

1 Aufgabe und Abgrenzung der Baustatik

1.1 Allgemeines

Die *Baustatik* ist ein nach den Bedürfnissen der Bauingenieure ausgestaltetes Teilgebiet der technischen Mechanik. Ihre Aufgabe ist es, das Wissen über das Verhalten von Tragwerken im Ruhezustand systematisch darzustellen, zu erweitern und für die praktische Anwendung aufzubereiten. Sie ist Grundlage jeder Projektierung neuer und jeder Überprüfung bestehender Tragwerke.

Die in der Baustatik verwendeten Begriffe und Verfahren ermöglichen ein von der jeweiligen Bauweise (Beton-, Stahl-, Verbund-, Holz- oder Mauerwerksbau) unabhängiges, einheitliches Denken. Mit dem Aufkommen der Computer im dritten Viertel des 20. Jahrhunderts mündete dieses Denken in der *Strukturmechanik*, deren Teil die Baustatik heute ist.

Im Zentrum jeder baustatischen Betrachtung steht ein durch Abgrenzung und Idealisierung gewonnenes *Tragwerksmodell*, das die Tragwerksgeometrie, die Baustoffeigenschaften und die möglichen Einwirkungen berücksichtigt. Die Ermittlung von Auswirkungen, d. h. Antworten des Tragwerks auf die Einwirkungen, erfolgt anhand von *Berechnungsmodellen*, welche die massgebenden Kraft- und Verformungsgrößen über Gleichgewichts- und Kompatibilitätsbedingungen sowie Stoffgleichungen verknüpfen.

1.2 Grundlagen der Baustatik

Das Tragwerksverhalten wird durch *äussere* und *innere Kraft- und Verformungsgrößen* (Lasten und Spannungen sowie Verschiebungen und Verzerrungen) beschrieben. Zwischen den Kraftgrößen bestehen statische Beziehungen (Gleichgewichtsbedingungen und statische Randbedingungen, siehe Kapitel 5), zwischen den Verformungsgrößen kinematische Beziehungen (kinematische Relationen und Randbedingungen, siehe Kapitel 6), und die inneren Kraft- und Verformungsgrößen sind durch Werkstoffbeziehungen (siehe Kapitel 7) miteinander verknüpft. Zu den allgemeinsten Aussagen im Rahmen der Baustatik gelangt man, wenn die äusseren und inneren Kraft- und Verformungsgrößen einander konsequent als *energetisch korrespondierende Variablen* (siehe Kapitel 8) gegenübergestellt werden [1].

Die Statik beruht auf drei fundamentalen Prinzipien der Mechanik. Nach dem *Prinzip der virtuellen Arbeiten* leistet ein die statischen Beziehungen erfüllender (statisch zulässiger) Kräftezustand in Verbindung mit einem die kinematischen Bedingungen erfüllenden (kinematisch zulässigen) Verformungszustand insgesamt keine Arbeit. Dazu kommen noch das *Reaktionsprinzip* (zu jeder Kraft gehört eine entgegengesetzt gleiche Reaktion mit derselben Wirkungslinie) und das *Schnittprinzip* (jeder aus einem im Gleichgewicht befindlichen und kompatibel verformten System herausgeschnittene Teil ist für sich im Gleichgewicht und kompatibel verformt).

Über ihre Einbindung in die Mechanik hinaus ist die Ausrichtung der Baustatik auf den *konstruktiven Ingenieurbau* hervorzuheben (siehe Kapitel 3 und 4). Sie ist ein Hilfsmittel zur Beurteilung eines bestehenden oder im Entwurf vorliegenden Tragwerks hinsichtlich Stabilität, Festigkeit und Steifigkeit. Diese Ausrichtung zeigt

Gewiss herrscht vielfach die Ansicht, es solle die Berechnung eindeutig und endgültig die Abmessungen bestimmen. Indes kann angesichts der Unmöglichkeit der Berücksichtigung aller Nebenumstände jede Berechnung nur eine Grundlage für den Konstrukteur bilden, der sich darauf mit den Nebenumständen auseinanderzusetzen hat...

