

**HEYNE <**

*Über den Autor:*

Der Mathematiklehrer Lawrence Potter stammt aus Canterbury, England. Er liebt das Abenteuer, reist viel und lehrte Mathematik an verschiedenen allgemeinbildenden Schulen in Rumänien und Ruanda, bevor er nach London ging, wo er heute lebt und arbeitet.

Lawrence Potter

**LIEBE MATHEMATIK,  
LÖSE DEINE  
PROBLEME BITTE  
SELBER**

Verblüffend einfache  
Lösungen für  
Mathematik im Alltag

Aus dem Englischen  
von Martin Bauer

WILHELM HEYNE VERLAG  
MÜNCHEN

Titel der englischen Originalausgabe:

*Mathematics MINUS Fear*

Penguin Books Ltd., England 2011



Verlagsgruppe Random House FSC® N001967

Das für dieses Buch verwendete

FSC®-zertifizierte Papier *Holmen Book Cream*

liefert Holmen Paper, Hallstavik, Schweden.

Originalausgabe 07/2013

Copyright © Lawrence Potter 2006, 2008

Copyright © 2013 by Wilhelm Heyne Verlag, München,

in der Verlagsgruppe Random House GmbH

Printed in Germany 2013

Umschlaggestaltung: Nele Schütz Design, München

Satz: C. Schaber Datentechnik, Wels

Druck und Bindung: GGP Media GmbH, Pöbneck

ISBN: 978-3-453-60266-3

*www.heyne.de*

*Gina gewidmet,  
dafür,  
dass sie so winzig klein ist.*



# Inhalt

## EINLEITUNG

<b>Warum?</b> .....	11
---------------------	----

## ERSTER TEIL

<b>Zahlen im Kopf, Ziffern auf dem Papier</b> .....	15
1 Kleine Schritte .....	15
2 Wie viele Finger? .....	21
3 Vor dem Supermarkt .....	26
4 Zwei und zwei zusammenzählen .....	30
5 Multiplikation: Die Schwierigkeiten vervielfachen sich .....	34
6 »Countdown« .....	42
7 Zahlen zu Papier bringen .....	46
8 Merken und Borgen .....	57
9 Lange, lange schriftliche Multiplikation .....	62
10 Die Erklärung der schriftlichen Division .....	70
11 Prüfen, ob alles aufgeht .....	78

## ZWEITER TEIL

<b>Verschiedene Darstellungsarten für Zahlenverhältnisse</b> .....	85
1 Kitkat und koscher .....	85
2 Von reichen Schafzüchtern und anderen .....	91
3 Das Kreuz mit den Proportionen, Teil eins .....	97
4 Das Kreuz mit den Proportionen, Teil zwei .....	100
5 Pizzen einfärben .....	108
6 Was die Ägypter taten .....	113
7 Gleichwertige Brüche .....	115
8 Schriftliche Addition von Brüchen .....	119
9 Stürzen und multiplizieren .....	124
10 Dezimalzahlen – auch das noch! .....	129
11 Mit Dezimalzahlen rechnen .....	134
12 Einhundert Prozent .....	145
13 Etwas Interessantes .....	151
14 Geduld bringt Rosen – und Zinsen .....	157
15 Zweihundert Prozent .....	163

## DRITTER TEIL

<b>Die Angst vor den Unbekannten</b> .....	167
1 Algebra und Knochenbrüche .....	167
2 Auf beiden Seiten das Gleiche machen .....	173
3 Alle Vorzeichen ändern .....	183
4 Falsche Annahmen .....	186
5 Die Logik hinter Gleichungssystemen .....	189
6 Streitende Schuljungs .....	194
7 Algebra ist Demokratie .....	198
8 Charlies Rettung .....	202

## VIERTER TEIL

<b>Von Wahrscheinlichkeiten und Unwahrscheinlichkeiten</b> .....	207
1 Hohe Erwartungen an die Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	207
2 Kugeln ohne Ende .....	213
3 Trübe Gewässer .....	218
4 Es geht nicht nur um Zahlen .....	226
5 Die Wettervorhersage stimmt nicht .....	233
6 Zurück ins Klassenzimmer .....	239
7 Wahrscheinlichkeiten praktisch anwenden .....	248
8 Auf nach Vegas, Baby! .....	252
9 Das Gesetz der großen Zahl .....	260
10 Zocken mit der Lebensversicherung .....	268
<b>Schluss</b> .....	279
ANHANG A: Division von Brüchen .....	283
ANHANG B: Sudokus knacken .....	287
ANHANG C: Die Lösungen .....	301
Quellen der Rätsel .....	316
Literaturverzeichnis .....	317



