

INHALT

6 Überall Mathe

DAS MATHE-GEHIRN

- 10 Dein Gehirn
- 12 Ein Kopf für Mathe
- 14 Mathe lernen
- 16 Hirn oder Maschine
- 18 Probleme mit Zahlen
- 20 Frauen und Mathematik
- 22 Die Lösung sehen

ZAHLEN ERFINDEN

- 26 Zählen lernen
- 28 Zahlensysteme
- 30 Die große Null
- 32 Pythagoras
- 34 Raus aus der Schublade
- 36 Zahlenmuster
- 38 Rechentipps
- 40 Archimedes
- 42 Mathe und Messen
- 44 Wie groß? Wie weit?
- 46 Wie groß ist das Problem?

MAGISCHE ZAHLEN

- 50 Reihen erkennen
- 52 Pascals Dreieck
- 54 Magische Quadrate
- 56 Fehlende Zahlen
- 58 Carl Friedrich Gauß
- 60 Unendlichkeit
- 62 Zahlen mit Bedeutung
- 64 Zahlentricks
- 66 Primzahlpuzzles





FLÄCHEN UND KÖRPER

- 70 Dreiecke
- 72 Formsache
- 74 Flächenzauber
- 76 Immer im Kreis
- 78 Die dritte Dimension
- 80 3-D-Puzzles
- 82 Spaß mit 3-D
- 84 Leonhard Euler
- 86 Irre Gärten
- 88 Optische Täuschungen
- 90 Unmögliche Figuren

WELT DER MATHEMATIK

- 94 Interessante Zeiten
- 96 Karten
- 98 Isaac Newton
- 100 Wahrscheinlichkeit
- 102 Daten darstellen
- 104 Logikrätsel und Paradoxe
- 106 Knacke die Codes
- 108 Codes und Chiffren
- 110 Alan Turing
- 112 Algebra
- 114 Kopfnüsse
- 116 Geheimnisse des Universums
- 118 Das große Quiz
- 120 Glossar
- 122 Lösungen
- 126 Register

Dieses Buch steckt voller kniffliger Rätsel und Aufgaben. Die Lösungen findest du ganz hinten auf den Seiten 122–125.





WIE GROSS? WIE WEIT?

In unserer hoch technisierten Welt voller Geräte und Hilfsmittel müssen wir selten etwas selbst herausfinden oder errechnen. Aber es kann sehr befriedigend sein, die Lösung eines Problems selbst zu erarbeiten. Hier findest du ein paar interessante Tipps und Problemstellungen zum Grübeln.



Das hat Hand und Fuß

Stell dir vor, du landest auf einer einsamen Insel und hast nur die Kleider, die du am Leib trägst, und einen Schatz. Du möchtest den Schatz vergraben, damit du die Insel erkunden und mit etwas Glück Hilfe finden kannst. Der lockerste Sand liegt ein wenig von der einzelnen Palme entfernt – wie kannst du die Entfernung zum Schatz messen, damit du ihn wiederfindest? Die Lösung ist dein Körper. Schon die alten Ägypter und Römer benutzten Körperteile zum Messen. Der Haken bei diesem Messsystem ist natürlich, dass alle Menschen unterschiedlich gebaut sind, sodass die Maße nie ganz einheitlich sind.

Achte auf den Schatten

Hast du dich je gefragt, wie hoch dein Lieblingsbaum oder euer Haus ist? An einem sonnigen Tag kannst du das mithilfe des Schattens relativ einfach herausfinden. Am besten gelingt das, wenn die Sonne etwa in einem 45°-Winkel am Himmel steht.

Du brauchst:

- einen sonnigen Tag
- ein Bandmaß

Schritt 1

Stelle dich an einem sonnigen Tag mit dem Rücken zur Sonne neben das Objekt, das du vermessen möchtest. Lege dich auf den Boden und markiere deine Größe – vom Scheitel bis zur Sohle.

Wenn du nicht auf den Moment warten kannst, in dem dein Schatten so groß ist wie du, berechne das Verhältnis zwischen deiner Größe und der Schattenlänge – ist er z. B. halb so lang wie deine Körpergröße, miss das

Objekt und verdopple dieses Maß.

Schritt 2

Stelle dich auf die Markierung deiner Füße. Nun sieh auf deinen Schatten. Wenn die Sonne im 45°-Winkel steht, entspricht er deiner Körpergröße.