Eine ganz einfache Berechnungsweise ist also einzig möglich und genügend.

Robert MAILLART (1938)

sich in speziellen, für die generelle Erfassung des Tragverhaltens sowie die (rechnerische) Behandlung im Einzelfall entwickelten Verfahren.

1.3 Baustatische Verfahren

Das Prinzip der virtuellen Arbeiten kann als Prinzip der virtuellen Verformungen bzw. als Prinzip der virtuellen Kräfte ausgedrückt werden. Die systematische Anwendung dieser beiden Prinzipien führt zu einer Reihe *dualer* kinematischer bzw. statischer *Verfahren*. Auf der kinematischen Seite sind insbesondere die Methode von LAND zur Einflusslinienermittlung (Kapitel 12.3), die Verformungsmethode zur Behandlung statisch unbestimmter Stabtragwerke (Kapitel 17 und 19.3) sowie die kinematische Methode der Traglastverfahren (Kapitel 21.3 und 21.7) zu nennen, auf der statischen Seite der Arbeitssatz zur Ermittlung von Einzelverformungen (Kapitel 14.2), die Kraftmethode zur Behandlung statisch unbestimmter Stabtragwerke (Kapitel 16 und 19.2) sowie die statische Methode der Traglastverfahren (Kapitel 21.3 und 21.7).

Unter der Voraussetzung eines linear elastischen Verhaltens sowie kleiner Verformungen gelangt man zur linearen Statik, bei der sämtliche Kraft- und Verformungsgrößen superponiert werden dürfen. Von dieser Möglichkeit der Superposition macht man in der Baustatik ausgiebig Gebrauch, insbesondere bei der Kraftmethode und der Verformungsmethode. Durch Einführen unbekannter Kraft- bzw. Verformungsgrößen und Superposition von deren Auswirkungen mit jenen der äusseren Einwirkungen gelangt man zu linearen Gleichungssystemen für die Unbekannten.

Bei stofflich nichtlinearen Problemen (Kapitel 20 und 21) sowie bei geometrisch nichtlinearen Problemen (Kapitel 22) ist das *Superpositionsgesetz* nicht mehr gültig. Bei derartigen Problemen ist im Allgemeinen ein (inkrementell-) *iteratives Vorgehen* erforderlich. Durch anfängliche Vereinfachungen entstandene Fehler werden schrittweise evaluiert und durch entsprechende Korrekturen sukzessive verkleinert.

Komplizierte Sachverhalte können oft mit Hilfe von *Analogien* der Anschauung zugänglich gemacht oder auf einfachere, bekannte Problemstellungen zurückgeführt werden. Beispiele dazu sind die Membrananalogie (Kapitel 13.4.2) und die Sandhügelanalogie (Kapitel 21.4.4) zur Behandlung elastischer bzw. plastischer Torsionsprobleme sowie die MOHRsche Analogie zur Ermittlung von Verformungslinien (Kapitel 15.3.2). Gemischte Wölb- und Umlauf torsionsprobleme (Kapitel 13.4.4) können analog wie kombinierte Schub- und Biegeprobleme (Kapitel 18.5.2) bzw. Biegeprobleme von Trägern mit Zugkraft (Kapitel 18.9) behandelt werden. Randstörungsprobleme bei Zylinderschalen (Kapitel 18.7.4 und 26.5) führen auf die Theorie des elastisch gebetteten Biegeträgers (Kapitel 18.4.4) zurück, und auch die Randstörungsprobleme bei Kugelschalen (Kapitel 26.7.3) und beliebigen anderen Schalen (Kapitel 26.7.4) lassen sich näherungsweise so behandeln. Ferner können Scheiben (Kapitel 23) als ebene Fachwerke, Platten (Kapitel 24) als Trägerroste und Faltwerke (Kapitel 25) sowie Schalen (Kapitel 26) als Raumfachwerke oder räumliche Stabwerke idealisiert werden.