## EINLEITUNG

# Warum?

Schule. Niemand vergisst sie. Den Rest des Lebens begleitet sie einen im Kopf, als Quelle der Erheiterung und Verwirrung. Allein schon das Ritual. Die schräge Tyrannei von Lehrern: »Aufstehen, hinsetzen!« – »Hände aus den Taschen!« – »Ruhe!« »Röcke müssen bis über das Knie reichen!« – »Tu den Kaugummi weg!« Riesige Erwachsenenhände, die auf Pulte herunterdonnern. Rote Gesichter, die einen anbellern: »Pass auf!« Proben. Prüfungen, Noten, Zeugnisse.

Im Mittelpunkt des Systems steht das Klassenzimmer. Wenn es benutzt wird, erstrahlt es in einem grässlichen Kunstlicht – genau wie das »Besetzt«-Zeichen einer Flugzeugtoilette. Drinnen beugen sich Reihen von Köpfen über ordentliche Reihen von Pulten, auf die Generationen von Schülern Kaugummis geklebt haben, in die sie ihre Namen geritzt haben, auf denen sie ihre Bücher ausgepackt haben.

Im Chemielabor riecht es immer nach dem Gas, das aus den Anschlüssen für die Bunsenbrenner entwichen ist, und in der Turnhalle riecht es einfach nach Schweiß und Qual.

Doch die schlechtesten Erinnerungen haben die meisten Erwachsenen an den Mathematikunterricht. Hier wurden sie mit Fragen bombardiert, die einzig den Zweck hatten, ihre Schwächsten bloßzustellen. Bis heute öffnen die Schüler im Matheunterricht ihre Hefte und füllen Zeile um Zeile mit Berechnungen, während jede gerunzelte Stirn und jedes frustrierte Seufzen die gleiche unausgesprochene Botschaft sendet: »Ich kapiert das nicht.«

Regiert wird diese kleine Welt vom Mathelehrer, einer unterkühlten, tyrannischen Spezies. Zahlen liebt er, aber mit Menschen kann er nicht gut umgehen, und unter seinem seltsamen Aussehen hat seine Liebe für die Menschheit irgendwie gelitten. Er stellt die Fragen und vernichtet die Arbeit von Stunden mit ein paar Strichen seines Rotstifts. Er kritzelt unverständliche Erklärungen an die Tafel und erwartet dann von den Schülern, dass sie sie durch eine mystische Art von Osmose auch kapieren.

Im Matheunterricht schweigen die meisten Schüler lieber, aus Angst, etwas Falsches zu sagen. Mit eingezogenen Köpfen sitzen sie da und starren angestrengt in ihre Bücher. Nie schauen sie auf, sonst könnte der Lehrer ja Blickkontakt herstellen. Später wird im Zeugnis stehen, ihre »Mitarbeit könnte besser sein« – wird sie aber nie werden.

Dieses Buch ist für die ehemaligen Opfer des Mathematikunterrichts geschrieben, für die Stillen, die aus Selbstzweifel geschwiegen haben. Dank diesem Buch lernen Sie wahrscheinlich, was Sie damals versäumt haben – auch weil Sie sich früher die Zeit lieber damit vertrieben, das picklige Kind in der ersten Reihe mit Ihrer Uhr zu blenden.

Dieses Buch soll all denen eine Art Therapie sein, die Mathe in der Schule schwierig fanden. Zur Therapie gehört allerdings, dass ich Sie in die traumatischen Zeiten des Matheunterrichts zurückversetzen muss. Wie damals werden Sie wieder in die wässrigen, von der dicken Brille grässlich vergrößerten Augen des Mathelehrers blicken müssen, der Sie erwartungsvoll anschaut. Im folgenden Text soll dieses Monster Mr. Barton heißen. Sein Blick nagt an Ihrem Selbstbewusstsein, bis nichts mehr da ist. In unserer imaginären Klasse muss es natürlich auch einen schrecklichen Streber geben, die Lieblingsschülerin des Mathelehrers, Bernadette Pressman.