Schritt 3

Nun miss schnell den Schatten des größeren Objekts, denn er entspricht jetzt ebenfalls genau der Höhe.



Wo ist das Gewitter?

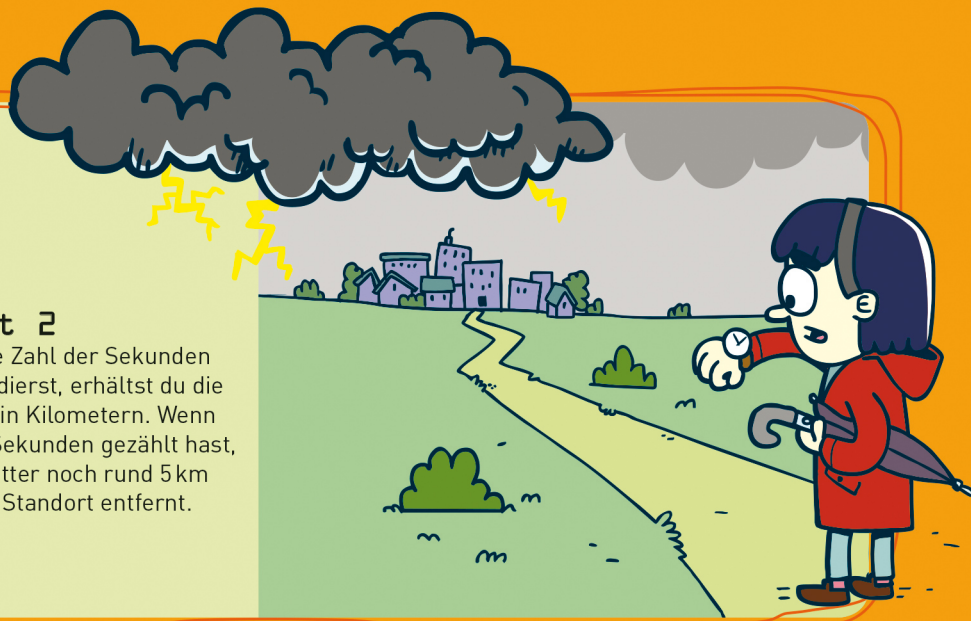
Am Horizont siehst du ein Gewitter. Aber wie weit ist es weg und zieht es in deine Richtung oder nicht? So kannst du es herausfinden:

Schritt 1

Achte zuerst darauf, wann es blitzt, und dann, wann es donnert. Zähle die Sekunden, die zwischen dem Aufblitzen des Blitzes und dem Grollen des Donners liegen. Du kannst dabei entweder auf den Sekundenzeiger deiner Uhr sehen oder die Sekunden zählen.

Schritt 2

Wenn du die Zahl der Sekunden durch 3 dividierst, erhältst du die Entfernung in Kilometern. Wenn du also 15 Sekunden gezählt hast, ist das Gewitter noch rund 5 km von deinem Standort entfernt.



Wenn du beim Zählen der Sekunden ohne Uhr nicht aus dem Takt kommen willst, nimm ein langes Wort und zähle z. B.: „Eins-Mississippi, zwei-Mississippi ...“, usw. Andere gute Wörter sind Schimpanse oder Elefant.

Vermessung der Erde

Vor mehr als 2000 Jahren vermaß der griechische Mathematiker Eratosthenes die Erde und kam beinahe auf das exakte Ergebnis. So hat er es gemacht – oder kommst du selbst auf die Lösung?

Schritt 1

Eratosthenes fand in Syene im Süden Ägyptens einen Brunnen, in den das Licht der Sonne am Tag der Sommersonnenwende zur Mittagszeit gerade bis zum Grund fiel und vom Wasser reflektiert wurde. Das musste bedeuten, so erkannte er, dass die Sonne dann genau senkrecht darüberstand.

Die Sonne stand senkrecht über dem Brunnen.

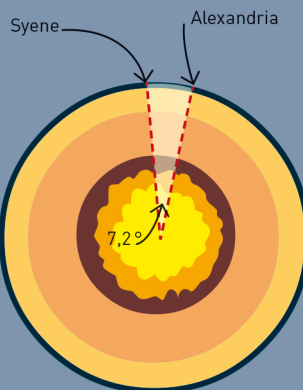


Der Lichtstrahl schien ganz gerade in den Brunnen.

