meint, der Affe bewirke genauso wenig wie eine am Seil hinaufkrabbelnde Fliege, ein anderer Wissenschaftler glaubt, daß »das Gewicht im umgekehrten Verhältnis zu der Geschwindigkeit steigt oder sinkt, mit der der Affe den Apfel ißt«, wovon jedoch erst noch die Quadratwurzel aus dem Affenschwanz abgezogen werden müßte. Im Ernst, dies ist eine wirklich hübsche Aufgabe und gründlicher Überlegung wert, und außerdem macht sie die enge Verbindung zwischen Rätseln und Problemen der Mechanik deutlich.

[Um die Aufgabe zu präzisieren, soll angenommen werden, daß sowohl Seil als auch Rad gewichts- und reibungslos sind. – M.G.]



2 *Das Hängematten-Rätsel*

Sie blicken auf eine grob geknüpfte Hängematte. Wieviel Kordeln muß man mindestens durchschneiden, wenn man die Hängematte von oben nach unten in zwei Teile teilen will? Schnittpunkte dürfen beim Schneiden nicht berührt werden, nur Kordelstücke.

3 *Eierspeise*

»Ich habe für die Eier, die ich beim Lebensmittelhändler gekauft habe, 12 Cents bezahlt«, erklärte der Koch, »aber ich habe ihn überredet, mir zwei Eier extra zu geben, weil sie so klein waren. Dadurch kosteten alle zusammen genau 1 Cent pro Dutzend weniger, als er zuerst verlangt hatte.«

Wieviel Eier hat der Koch gekauft?

Die königliche Art zu lernen

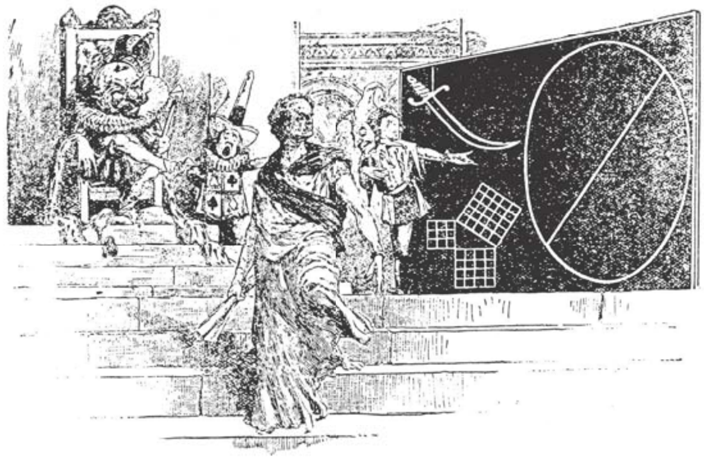
4 *Löse Beppos Probleme.*

Aus historischen Überlieferungen haben wir erfahren, daß Euklid dem König Ptolemaios einmal zu erklären versuchte, wie man einen Kreis unterteilt. Aber der zornige Monarch unterbrach ihn, indem er rief: »Derart langweilige Lehrmethoden ermüden mich, und außerdem weigere ich mich, meinen Kopf mit albernen Lehrsätzen vollzustopfen!«

Darauf erwiderte der große Mathematiker: »Dann bitte ich Eure Majestät gütigst um die Erlaubnis, meinen Posten als königlicher Lehrer niederzulegen, denn nur ein Narr kennt den königlichen Weg zur Mathematik.«

»Da hast du recht, Euk!« mischte sich Beppo, der Hofnarr, ein und bahnte sich einen Weg zur Tafel. »Ich nehme das freundliche Angebot an und werde sogleich zeigen, auf welch einfache Weise die großartigen Gesetze der Mathematik vermittelt werden können, so daß sie sogar von Kindern verstanden und nicht wieder vergessen werden.