Weckt das unguete Erinnerungen? Leider ist das nötig; nur so werden Sie die Geister von Mr. Barton und Bernadette Press-

man endgültig bannen können. Und zu Ihrer Erheiterung sitzt in der Ecke des Klassenzimmers Charlie Bissil, eigentlich kein schlechter Junge. Aber je weiter das Schuljahr fortschreitet, desto weniger kapiert er von dem, was Mr. Barton sagt. Es gab mal Zeiten, da starrte er ernsthaft bemüht auf die Tafel und versuchte, aus den Symbolen etwas Sinnvolles herauszulesen. Aber immer wenn er sich nahe am Erfolg glaubte, zerstörten Mr. Barton und sein Stift seine Illusion. Weswegen er nun all seine Energie in seine private Rebellion steckt. In ihm werden Sie einen nützlichen Verbündeten in Ihrem nun folgenden Kampf finden.

Während dieser Therapie, so hoffe ich, werden Sie einige jener Dinge verstehen, die Sie in der Schule nie ganz nachvollziehen konnten, und die Sie davon überzeugt haben, dass die ganze Mathematik ein grausamer Witz ist. Sollte mir das gelingen, werden Sie sich nie wieder verzweifelt an Regeln zu erinnern versuchen müssen, die Sie vor vielen Jahren in längst verlorene Hefte eingetragen haben. Das Selbstbewusstsein, das Mr. Barton Ihnen genommen hat, wird wiederkommen. Sie werden die Welt der Mathematik mit festem Blick betrachten, voller Vertrauen in Ihre Fähigkeit, sie zu verstehen und die Aufgaben, die sie Ihnen an den Kopf werfen wird, zu lösen.

Und Mr. Barton wird Sie nicht mehr in Ihren Alpträumen endlos durch das Klassenzimmer hetzen und mit Fragen zur Multiplikationstabelle und Stücken weiß glühender Kreide bombardieren.



# Zahlen im Kopf, Ziffern auf dem Papier

## 1 Kleine Schritte

Morgendlicher Schulbeginn. Schlaftrunkene Kinder wanken durch die Korridore und in die Klassenzimmer. Nur Bernadette sitzt schon mit weit geöffneten Augen und durchgedrücktem Rücken an ihrem Pult und harrt ihrer täglichen Dosis Bildung. Auch Charlie ist hellwach. Er hat es bereits geschafft, sich seinen Fußball konfiszieren zu lassen – sein Schuss hatte ausgerechnet das Auto der Rektorin getroffen. Jetzt konzentriert er sich darauf, seinen eigenen strikten Gesetzen der Bewegung folgend, durch das Schulgebäude zu navigieren.

Eines seiner Prinzipien besagt, immer den kürzesten Weg zu nehmen – weswegen er paradoxerweise häufig zu spät zum Unterricht kommt. Denn oft muss er anhalten und warten, bis ein bestimmtes Hindernis verschwindet. Durch eine Traube kleinerer Kinder zwingt er sich noch hindurch, doch die Erfahrung hat ihn gelehrt, dass die gleiche Taktik sich bei älteren Schülern oder Lehrern nicht empfiehlt. Schon mehrfach hat er versucht, dieses Problem zu erläutern, wenn man ihm »chronisches Zuspätkommen« vorwarf, doch erstaunlicherweise fand noch kein Lehrer Verständnis für Charlies Philosophie.

Er erreicht das Klassenzimmer gerade noch rechtzeitig und huscht auf seinen Platz in der hintersten Ecke. Seinen Ranzen

stellt er auf den Boden unter dem Tisch. Mr. Barton schreibt das Datum und das Thema der Stunde in seiner krakeligen Handschrift an die Tafel. Bernadette hat ihre Füller und Buntstifte vor sich auf dem Tisch sortiert, in einem hübschen Muster um ihren Radiergummi mit Erdbeergeruch. Charlie hat seine Hausaufgaben vergessen.

**1.**

**Der Postbote kommt jeden dritten Tag, der Milchmann kommt jeden vierten Tag und der Polizist kommt jeden fünften Tag. Eines Tages kommen alle drei vorbei. Wie lang dauert es, bis das wieder passiert?**

Ich weiß, Sie trauen sich beim Rechnen nicht besonders viel zu. Als Erstes möchte ich daher Ihre Leistungen in einen Kontext stellen. Vergessen Sie den Leistungsdruck bei Matheaufgaben. Vergessen Sie den mitleidigen Blick Ihres Lehrers, wenn Sie verkünden, dass Sie fünf von zehn Aufgaben gelöst haben. Korrektes Addieren, egal, ob im Kopf oder auf dem Blatt, ist an sich bereits ein kleines Wunder. Wenn Sie das beherrschen, bedeutet das schon einiges.