Das Wasser am Grund war wie ein Spiegel und reflektierte den Lichtstrahl zurück.

Schritt 2

Dann bemerkte Eratosthenes, dass die Sonne am Tag der Sommersonnenwende im weiter nördlich gelegenen Alexandria in einem leichten Winkel auf den Boden traf und einen Schatten warf. Er zeichnete ein Dreieck und maß den Winkel. Er betrug $7,2^\circ$.



Schritt 3

Du weißt, dass die Erde rund ist. Stell dir zwei Linien vor: Eine geht senkrecht vom Mittelpunkt der Erde aus, die andere im Winkel von $7,2^\circ$. Du weißt, dass ein Kreis 360° hat. Wenn du 360 durch 7,2 teilst, erfährst du, wie oft $7,2^\circ$ in 360° passen. Und wenn du dann noch weißt, dass die Entfernung von Syene nach Alexandria 800 km beträgt, kannst du den Umfang der Erde selbst ausrechnen.

Carl Friedrich Gauß

Carl Friedrich Gauß zählt zu den herausragendsten Mathematikern der Geschichte. Er lieferte bahnbrechende Erkenntnisse in fast allen Bereichen der Mathematik, so z. B. in Statistik, Algebra und Zahlentheorie, und er machte viele Entdeckungen in der Physik. Schon als kleines Kind konnte Gauß hervorragend Kopfrechnen.



In diesem Haus in Braunschweig wurde Gauß geboren. Für die Ausbildung des Wunderkinds kam der Herzog von Braunschweig auf.

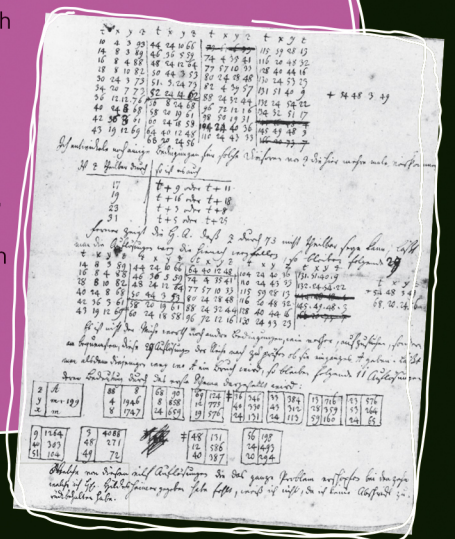
Kindheit und Jugend

Carl Friedrich Gauß wurde 1777 als einziges Kind einfacher Eltern geboren. Schon früh war klar, dass er eine besondere Begabung für Mathematik besaß. Bereits im Alter von drei Jahren soll er seinen Vater korrigiert haben, wenn der seine Buchhaltung erledigte. Später erstaunte Gauß seinen Mathematiklehrer, weil er eine eigene Methode erfand, um lange Reihen von Zahlen zu addieren.

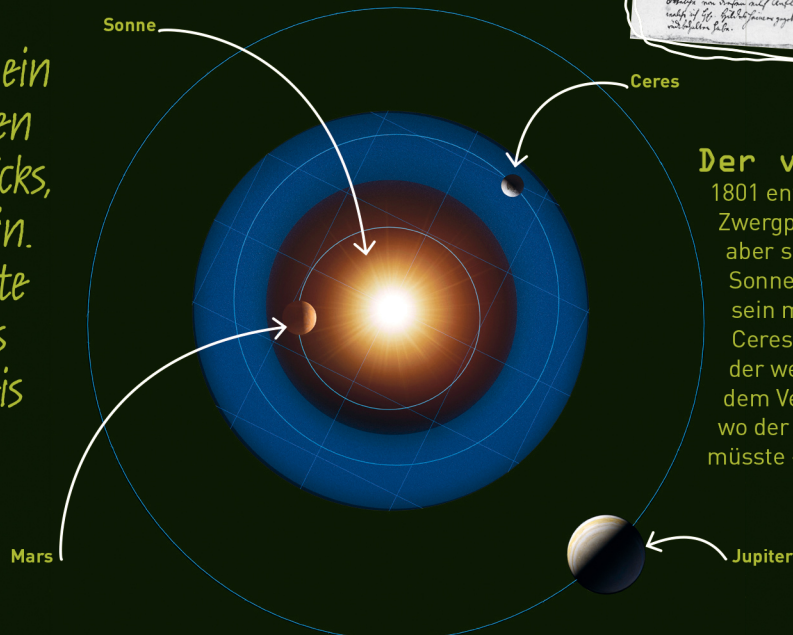
Beweis des Unmöglichen

Gauß war sowohl mathematisch als auch sprachlich begabt. Als er 19 Jahre alt war, musste er sich entscheiden, was er studieren wollte. Er entschied sich für die Mathematik und es gelang ihm, nur mit Lineal und Zirkel ein gleichmäßiges 17-Eck (Heptadekagon) zu konstruieren, was bis dahin als unmöglich gegolten hatte. Seine Entdeckung führte zu einem neuen Bereich der Mathematik.