Die Methoden der *graphischen Statik* (Kapitel 10.1) haben mit der Entwicklung leistungsfähiger rechnerischer Verfahren ihre frühere Bedeutung verloren. Graphische Hilfsmittel erlauben jedoch nach wie vor in unübertroffener Weise die Veranschaulichung des Kräftespiels in Tragwerken, beispielsweise mittels Stützlinien (Kapitel 5.3.2, Bild 17.19 und 21.7) oder Fachwerkmodellen (Kapitel 23.4.2). Sie bilden eine unerlässliche Grundlage für den Tragwerksentwurf (Kapitel 3.2) und die konstruktive Durchbildung der Bauteile und ihrer Verbindungen.

Auch die Bedeutung der *experimentellen Statik* hat sich mit der Entwicklung leistungsfähiger rechnerischer Verfahren verändert. Belastungsversuche an massstäblichen Modellen aus Zelluloid, Plexiglas und anderen Werkstoffen spielten im zweiten und dritten Viertel des 20. Jahrhunderts eine wesentliche Rolle, um das elastische

Tragverhalten komplexer Tragwerke erfassen zu können. Derartige Versuche haben heute keine Bedeutung mehr. Von grosser Bedeutung sind jedoch weiterhin wissenschaftlich durchgeführte Versuche zur Verifikation theoretischer Modellvorstellungen, vor allem im Zusammenhang mit nichtlinearen Phänomenen, neuartigen Werkstoffen oder Konstruktionen und aussergewöhnlichen Einwirkungen. Beim Tragwerksentwurf können physische Modelle nicht nur für die Formfindung und die Durchgestaltung einer Konstruktion, sondern auch für die qualitative Beurteilung von deren Tragverhalten sehr hilfreich sein. Bei der Bemessung kann eine Unterstützung mit Versuchen beispielsweise dann sinnvoll sein, wenn keine angemessenen Berechnungsmodelle zur Verfügung stehen oder wenn eine grosse Anzahl gleicher Bauteile verwendet werden soll. Schliesslich erlauben gezielte Messungen während und nach der Ausführung äusserst wertvolle Vergleiche mit dem vorausgesagten Verhalten eines Tragwerks – eine oft zu wenig genutzte Erfahrungsquelle.

Bei den *rechnerischen Verfahren* der Baustatik steht die *Finite-Elemente-Methode* (Kapitel 19.3) im Vordergrund. Statische Berechnungen werden heute fast ausschliesslich auf dieser Basis erstellt. Mit den entsprechenden modernen Computerprogrammen verfügen die Anwender über äusserst leistungsfähige Hilfsmittel. Um derartige Programme verantwortlich anzuwenden, sollte man die ihnen zugrundeliegenden Algorithmen zumindest ansatzweise kennen. Vor allem aber muss man aufgrund seiner baustatischen Kenntnisse in der Lage sein, die Ergebnisse von Computerberechnungen kritisch zu prüfen. Diesbezüglich steht die Fähigkeit, komplexe Problemstellungen näherungsweise auf einfache, überschaubare Probleme zurückzuführen, im Vordergrund. Eine ausreichende Schulung an den klassischen Verfahren der Baustatik, wie sie dieses Buch ermöglicht, liefert die dazu notwendige Grundlage.