Die Philosophen sagen, daß man beim Lernen Spaß haben muß, wenn man nicht alles wieder vergessen will, und daß sich



Wissen nicht mit einer wurmstichigen Keule in den Kopf hämmern läßt. Auf keinen Fall sollte man die Schüler dazu bringen, irgendwelche Regeln auswendig zu lernen. Vielmehr sollte alles so erklärt werden, daß sie hernach fähig sind, die Regeln in eigene Worte zu fassen. Ein Pädagoge, der den Schülern nichts als Regeln beibringt, eignet sich besser für Papageien!

Mit freundlicher Erlaubnis Eurer Majestät werde ich jetzt zeigen, wie man einen Kreis aufteilt, indem ich Tommy Riddles bitte, einmal vorzuführen, in wieviel Stücke sich eine Torte mit sieben geraden Messerschnitten aufteilen läßt.

Außerdem wollen wir, um der Geschichte vom Schwert des Damokles, das an einem einzigen Faden über unseren Häuptern schwebt, noch eine weitere Moral hinzuzufügen und auch, um sie unserem Gedächtnis noch tiefer einzuprägen, die Frage stellen: Warum ist die Klinge dieses Schwertes gebogen?«

»Da ich mit Vergnügen feststelle, daß uns ein Diagramm des berühmten 47. Satzes meines berühmten Vorgängers vorliegt, der beweist, daß das Quadrat der Hypotenuse gleich der Summe der Quadrate der anderen beiden Seiten ist, möchte ich den Erfinder dieses Satzes auffordern, uns zu sagen, wieviel Zaunstangen gleicher Länge erforderlich wären, wenn man damit ein rechtwinkliges dreieckiges Feld begrenzen wollte, dessen eine Seite 47 Zaunstangen lang ist?«

[Mit anderen Worten, finden Sie ein rechtwinkliges Dreieck mit ganzzahligen Seitenlängen, von denen eine 47 mißt. – M. G.]

Der 47. Satz des Clowns wird zweifellos beweisen, daß viele gute Mathematiker im Hinblick auf die hervorragenden Prinzipien des Lehrsatzes des Pythagoras noch einiges werden lernen müssen.

5 *Der gewissenhafte Milchmann*

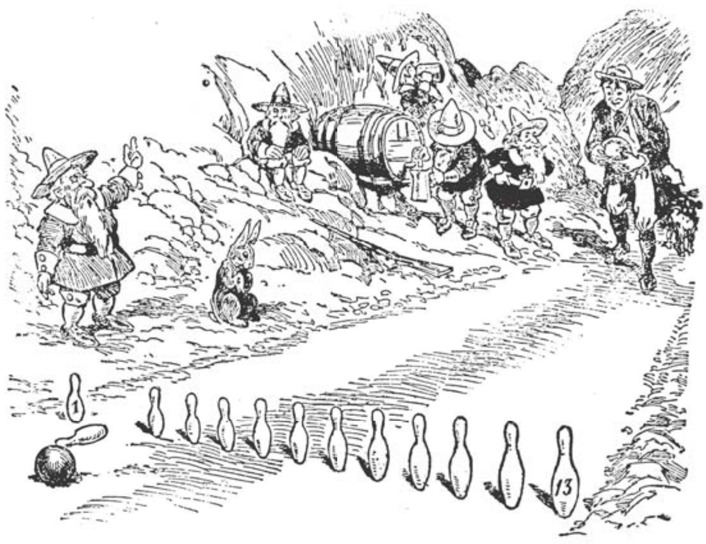
Zu den täglichen Gepflogenheiten eines gewissenhaften Milchmanns gehörte es, seine zwei 16-Gallonen-Kannen* täglich mit reiner Milch zu füllen, bevor er sich auf den Weg machte, um seine Kunden in vier verschiedenen Straßen zu beliefern, wobei jede Straße die gleiche Anzahl Quart* erhielt.

Nachdem er mit der ersten Straße fertig war, nahm er Verbindung mit der städtischen Wasserversorgung auf, und siehe da, schon waren seine Kannen wieder bis an den Rand gefüllt! Dann erledigte er seine Lieferungen in Straße Nummer zwei und begab sich zurück zur Quelle, um seine Kannen wie gehabt aufzufüllen.