Eine Seite mathematischer Notizen aus einem Brief, den Gauß im Juli 1800 an Johann Hellwig, seinen Mathematikprofessor am Collegium Carolinum, schrieb.



Gauß wünschte sich ein Abbild seiner größten Entdeckung, des 17-Ecks, auf seinem Grabstein. Der Steinmetz lehnte dies aber ab, da es schlicht wie ein Kreis wirken würde.



Der verlorene Planet

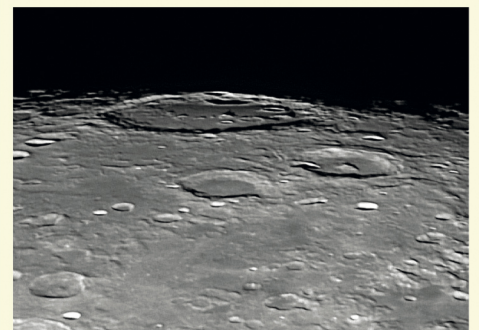
1801 entdeckte ein Astronom den Zwergplaneten Ceres, verlor ihn aber sofort wieder, als er hinter der Sonne verschwand. Gauß nutzte sein mathematisches Talent, um Ceres wiederzufinden. Anhand der wenigen Beobachtungen vor dem Verschwinden berechnete er, wo der Planet wieder auftauchen müsste – und er hatte recht!



Andere Wissenschaften

Gauß war von der Mathematik ebenso fasziniert wie von ihrem Nutzen für die Naturwissenschaften.

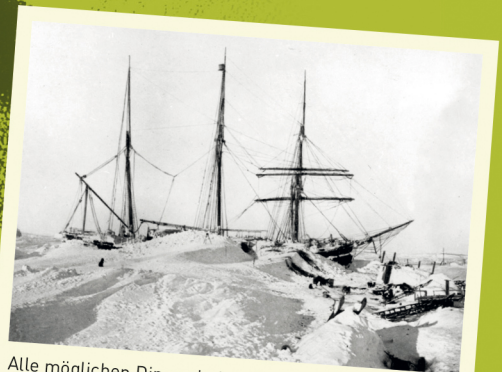
Er leistete einen wichtigen Beitrag zur Erfindung des elektromagnetischen Telegrafen, der vor Telefon und Radio das wichtigste Kommunikationsmittel war. Außerdem erforschte er den Erdmagnetismus und erfand ein Messgerät für magnetische Felder. Aus diesem Grund ist eine Maßeinheit für Magnetismus nach ihm benannt.



Viele Mondkrater sind nach berühmten Wissenschaftlern benannt. Der Mondkrater Gauß liegt im Nordosten auf der erd zugewandten Seite.

Geniales Vermächtnis

Gauß machte Entdeckungen auf vielen Gebieten der Mathematik, veröffentlichte aber nicht alle. Viele fand man erst nach seinem Tod, nachdem andere sie bewiesen hatten. Als Gauß 1855 starb, wurde sein Gehirn erhalten und untersucht. Damals hielt man es für außergewöhnlich. Eine Untersuchung im Jahr 2000 zeigte aber, dass es ganz normal ist und nicht erkennen lässt, woher sein Genie kam.



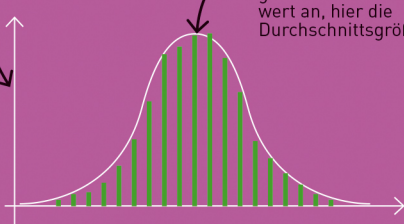
Alle möglichen Dinge sind nach Gauß benannt worden: ein deutsches Expeditionsschiff, das 1901 in die Antarktis aufbrach, ebenso wie auch der erloschene Vulkan Gaußberg, den die Expedition entdeckte.

