

Unverkäufliche Leseprobe aus:

**Daniel Heller-Roazen**

**Der fünfte Hammer**

Pythagoras und die Disharmonie der Welt

Alle Rechte vorbehalten. Die Verwendung von Text und Bildern, auch auszugsweise, ist ohne schriftliche Zustimmung des Verlags urheberrechtswidrig und strafbar. Dies gilt insbesondere für die Vervielfältigung, Übersetzung oder die Verwendung in elektronischen Systemen.

© S. Fischer Verlag GmbH, Frankfurt am Main

# Inhalt

Vorwort .....	11
Erstes Kapitel · In der Schmiede .....	13
Zweites Kapitel · Von gemessener Vielheit .....	23
Drittes Kapitel · Reste .....	38
Viertes Kapitel · Disproportionen .....	52
Fünftes Kapitel · Ziffern .....	78
Sechstes Kapitel · Temperaturen .....	95
Siebtes Kapitel · Von unermesslicher Größe .....	115
Achtes Kapitel · Fern von dieser Welt .....	146
Anmerkungen .....	187
Literatur .....	229
Register .....	248

## Erstes Kapitel In der Schmiede

Pythagoras verstand es, seinen Ohren zu misstrauen. Als Weiser und Wissenschaftler wusste er, dass die Wahrnehmungsorgane manche Wahrheiten offenbaren können, doch wusste er auch, dass sie ihn stets in die Irre zu führen vermochten. In seinen *De institutione musica libri quinque* berichtet Boethius, dass Pythagoras »nicht den menschlichen Ohren traute«, da sie wie alle anderen Teile des Körpers ständiger Veränderung unterliegen.<sup>1</sup> Manchmal wandeln sie sich aufgrund äußerer und zufälliger Umstände; manchmal beginnen sie sich mit Notwendigkeit zu verändern, etwa mit zunehmendem Alter. Kaum mehr erwartete Pythagoras von menschengemachten akustischen Hilfsmitteln. Musikalische Instrumente waren für ihn die Quelle »grosse[r] Veränderung und Unbeständigkeit«.<sup>2</sup> Mehr als einmal hatte er die Natur der Saiten untersucht. Ihre Töne können sich aus Gründen verändern, die zu zahlreich sind, um sich vollständig aufzählen zu lassen. Je nach ihrer Beschaffenheit, abhängig von ihrer Länge und Dicke, von der Feuchtigkeit der umgebenden Luft und der Kraft, mit der sie angeschlagen werden, werden Sehnen unvermeidlich unterschiedliche Töne geben. Pythagoras hatte beobachtet, dass andere Instrumente ihnen darin gleichen. Sicher war nur, dass ihre »vorher bestehende Beschaffenheit« und infolge-

dessen auch ihre Töne sich früher oder später veränderten. Da ihm die Implikationen dieser Tatsache bewusst waren, hatte Pythagoras beschlossen, sich und seine Forschungen, so gut es ging, von den verwirrenden Konsequenzen der Sinnesgegenstände zu befreien. Er wollte die Gesetze des Klangs studieren, ohne ihnen in ihrer körperlichen Gestalt begegnen zu müssen, und wollte Erkenntnis von den Eigenschaften der hörbaren Dinge einzig mit Hilfe der Vernunft erlangen.

Der Plan war kühn entworfen, sollte jedoch nie vollendet werden. Eben als Pythagoras darüber nachsann, welchen Lauf seine weiteren Forschungen nehmen sollten, wurde er plötzlich abgelenkt. »Durch göttliche Eingebung geleitet«, fand sich der Denker vom Ort seiner gewöhnlichen Kalkulationen hinausgeführt in die Welt. Wie verzaubert wanderte er zu einer Schmiedewerkstatt. Aus der Schmiede kam das Geräusch zahlreicher Hämmer, und er hörte, »wie aus den verschiedenen Tönen nur eine Harmonie hervortönte«. Staunend begann Pythagoras zu verstehen, was er entdeckt hatte. »So also zu dem, was er lange suchte, durch Zufall hingeführt, schritt er zum Werk [...].«<sup>3</sup>