Auf diese Weise versorgte er jede einzelne Straße, und immer wenn er mit einer fertig war, füllte er seine Kannen mit Wasser auf, bis auch der letzte seiner glücklichen Kunden bedient war.

Wenn danach, nachdem er alle Kunden versorgt hatte, in den Kannen noch 40 Quart und 1 Pint reine Milch übrig blieben, wieviel reine Milch ist dann an jede der vier Straßen geliefert worden?

* 1 Gallone = 4 Quart = 8 Pint = 4,55 l (Reichsgallone / Großbritannien) oder = 3,79 l (Winchester-Gallone / USA)



Das Rip van Winkle-Rätsel

6 *Wie kann Rip van Winkle das Spiel gewinnen?*

Das althergebrachte dänische *Kugelspiel,* von dem das moderne Bowling abstammt, wurde mit 13 Kegeln gespielt, die alle in einer Reihe nebeneinander aufgestellt wurden. Mit einem Wurf ließen sich jeweils nur ein oder zwei Kegel umwerfen. Die Kegler standen so dicht bei den Kegeln, daß es keiner großen Fertigkeit bedurfte, irgendeinen gewünschten Kegel oder zwei nebeneinander stehende zu treffen. Die Spieler kegelten abwechselnd, jeder hatte jeweils einen Wurf, und es kam bei dem Spiel darauf an, wer den letzten Kegel umwarf.

Der kleine Mann aus den Bergen, mit dem Rip van Winkle dieses Spiel spielt, hat gerade eine Kugel gerollt und Kegel Nr. 2 umgeworfen. Rip hat nun 22 verschiedene Möglichkeiten weiterzuspielen: irgendeinen der zwölf einzelnen Kegel zu treffen oder auf irgendeinen der zehn Zwischenräume zu zielen, wodurch die zwei danebenstehenden Kegel umfallen. Mit welchem Wurf kann Rip das Spiel am sichersten gewinnen? Es wird vorausgesetzt, daß beide Spieler jeden Kegel oder jedes Kegelpaar, das sie wählen, treffen und daß beide Parteien die jeweils günstigsten Würfe machen.

Der Schweinestall

7 *Verteilen Sie die Schweine auf vier Verschläge.*

Um einmal die Frage nach der Herkunft von Rätseln, die immer wieder gestellt wird, zu beantworten – ob sie gleich einer plötzlichen Intuition spontan auftauchen oder ob sie das Ergebnis langer und sorgfältiger Überlegungen sind –, möchte ich hiermit feststellen, daß sie wie alle anderen Erfindungen auf die eine oder auf die andere Art und Weise entstehen. In beiden Fällen liegt der ursprünglichen Idee jedoch meist irgendein zufälliges Ereignis zugrunde.

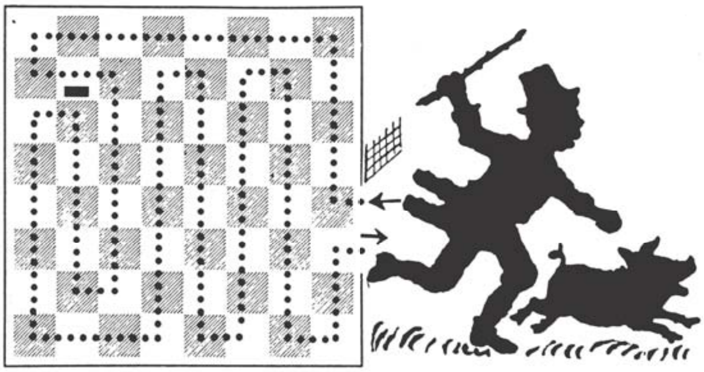
Um das zu illustrieren, will ich folgende Geschichte erzählen: Während einer sommerlichen Fahrradtour begegnete ich einem gutmütigen Iren, dessen kleine Hütte wegen seiner Apfelbäume und der kühlen Wasserquelle zu einem wahren »Mekka« für müde Fahrradpilger wurde. Er war ein einmaliger Typ, der stets einen unerschöpflichen Vorrat kluger Antworten auf der Zunge hatte, so daß es nur wenigen von uns gelang, ihn im Wettstreit zu schlagen.