Cooler Kurve

Trägt man Angaben, z. B. die Körpergröße einer Bevölkerungsgruppe, in ein Balkendiagramm (siehe S. 102) ein, ergibt sich meist eine charakteristische Kurvenform. Die kleinsten und die größten Menschen bilden die flachen Ränder, die durchschnittliche Mehrheit dagegen die hohe Mitte. Gauß entdeckte diese Kurve als Erster und nannte sie Glockenkurve. Sie ist eine der Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Diese Achse zeigt, wie viele Menschen eine bestimmte Größe haben.

Der Scheitelpunkt der „Glocke“ gibt den Mittelwert an, hier die Durchschnittsgröße.



Die letzte 10-D-Mark-Banknote vor dem Euro trug Gauß' Porträt und die Glockenkurve.



WAHRSCHEINLICHKEIT

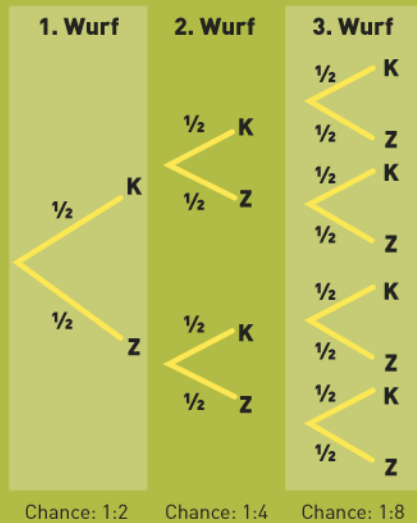
Die Wahrscheinlichkeitstheorie berechnet, wie wahrscheinlich es ist, dass ein Ereignis eintritt. Die Wahrscheinlichkeit wird in Werten zwischen 0 und 1 ausgedrückt. 0 bedeutet, dass etwas auf keinen Fall passieren wird, 1 heißt, dass etwas ganz sicher geschieht. Alle Werte dazwischen werden als Brüche oder Prozentanteile von 1 ausgedrückt und gelten für Dinge, die vielleicht passieren.

Wie stehen die Chancen?

Chancen zu berechnen ist relativ einfach. Zuerst muss man die möglichen Endergebnisse zählen. Die Chancen, beim Würfeln eine 4 zu bekommen, stehen 1 zu 6 (1:6), weil der Würfel sechs Seiten hat und nur auf einer die 4 steht. Die Chancen, eine ungerade Zahl (1, 3 oder 5) zu würfeln, stehen dagegen 1 zu 2 (3:6 = 1:2) oder 50%.

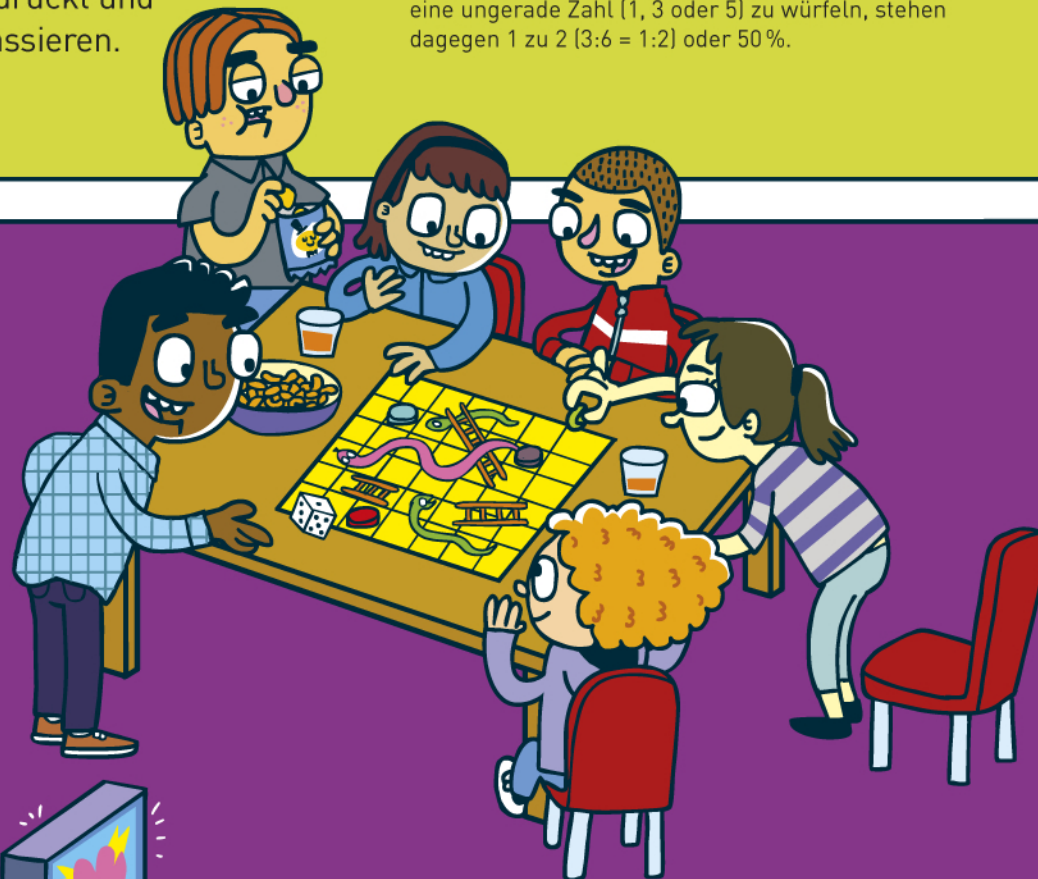
Chancen addieren ...