Das Staunen wich bald vernunftgeleiteter Überlegung. Diese Töne entstanden nicht von selbst; sie entsprangen der Tätigkeit von Menschen und wurden mit Werkzeugen in einer bestimmten Umgebung ausgeführt. Pythagoras versuchte den Grund für die Kongruenz der Töne in Erfahrung zu bringen. Doch das war keine leichte Aufgabe. Wie waren die Schmiede von der Schmiedewerkstatt, die Hämmernden von den Hämmern zu unterscheiden? Als Erstes prüfte er eine Hypothese. Er »ließ [...] die Schmiede die Hämmer unter einander vertauschen«, und sie begannen erneut mit ihrer Arbeit. Die verblüffende Konsonanz blieb. Wenigstens

eine unbezweifelbare Folgerung ließ sich nun ziehen: »Die Eigenschaft der Töne hing [...] nicht von den Armen der Männer ab, sondern begleitete die vertauschten Hämmer.« Die Konkordanz, recht definiert, hatte sich also nicht verschoben. Ihr Ort lag fest: unbestreitbar nicht bei den Arbeitern, sondern in den Werkzeugen. Genauer gesagt, die Konsonanz lag in einer der zahlreichen sinnlichen Eigenschaften der Hämmer. Es war eine Eigenschaft, die für deren Zweckdienlichkeit vielleicht durchaus nebensächlich war: nämlich dass sie eine Masse besaßen, die präzise messbar war. Pythagoras begriff diesen Punkt rasch: Die einfache Konsonanz ergab sich aus den Relationen zwischen den Gewichten der Hämmer, die eine Reihe von wohlklingenden Tönen verursachten. Für Boethius, einen Denker der Spätantike, ließen sich die Gewichtsrelationen der verschiedenen Hämmer natürlich am besten in der Terminologie der griechisch-lateinischen Arithmetik ausdrücken. Er schreibt:

Da es nun 5 Hämmer waren, so fand er zwei, die in doppeltem Gewicht zu einander standen; diese ertönten in der Consonanz der Octave (*diapason*). Von diesen beiden stand der, welcher das doppelte Gewicht hatte, zu einem andern im Sesquiterz und ertönte mit diesem in der Konsonanz der Quarte (*diatesseron*). Zu einem anderen stand der doppelte im Verhältnisse des Sesquialter und ertönte also mit diesem in der Quinte (*diapente*). Diese beiden aber, zu denen der erste im doppelten Sesquiterz und Sesquialter stand, bewahren zu einander wechselseitig eine Sesquioctave.<sup>4</sup>

Diese Zusammenfassung, räumt Boethius ein, ließe sich auch einfacher formulieren. »Um das Gesagte deutlicher zu machen, so nehmen wir an, die vier Gewichte seien in Zahlen ausgedrückt diese: 12, 9, 8, 6.«<sup>5</sup>

Pythagoras erkannte sofort die Bedeutung seiner Entdeckung. Rasch kehrte er nach Hause zurück und wiederholte das Experiment mit neuen Mitteln. Zuerst, berichtet Boethius, »übertrug [er] die Gewichte auf die Saiten und beurtheilte die Consonanzen derselben mit dem Ohre. Jetzt stellte er auch in Bezug auf die Länge der Pfeifen das Doppelte und die Mitte her und richtete die übrigen Proportionen ein.« Als Nächstes »stellte er für das Maass der Spannungen die Cyathen der gleichen Gewichte mit den Acetabulen zur Vergleichung zusammen. Auch freute er sich gefunden zu haben, dass es in nichts verschieden sei, ob er mit einem ehernen oder eisernen Stabe die durch verschiedene Gewichte gebildeten Acetabulen schlage.«<sup>6</sup> Schließlich »gelangte er auch dahin, die Länge und Dicke der Saiten gegen einander abzuwägen«.