Als ich ihm gegenüber einmal erwähnte, daß wir gewissermaßen verwandt wären, da wir beide unseren Lebensunterhalt mit der Feder verdienten, fragte er mich auf seine ernsthafte Art, ob ich eigentlich wüßte, warum ein Ire vor seinem Wohnzimmerfenster immer einen Schweinestall baut. Nachdem ich alle möglichen Erklärungen, die mir gerade einfielen, abgegeben hatte, flüsterte er mir in vertraulichem Ton, den man über eine Meile weit hören konnte, zu: »Um darin die Schweine zu halten.« Er bat mich, es den anderen aber nicht weiterzuerzählen, denn die hielten es möglicherweise für einen Witz. Während unserer Heimfahrt gab es in unserer Gesellschaft wohl keinen einzigen, der nicht vom Sattel gefallen wäre, während er über Pats Aufgabe nachgrübelte.

Natürlich habe ich mir ebenfalls Gedanken gemacht, und dabei ist mir folgendes »schräge« Rätsel eingefallen: Angenommen, Pat besäße genau 21 Schweine. Und er hielte sie in einem rechteckigen Stall und wollte den Stall durch Zwischenwände derart aufteilen, daß die Schweine auf vier Verschläge verteilt würden, wobei in jeden Verschlag eine gerade Anzahl Paare kämen und in einen der Verschläge zuzüglich ein einzelnes Schwein. Können Sie mir zeigen, wie man das bewerkstelligt?

8 *Das Schwein im Garten*

Das Tor stand offen, und durch das schwarze Feld, das mit einem Pfeil markiert ist, gelangte ein Schwein in den Garten. Das Schwein betrat jedes einzelne Feld des Gartens, bewegte sich dabei jedoch nur im rechten Winkel und verließ den Garten wieder



durch das weiße Feld mit dem offenen Tor. Alles in allem bog das Schwein 20mal ab.

Das Rätsel besteht nun darin, den Weg zu finden, auf dem das Schwein so wenig wie möglich abbiegt. Das Schwein muß den Garten durch die gleichen Felder betreten und verlassen wie im obigen Bild, über jedes Feld kommen, darf immer nur im rechten Winkel abbiegen und die schwarze Schranke in der oberen linken Hälfte des Gartens nicht überqueren.

9 *Die fünf Zeitungsjungen*

Fünf kluge Zeitungsjungen bildeten ein Team und entledigten sich ihrer Zeitungen auf folgende Art und Weise: Tom Smith verkaufte eine Zeitung mehr als ein Viertel von allen zusammen, Billy Jones verkaufte eine Zeitung mehr als ein Viertel von denen, die übrig waren, Ned Smith verkaufte eine Zeitung mehr als ein Viertel von denen, die jetzt noch übrig waren, und Charley Jones brauchte eine Zeitung mehr als ein Viertel des Restes. Bis dahin hatten die Smith-Jungen zusammen genau 100 Zeitungen mehr verkauft als die Jones-Jungen. Der kleine Jimmy Jones, der jüngste des Teams, verkaufte nun alle Zeitungen, die noch übrig waren. Die drei Jones-Jungen verkauften mehr Zeitungen als die beiden Smith-Jungen, aber um wieviel mehr?

10 Wie alt ist Mary?

Als Begleitstück zu meinem berühmten Rätsel »Wie alt ist Ann?« und um mich bei ihrer Schwester Mary dafür zu entschuldigen, daß ihr anläßlich der öffentlichen Kontroverse über das Alter ihrer Schwester Kränkungen zuteil wurden, präsentieren wir hier nun folgende Aufgabe:

»Also«, bemerkte Großvater, »Mary und Ann sind zusammen 44 Jahre alt, und Mary ist jetzt doppelt so alt wie Ann zu der Zeit, als Mary halb so alt war, wie es Ann sein wird, wenn sie dreimal so alt ist wie Mary, als diese dreimal so alt war wie Ann.«

Wie alt ist Mary?