Die Chance, dass eine Münze auf Kopf landet, ist 1:2 (1 zu 2). Die Chancen für erst Kopf, dann Zahl stehen $1:2 \cdot 1:2 = 1:4$. Die Chancen für zweimal Kopf (oder kürzer KK) stehen ebenfalls 1:4. Die Chancen auf dreimal hintereinander Zahl (ZZZ) sind $1:2 \cdot 1:2 \cdot 1:2 = 1:8$.



... oder besser nicht!

Natürlich denken wir, dass es nach viermal Kopf doch wahrscheinlicher sein müsste, dass endlich die Zahl kommt. Aber die Wahrscheinlichkeit ist immer wieder gleich: Die Chance für KKKKZ ist $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$, und die Wahrscheinlichkeit für KKKKK ist exakt gleich hoch.

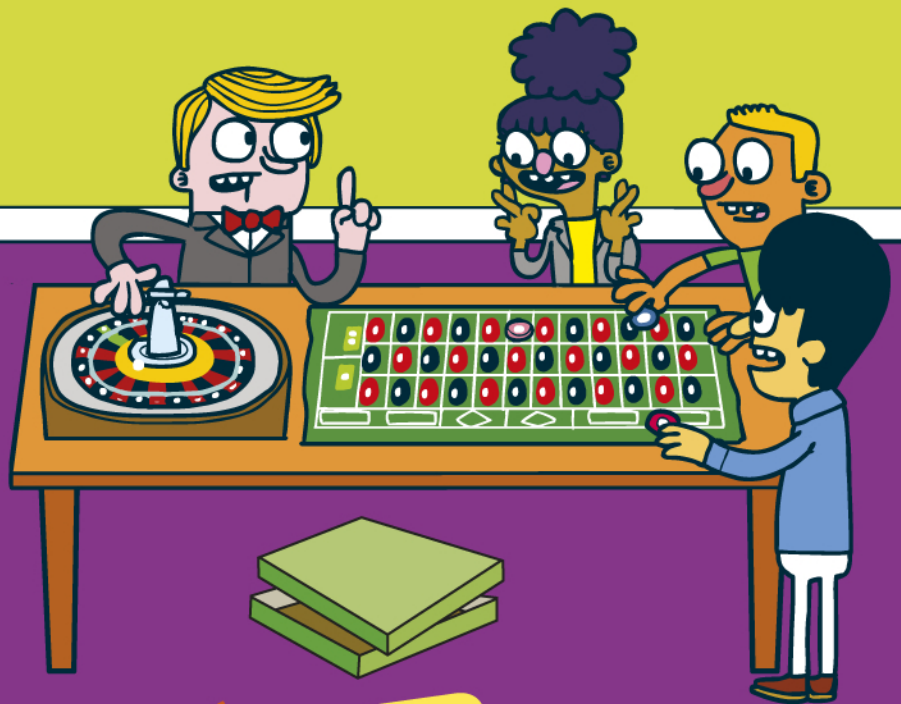


Absolutes Chaos

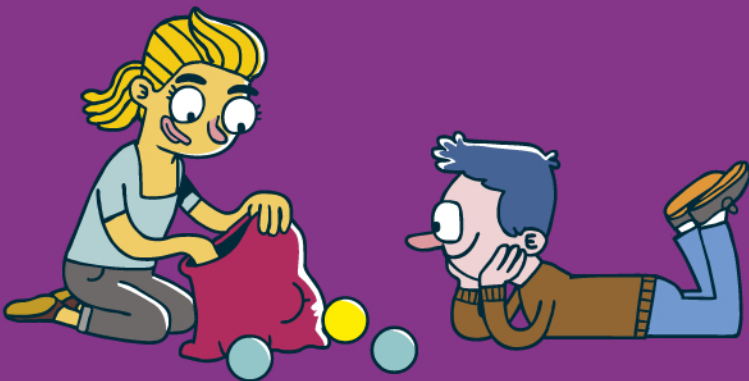
Manche Dinge, wie etwa der Lauf einer Flipperkugel, sind praktisch unmöglich zu berechnen. Jede Kugel läuft ein wenig anders. Schon die kleinste Veränderung in der Startposition der Kugel oder in der Stärke des Abstoßes verändern die Art und Weise, wie sie unterwegs von den Hindernissen abprallt, ganz enorm. Ein solches unvorhersehbares Verhalten nennt man „chaotisch“.

Das Haus gewinnt immer

Hast du schon einmal darüber nachgedacht, wie Spielkasinos Geld verdienen? Sie sorgen einfach dafür, dass ihre Gewinnchancen besser sind als die der Besucher. Das Kasino sorgt für einen statistischen Vorteil des „Hauses“ (des Kasinos), sodass es öfter gewinnt als verliert. Wenn du beim Roulette auf eine Zahl setzt, stehen deine Chancen 1:36. Aber das Rouletterad hat auch eine 37. Tasche für die Null. Die sorgt letztendlich für den Vorteil des Kasinos. Das Haus gewinnt auf jeden Fall öfter als es verliert, da es bei null niemandem Geld auszahlen muss.



Die Chance, dass ein gemischtes Kartenspiel in der richtigen Reihenfolge liegt, ist geringer als eins zu einer Dezillion (1 mit 60 Nullen).