Er kam zu einer Reihe von Befunden, die sich am einfachsten an einem simplen Instrument demonstrieren lassen: dem Monochord. Dieses besteht aus einer einzelnen Saite, die über einen Resonanzkasten gespannt und an beiden Enden befestigt wird; ihre Länge wird von einem beliebig verschiebbaren Steg geteilt. Wird die Sehne gezupft oder angeschlagen, gibt sie einen einzelnen Ton von sich. Wird die Länge der Sehne allmählich verkürzt, wird der Ton immer höher. Doch in Wahrheit hatte Pythagoras, den Klang der Schmiedewerkstatt im Ohr, noch weit mehr begriffen. Zwischen den Längen- und den Tonveränderungen ließen sich Gesetzmäßigkeiten beobachten; es waren also Korrelationen zwischen geometrischen und klanglichen Phänomenen festzustellen. Besonders drei Äquivalenzen fielen sofort auf. Eine offene Saite erzeugt einen Ton. Wird sie halbiert, so erzeugt sie einen anderen, exakt eine Oktave höheren. Die Sehne wird dann das den Alten als *diapason* bekannte

Intervall von sich geben. Wird die Saite dagegen in drei Abschnitte unterteilt, von denen zwei angeschlagen werden, so wird ein neues Intervall zu hören sein: die Quinte, welche die Griechen und Römer als *diapente* kannten. Wird die Saite schließlich in vier Abschnitte unterteilt, von denen drei angeschlagen werden, so wird sie einen Ton geben, der um eine Quarte höher ist als die offene Saite; somit wird das Instrument das *diatesseron* erklingen lassen.

Plötzlich gewann die scheinbar endlose Verschiedenheit der Töne eine neue Einfachheit. Akustische Intervalle waren nun als arithmetische Relationen ausdrückbar. Der Beweis lag in der Reduktion des Klangs der Oktave auf die Relation zwei zu eins (2:1); des Klangs der Quinte auf die Relation drei zu zwei (3:2); des Klangs der Quarte auf die Relation vier zu drei (4:3). Kurz, die natürliche Welt ließ sich transkribieren – zwar nicht mit den Buchstaben von Alphabeten, die sich gemäß der Verschiedenheit menschlicher Idiome voneinander unterscheiden, sondern mit Hilfe von »Zahlen«, die die Alten als Anzahlen der Eins auffassten. Die Folgen dieser Tatsache für das Verständnis der physikalischen Welt waren gewaltig. In sinnlichen Dingen konnte man das Intelligible entdecken, im Veränderlichen das Unwandelbare. Durch die Analyse des Tons hatte Pythagoras die Grundlage seiner Metaphysik erreicht. Es war dies eine Lehre, die Aristoteles mit wenigen lapidaren Sätzen referierte: »Die Dinge selbst seien Zahlen« (ἀριθμούς εἶναι αὐτὰ τὰ πράγματα);<sup>7</sup> »die Dinge existierten kraft der Nachahmung der Zahlen« (μιμήσει τὰ ὄντα φασὶν εἶναι τῶν ἀριθμῶν);<sup>8</sup> die Zahl sei »ein Prinzip [auch] im Sinne der Materie für die Dinge« (τὰ τῶν ἀριθμῶν στοιχεῖα τῶν ὄντων στοιχεῖα πάντων ὑπέλαβον εἶναι).<sup>9</sup> Solche Sätze deuten unterschiedliche, möglicherweise konfligierende Positionen an.<sup>10</sup> Doch

trotz ihrer Unterschiedlichkeit schreiben sie Pythagoras und seinen Nachfolgern ein ganz bestimmtes Programm zu: in der Idee der Zahl einen Schlüssel zum Verständnis der natürlichen Welt zu finden.