11 Der müde Willi

Der müde Willi, ein Tippelbruder, der schon länger in Joytown weilte, als man ihn dort haben wollte, machte sich zur selben Zeit auf den Weg nach Pleasantville wie Dusty Rhodes von Pleasantville aus nach Joytown. An einem Punkt, an dem Willi bereits 18 Meilen* mehr zurückgelegt hatte als Dusty, trafen sie sich und schüttelten sich brüderlich die Hände. Nachdem sie sich herzlich voneinander verabschiedet hatten, brauchte Willi noch $13^1/_2$ Stunden bis Pleasantville und Dusty 24 Stunden bis Joytown. Angenommen, beide Tippelbrüder legten ein konstantes, aber unterschiedliches Tempo vor, wie weit wäre Pleasantville dann von Joytown entfernt?

* 1 engl. mile (Meile) = 5280 foot (Fuß) = 1,6 km

Das Mond-Rätsel

12 Wie lang ist das Kabel?

Alles, was mit der Erforschung des Mondes zu tun hat, übt eine ganz besondere, unwiderstehliche Faszination aus. Als Anfang des vorigen Jahrhunderts der berühmte »Mond-Schwindel« auf die Öffentlichkeit losgelassen wurde, zeigte sich, daß die Leute hinsichtlich des Mondes bereit waren, so gut wie alles zu glauben. Der Schwindel stützte sich auf die angeblichen Kräfte eines wunderbaren Fernrohrs, und die Öffentlichkeit stürzte sich mit einer derartigen Leichtgläubigkeit auf die Berichte, daß die Schwindler sich bemüßigt fühlten, farbige Beschreibungen der Mondbewohner und ihrer herrlichen Umgebung abzugeben. Obgleich diese Beschreibungen äußerst extravagant anmuteten, wurden sie von vielen Tausenden Leuten als Tatsache hingenommen.

Über die Verhältnisse auf dem Mond haben schon zahlreiche Autoren Spekulationen angestellt. In *Orlando Furioso* schickte Ariost seinen Astolpho auf einen abenteuerlichen Ausflug zum Mond, und was er im Tal der Verlorenen Dinge zu sehen vorgab, haben viele für bare Münze genommen. Cyrano de Bergeracs

Die andere Welt ist wohl einer der amüsantesten literarischen Beiträge, und eine der neueren Geschichten Jules Vernes von einer Fahrt zum Mond* vielleicht die aufregendste aller Mondgeschichten überhaupt.

Ein ausführlicher Bericht von Edgar Allan Poe wirkte sich auf das Hirn eines studierten Professors namens Spearwood derart aus, daß er eine Expedition ausrüstete und sich doch tatsächlich anschickte, die Reise mit dem Ballon anzutreten. Meine Zeichnung entstand nach einer Beschreibung, die zur Zeit seines Aufstiegs veröffentlicht wurde. Der Ballon ist an einem Drahtknäuel befestigt, der Draht ist $^1/_{100}$ Zoll** dick. Angenommen, das Drahtknäuel hätte ursprünglich einen Durchmesser von 2 Fuß**, und weiter angenommen, der Draht wäre so fest gewickelt, daß in dem Knäuel kein Platz für Leerräume wäre, kann mir dann irgendeiner unserer Rätselrater sagen, wie lang der Draht insgesamt ist?

In meiner Antwort werde ich erklären, wie die Aufgabe gelöst werden kann, ohne den Wert π zu berücksichtigen.

* *Von der Erde zum Mond* (1865; dt. 1873)

** 1 inch (Zoll) = 2,54 cm; 1 engl. foot (Fuß) = 12 inches (Zoll) = 30,48 cm