Allgemein:
Wenn der Differenzenquotient einer Funktion f an der Stelle x_0 für immer kleinere Werte von h (d.h. $h \to 0$) einen Grenzwert besitzt, dann nennt man diesen Grenzwert **Ableitung von f an der Stelle x_0**.

Man schreibt dafür $f'(x_0)$ und sagt „f Strich von x_0“. Es ist also $f'(x_0) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$.

Beispiel:
Näherungsweise Berechnung der Ableitung der Funktion f mit $f(x) = 0{,}5x^2 - 4$ an der Stelle $x_0 = 1$:

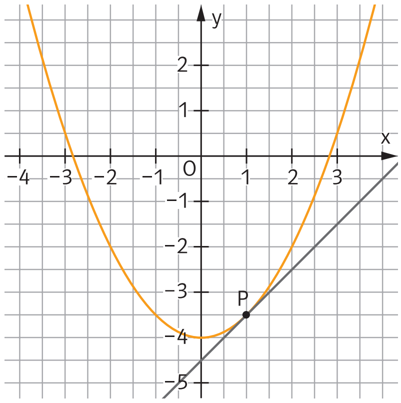
$h = 1$: $\frac{f(2) - f(1)}{1} = \frac{-2 - (-3{,}5)}{1} = \frac{1{,}5}{1} = 1{,}5$

$h = 0{,}1$: $\frac{f(1{,}1) - f(1)}{0{,}1} = \frac{-3{,}395 - (-3{,}5)}{0{,}1} = \frac{0{,}105}{0{,}1} = 1{,}05$

$h = 0{,}01$: $\frac{f(1{,}01) - f(1)}{0{,}01} = \frac{-3{,}48995 - (-3{,}5)}{0{,}01} = \frac{0{,}01005}{0{,}01} = 1{,}005$

Vermutung: Der Grenzwert für $h \to 0$ ist $f'(1) = 1$.

Geometrisch entspricht der Ableitung an der Stelle 1 die Steigung der **Tangente** durch den Punkt P(1 | −3,5). Das Schaubild zeigt, dass diese Gerade tatsächlich die Steigung $f'(1) = 1$ hat. Man sagt deshalb, dass der Graph von f an der Stelle 1 die Steigung 1 hat.



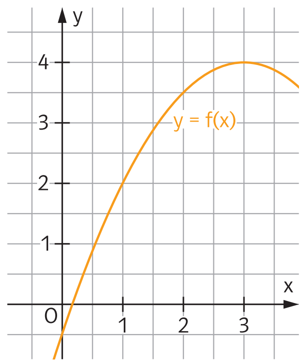
1 a) Bestimmen Sie mithilfe des Graphen der Funktion f (Fig. 1) die Differenzenquotienten für die folgenden Intervalle.

$I_1 = [1; 3]$: $\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1}$ = ______ = ____ = ____________

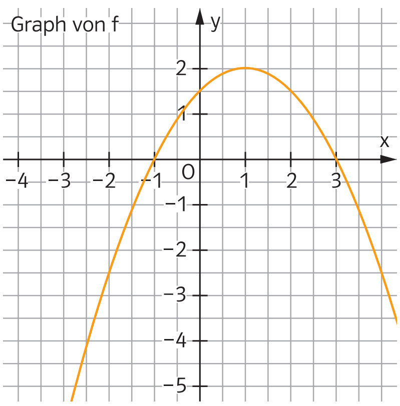
$I_2 = [1; 2]$: ____________

$I_3 = [1; 1{,}5]$: ____________

b) Bestimmen Sie die Differenzenquotienten für die Intervalle [0; 1] und [0,5; 1].
c) Stellen Sie aufgrund der Ergebnisse aus den Teilaufgaben a) und b) eine Vermutung über die Ableitung $f'(1)$ auf.
d) Überprüfen Sie diese Vermutung, indem Sie näherungsweise die Tangente an den Graphen von f im Punkt $P(1 | f(1))$ zeichnen und deren Steigung bestimmen.
e) Bestimmen Sie näherungsweise $f'(2)$.

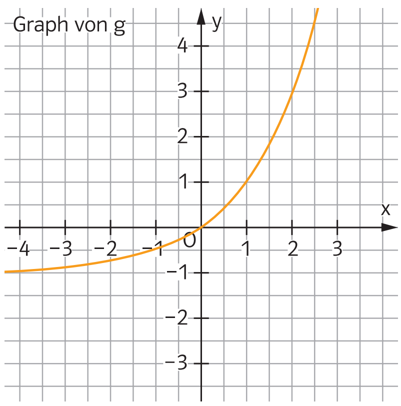


2 Bestimmen Sie näherungsweise die Ableitung jeder Funktion an der vorgegebenen Stelle x_0. Zeichnen Sie dazu nach Augenmaß jeweils die Tangente an der Stelle x_0 ein und lesen Sie ihre Steigung ab.



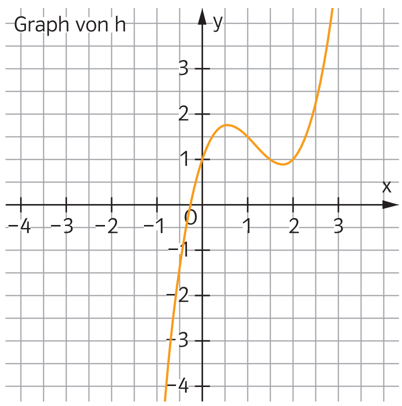
$x_0 = -1$

Ableitung: $f'(-1) \approx$ ____________



$x_0 = 0$

Ableitung: $g'(0) \approx$ ____________



$x_0 = 2$

Ableitung: $h'(2) \approx$ ____________