Dieses Verständnis konnte weit voranschreiten, doch letztlich musste es stocken. Man kann die Entdeckungen in der Schmiede als Illustration des Projekts und seiner Grenzen betrachten. Pythagoras entwickelte eine arithmetische Lehre, die auf einer Serie von vier Termen beruhte, die den vier jeweiligen Gewichten der konsonanten Hämmer entsprachen: zwölf; neun; acht und sechs. Allein mit diesen ganzen Zahlen konnte Pythagoras die numerischen Relationen ausdrücken, die auf einem Monochord die Oktave (12:6), die Quinte (9:6 oder 12:8) und die Quarte (8:6 oder 12:9) ergeben. Doch diese Relationen spiegelten noch einfachere Proportionen. »Zwölf zu sechs« lässt sich als »zwei zu eins« schreiben; »neun zu sechs« oder »zwölf zu acht« als »drei zu zwei«; »acht zu sechs« oder »zwölf zu neun« als »vier zu drei«. Kurz, alle drei grundlegenden akustischen Intervalle ließen sich durch die Relationen der ersten vier natürlichen Zahlen ausdrücken; diese Terme genügten, um die Konkordanz in der Schmiede zu analysieren. Später vollzogen Pythagoras' Anhänger einen weiteren Schritt. Die ersten vier Zahlen wurden für sie zu den Einheiten einer kosmologischen »Vierergruppe« (τετρακτύς).<sup>11</sup> Ihre arithmetische Summe ergab die Einheit zehn, also die Grundlage für alles weitere Zählen. Sie wurde in der »Rechenstein-Figur« geometrisch als vollkommenes Dreieck dargestellt<sup>12</sup> – das heißt als ein gleichseitiges Dreieck, das entsteht, wenn man über vier Steinen, die in einer Reihe liegen, eine Reihe mit drei, dann mit zwei und dann mit einem Stein anordnet. Denker in dieser Tradition schrieben jedem dieser arithmetischen

Elemente verschiedene und weitreichende Bedeutungen zu. Speusipp zum Beispiel lehrte, dass der Punkt eins sei, die Linie zwei, das Dreieck drei und die Pyramide vier.<sup>13</sup> Eine Quelle gibt an, dass das Prinzip bei den Pythagoreern Gegenstand eines heiligen Schwurs war: »Nein, ich schwöre bei dem, der unserer Seele die Vierheit gab / In welcher die Quelle und Wurzel der ewigen Natur liegt.«<sup>14</sup>

Doch in Wahrheit wies diese Vierheit von Anfang an einen Mangel auf. Die Transkription in der Schmiede war entschieden unvollständig. Ein Element wurde nicht mitgezählt. Bei der Beschreibung der Werkzeuge, die die Konsonanz der Töne ergaben, bemerkt Boethius: »Da es nun 5 Hämmer waren ...« Die relativen Gewichte von allen außer einem konnten mit Hilfe der ersten vier Zahlen perfekt notiert werden. Doch es gab noch einen fünften Hammer. Boethius widmet dem Schicksal dieses höchst unmusikalischen Instruments nicht mehr als einen Satz: »Der 5te«, schreibt er im Vorübergehen, »wurde verworfen, welcher allen inconsonierend war« (*Quintus vero est reiectus, qui cunctis erat inconsonans*).<sup>15</sup> Diese abrupte, entschlossene und offenbar unwiderrufliche »Verwerfung« wäre einiger Überlegung wert. Was war mit diesem fünften Hammer, wenn Pythagoras ihn so entschieden verwarf? Boethius gibt nur die blasse Andeutung einer Antwort, und sie ist nicht leicht zu verstehen. Er schreibt, der fünfte Hammer sei »allen inconsonierend« gewesen. Doch dieser Satz beinhaltet eine Frage: Was bedeutet dieses »alle«, wenn etwas – und wäre es nur ein einziges – in krasser Dissonanz dazu tönt?

Die Präsenz des fünften Hammers scheint die Totalität der Vierheit Lügen zu strafen. Das war jedoch auf mindestens zwei Arten möglich, die unterschiedliche und in der Tat widersprüchliche Deutungen des letzten Schlaginstruments