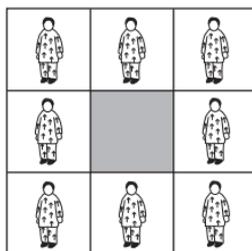
Betrachten wir mal, wie viel. Bei Ihrer Geburt wussten Sie gar nichts. (Das soll jetzt keine Beleidigung sein.) Babys wissen eben naturgemäß nicht viel, außer dass es herrlich ist, an die frische Luft gelangt zu sein. Später interagieren sie mit der Welt und finden ein paar Dinge heraus. Zum Beispiel, dass es einen Unterschied gibt zwischen einer Tante, zwei Tanten, drei Tanten und vier Tanten – auch wenn die nach Kräften versucht haben, das Baby mit albernen Grimassen und Begrapschen abzulenken. Doch wenn die Anzahl der Tanten noch weiter steigt, wird es den meisten Babys zu viel. Sie kennen keinen Unterschied mehr, ob jetzt zehn oder 15 um sie herum stehen.

Für alle größeren Ansammlungen braucht der Mensch Mathematik. Gelegentlich wachsen Kinder ohne jeden Kontakt zu anderen Menschen auf, sogenannte Wolfskinder. Wenn man sie nicht in früher Jugend entdeckt, lernen sie den Umgang mit Zahlen nie mehr vernünftig. Haben die Wolfskinder schon die Pubertät erreicht, schaffen sie es später kaum mehr, ihren sehr vagen Sinn für Zahlen zu verbessern: Sie kennen nur den Unterschied zwischen einem Objekt und zwei, drei und vier Objekten.

Genauso weit schaffen es die klügsten Tiere auch. Bestimmte Vogelarten, etwa Krähen und Elstern, gehören zu den besten Mathematikern in freier Natur. Sollten Sie zu den Spitzbuben gehören, die Vogelei aus Nestern stehlen (was mittlerweile verboten ist), sie mit sauberen Etiketten versehen und in Vitrinen ausstellen, dann bedienen Sie sich bitte nur aus Nestern mit mehr als fünf Eiern, sonst merkt die Elstermutter bei der Rückkehr, dass eines ihrer zukünftigen Kinder verschwunden ist.

## 2.

**Acht Gefangene sitzen ihre Strafen in Einzelhaft ab. Sie sind wie unten abgebildet über die Zellen verteilt:**



**Da sie aber brav waren, erlaubt der Wärter ihnen, sich Zellen zu teilen. Sie müssen sich aber so verteilen, dass an jeder Seite des Gefängnisses vier Insassen sitzen. Wie verteilen sich die Häftlinge?**

Lassen wir das Tierreich nun hinter uns. In der Menschheitsgeschichte hat es ganze Zivilisationen gegeben, die nie über dieses Stadium hinaus gelangt sind. Anders als die Wolfskinder haben sie Sprache entwickelt, aber oft nur Begriffe für »eins« und »zwei«. »Drei« und »vier« konnten sie noch ausdrücken, indem sie »zwei-eins« und »zwei-zwei« sagten. Bei noch größeren Zahlen würde etwa ein Botokude aus dem brasilianischen Regenwald nur noch auf seinen Kopf deuten und geschmerzt dreinschauen. Damit will ich die Intelligenz der Botokuden nicht abwerten; sie kommen prima zurecht, sie brauchen einfach keine größeren Zahlen als vier.

Es gibt Belege dafür, dass wir alle in gewissen Maß unfähig sind, über die Vier hinauszudenken. So gaben die alten Römer nur ihren ersten vier Söhnen normale Vornamen. Den fünften nannten sie Quintus (»Fünfter«), den sechsten Sextus (»Sechster«), den Siebten Septimus (»Siebter«) und so weiter. Auch im römischen Kalender (der aus nur zehn Monate bestand) hatten lediglich die ersten vier Monate echte Namen (Martius, Aprilis, Maius, Iunius), die restlichen hießen schlicht Fünfter, Sechster usw.: Quintilis, Sextilis, September, October, November und December. Als sich herausstellte, dass sich das Jahr nicht mit zehn Monaten abdecken ließ, erfand man noch Januar und Februar hinzu. (Quintilis und Sextilis wurden später zu Ehren der Kaiser Julius Caesar und Augustus in Juli bzw. August umbenannt.)