Vorhersagen

Mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung lässt sich vorhersagen, was wahrscheinlich passieren wird. Stell dir vor, du hast in einem großen Sack fünf rote, sechs blaue und sieben gelbe Bälle. Welche Farbe wirst du wahrscheinlich beim Hineingreifen erwischen: Rot, Blau oder Gelb? Die Antwort ist Gelb, da am meisten gelbe Bälle im Sack sind. Die Chancen für einen gelben Ball stehen also am besten. Solche Vorhersagen sind aber nicht immer korrekt. Du könntest auch einen blauen oder roten Ball erwischen – es ist nur unwahrscheinlicher.



PROBIER'S AUS

Was ist wahrscheinlicher?

Manchmal spielt uns unser Denken einen Streich und lässt sich durch Dinge beeinflussen, die gar nicht wirklich stimmen. Filme und Bücher haben uns beispielsweise eingeredet, dass Haie für den Menschen gefährlich sind. In Wahrheit werden viel mehr Menschen von Flusspferden getötet als von Haien. Versuche, die folgenden Todesursachen ihrer Wahrscheinlichkeit nach zu ordnen:

- Computerspielsucht
- Schlangenbiss
- Flusspferdangriff
- Zusammenstoß mit einem Laternenpfahl
- Sturz in ein Gullyloch
- Fußballspielen
- Meteoriteneinschlag
- Blitzschlag
- Fallende Kokosnuss
- Haiangriff



Wie groß bist du?
Wann hast du Geburtstag?
Wie spät ist es?

Im Alltag benutzen wir ständig Zahlen,
ohne dass wir es merken. Doch
Mathematik ist weit mehr als das:
Dazu gehören auch Maße, geometrische
Formen, die Gesetze der Wahrscheinlichkeit
und vieles mehr.

Entdecke, wie spannend die Welt der
Mathematik wirklich ist und wie viel Spaß
das Rechnen machen kann.

Mit vielen Rätseln, praktischen Tipps
und tollen Tricks

Bereits erschienen:



DORLING KINDERSLEY
Besuchen Sie uns im Internet
www.dorlingkindersley.de

14,95 € [D] 15,40 € [A]
ISBN 978-3-8310-2292-2



9 783831 022922