nahelegen. Boethius' Publikum wird gefolgert haben, dass die Präsenz des fünften Hammers einen Fehler verriet, der nicht Pythagoras, sondern unserer niederen Welt zuzuschreiben ist. Eine solche Erklärung war mit den Kanons des antiken Wissens durchaus vereinbar. Es sei daran erinnert, dass die klassischen Denker in der Regel Naturprinzipien zu erfassen versuchten, die definitionsgemäß ewig, unwandelbar und notwendig gelten sollten, und dass sie lehrten, Einzeldinge seien ihrem Wesen nach vergänglich, veränderlich und daher ungewiss. Die frühen Leser von Boethius' Werk werden den fünften Hammer in diesem Sinne verstanden haben: Für sie mochte der Missklang auf die Beschränktheit der sublunaren Sphäre hindeuten, in der die Naturwissenschaft, selbst in ihren entwickeltsten Formen, kein physikalisches Ereignis mit Gewissheit vorhersagen kann. Erst jenseits des Mondes, in den nobleren Regionen, die diese vergängliche Welt umschließen, können mathematische Prinzipien und Deduktionen ihre exakte Anwendung finden. Heute jedoch gibt es natürlich eine näherliegende Lösung für das Problem des lärmenden Elements. Man kann mit dem Finger auf den primitiven, wenngleich geistreichen Theoretiker deuten und einfach den Schluss ziehen, dass im Kalkül des Pythagoras etwas verkehrt war. Es konnte ein Irrtum gewesen sein – sei's in der Beobachtung oder in der Prognose, in der Messung oder in der Methode –, der Pythagoras daran hinderte, in seinem System der Proportionen einen Platz für das Werkzeug zu finden. Wäre seine Analyse korrekt gewesen – so könnte man argumentieren –, hätte sie keinen Rest übriggelassen, denn eine wissenschaftliche Untersuchung duldet gewiss keine Ausnahmen. Solche Lösungen sind sicherlich vorstellbar, verhüllen aber in Wahrheit eine Dunkelheit. Wie war die Welt des antiken Wissens beschaffen, wenn sie ei-

nen Ton zuließ – und vielleicht forderte –, der mit »allen anderen« dissonant war? Und was ist das Universum der modernen Wissenschaft, wenn es im Kontrast dazu den Lärm eines einzelnen dissonanten Teils nicht dulden kann?

Über die Gründe für die Dissonanz des fünften Instruments kann man nur spekulieren. Doch so viel ist kaum zu bestreiten: Obwohl Pythagoras den letzten Hammer in seine Äquivalenzen zwischen Lärm und Zahl nicht aufnehmen wollte, nahm er ihn gleichwohl wahr. Wie gebannt vor der Schmiede stehend, »in langer Betrachtung versunken«, hörte der Weise, »wie aus den verschiedenen Tönen nur eine Harmonie hervortönte«. Also aus dem Schlagen des fünften nicht minder als den übrigen vier. Vielleicht fühlte sich Pythagoras in seiner momentanen Zerstreuung gerade zu diesem Instrument hingezogen: dem Hammer ohne Zahl und ohne Meister, irgendwie – doch unmöglich – in »nur eine[r] Harmonie« und zugleich in Dissonanz mit »allen«. Man fragt sich, ob nicht die »göttliche Eingebung«, die den Denker veranlasst hatte, den Raum seiner abgeschirmten Kontemplation zu verlassen, ebenfalls einen Part in diesem mysteriösen Quintett gespielt haben musste. Der Geist, der Pythagoras von seiner theoretischen Forschung abhielt, mag auch derjenige gewesen sein, der ihn auf die Sinnesorgane zurückverwies, denen er niemals trauen wollte. Zweifellos war diese Entmächtigung nur eine vorübergehende, doch ihre Folgen hielten an. Pythagoras mochte wohl zu seiner Forschungsarbeit zurückkehren; er mochte wohl alle Instrumente verwerfen. Vage oder deutlich, sei's auch nur für einen Augenblick, hatte er ein Sein ohne Maß wahrgenommen. Schwer vorstellbar, dass ihm das gleichgültig gewesen wäre. Fest steht immerhin, dass seine Nachfolger, nicht zuletzt Boethius, später Mühe darauf verwandten, dieses Sein

ohne Maß zu vermessen. Transkribiert als ein Klangereignis, dem sich keine bestimmte Quantität zuschreiben ließ, sollte diese Resonanz andere in die von Pythagoras entdeckte Schmiede locken. Dort sollten sie lernen, ihrem Lehrer treu und ungetreu, die Harmonien einer Musik wahrzunehmen, die nicht mehr in Zahlen zu transkribieren war.