1.4 Baustatik und Baudynamik

Bei dynamischen Problemen ist das Prinzip der virtuellen Arbeiten unter Berücksichtigung der (beschleunigungsproportionalen) *Trägheitskräfte* zu formulieren: Die Bewegung eines Systems erfolgt so, dass in jedem Augenblick die inneren und äusseren sowie die Trägheitskräfte im Gleichgewicht sind. Die entsprechenden Zusatzterme in den zu *Bewegungsgleichungen* werdenden Gleichgewichtsbedingungen lassen sich z. B. im Rahmen der Finite-Elemente-Methode einfach über lokale und globale *Massenmatrizen* einbeziehen. Anstatt eines linearen Gleichungssystems entsteht ein System gekoppelter gewöhnlicher Differentialgleichungen 2. Ordnung für die (zeitabhängigen) Knotenverschiebungsparameter. Unter der Voraussetzung konstanter Koeffizienten lassen sich die Differentialgleichungen nach dem Verfahren der *modalen Analyse* entkoppeln. Das zugehörige Eigenwertproblem führt zur Lösung in der Form superponierter *Eigenschwingungen*.

Im Allgemeinen müssen in den Bewegungsgleichungen auch Dämpfungskräfte berücksichtigt werden. Damit die Differentialgleichungen linear bleiben, nimmt man in der Regel an, dass diese Kräfte geschwindigkeitsproportional sind, und damit weiterhin eine modale Analyse mit entkoppelten Eigenschwingungen möglich ist, rechnet man vereinfachend mit einer sogenannten *modalen Dämpfung*.

Die Baudynamik ist über die Baustatik relativ leicht zugänglich. Allerdings erfordert die zusätzliche Dimension der Zeit eine vertiefte Auseinandersetzung, um eine ähnliche Vertrautheit mit dynamischen Vorgängen wie mit statischen Phänomenen zu erlangen. Unterzieht man sich dieser Anstrengung, kann man nicht zuletzt eine erweiterte Sicht der Baustatik gewinnen.

1.5 Baustatik und Konstruktion

Für den *konstruktiven Ingenieurbau* ist die Baustatik ähnlich wie die Werkstoffkunde eine Hilfswissenschaft. Die Kenntnisse und Erfahrungen der im Bereich der Konstruktion tätigen Ingenieure in diesen und weiteren relevanten Fachgebieten wie Geotechnik und Bauverfahrenstechnik müssen der Komplexität und der Bedeutung der von ihnen bearbeiteten Aufgaben entsprechen. Um die Projektierung und Ausführung von Bauvorhaben leiten zu können, benötigt man darüber hinaus vor allem angemessene baupraktische Erfahrung mit den jeweils eingesetzten Bauweisen.

Die Baustatik kommt in allen Phasen der üblichen Projektentwicklung vom Vorprojekt über das Bauprojekt bis zum Ausführungsprojekt zur Anwendung, allerdings in unterschiedlicher, phasengerechter Weise. Genügen beim Entwurf meist überschlägige statische Berechnungen, sind in den anschliessenden Phasen sukzessive durch Dritte überprüfbare Nachweise der Tragsicherheit und der Gebrauchstauglichkeit zu erbringen, und zwar nicht nur für den Endzustand des Tragwerks, sondern vor allem auch für kritische Bauzustände.

Ausser dem Neubau ergeben sich auch bei der Erhaltung und oft auch beim Rückbau von Tragwerken interessante baustatische Probleme. Vielfach sind derartige Aufgaben wesentlich anspruchsvoller als Neubaufgaben, da man sich weniger oder gar nicht auf Normen stützen kann und die Erfassung des aktuellen Zustands eines Tragwerks oft schwierig und mit grossen Unschärfen behaftet ist. Die Entwicklung angemessener Tragwerks- und Einwirkungsmodelle in solchen Fällen kann äusserst heikel und spannend sein.

Über das Gebiet der Baukonstruktionen im engeren Sinn hinaus gibt es verschiedene Anwendungsbereiche, die sich mit baustatischen Methoden behandeln lassen, insbesondere im Maschinen-, Schiff- und Fahrzeugbau sowie in der Luft- und Raumfahrtstechnik. Man bewegt sich damit im grossen interdisziplinären Gebiet der *Strukturmechanik*.