Das gehört jetzt nicht direkt hierher, aber vielleicht fragen Sie sich, wie Botokuden den Überblick behalten, wenn sie doch kein Konzept von Zahlen größer als vier haben. Nehmen Sie mal an, eine Botokudin findet neun identische Eier im Nest eines Aras und nimmt sie mit. Wie wüsste sie dann daheim, dass sie unterwegs keines verloren hat? Den Unterschied zwischen acht und neun kennt sie ja nicht.

Die Botokuden behelfen sich mit »Merkern«. Zum Beispiel, indem sie für jedes Ei auch einen Kiesel mitnehmen, oder

einen Knoten in eine Schnur machen oder eine Kerbe in einen Stock schnitzen. Daheim nehmen sie dann ein Ei nach dem anderen heraus und werfen einen Kiesel weg, lösen einen Knoten oder streichen eine Kerbe durch. So behalten sie den Überblick über ihr Hab und Gut, ohne je mit einer größeren Zahl als »eins« umgehen zu müssen. Jedes Ei war eine »Eins«, die man sich mit einer von mehreren Methoden (siehe oben) merken konnte.

Am liebsten benutzen sie zum »Zählen« ihren Körper. Jeder Stamm hat seine eigene Reihenfolge für die verschiedenen Körperteile. Unsere Botokudin berührt zum Beispiel den kleinen Finger ihrer linken Hand, wenn sie das erste Ei in die Tasche steckt, den Ringfinger der Linken, wenn sie das zweite Ei einpackt usw., bis sie nach fünf Eiern alle Finger der linken Hand »belegt« hat. Für das sechste Ei würde sie ihr linkes Handgelenk berühren, für das siebte den linken Ellbogen, für das achte die linke Schulter und für das neunte ihre linke Brust. Daheim muss sie diese Sequenz beim Auspacken nur wiederholen. Wenn sie am Ende ihre linke Brust berührt, hat sie unterwegs kein Ei verloren.

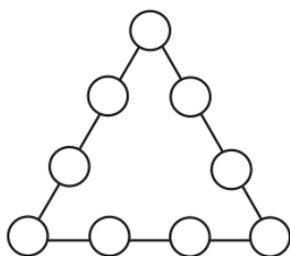
Das mag alles sehr primitiv klingen, aber seien Sie nicht zu überheblich: Ähnliche Methoden des »Merkens« haben sich auch bei uns über die Jahrhunderte erhalten. Bis 1828 kam in England der Steuerbescheid in Form eines Kerbholzes; das (identische) Gegenstück archivierte der Schatzkanzler im Keller des Parlamentsgebäudes. Als das System 1834 abgeschafft wurde, beschlossen die Politiker, die Hölzer zu verbrennen. Leider geriet ihnen das Feuer außer Kontrolle und verschlang versehentlich das gesamte Parlamentsgebäude. In den Alpenländern wurde der Kerbstock noch im 20. Jahrhundert – insbesondere in der Alm- bzw. Alpwirtschaft – verwendet.

Na bitte! Als 18-monatiges Kleinkind hatten Sie bereits ein Niveau erreicht, das viele Zivilisationen nie überschreiten. Sobald Sie gelernt hatten, mit den Fingern zu zählen (wie Boto-

kuden) und (anders als die Botokuden) jeder neuen Zahl einen Namen zu geben, waren Sie mathematisch beschlagener, als viele Bewohner unseres Planeten es je sein werden. Sie waren direkt ein kleines Genie. Und es dauerte gar nicht mehr lange, und Sie konnten jede einzelne Ihrer nervenden neun Tanten bitten, Sie doch freundlicherweise in Ruhe zu lassen.

**3.**

**Wie lassen sich die Zahlen von 1 bis 9 in die Kreise schreiben, dass jede Seite des Dreiecks in der Summe 20 ergibt?**



## 2 Wie viele Finger?

Über die Vier hinauszukommen, ist aber erst der Anfang, denn bekanntlich tut sich dahinter ein unendlicher Zahlenraum auf. Die ersten paar Zahlen lassen sich noch eigens benennen, aber man kann sich ja nicht immer neue Namen für jede Zahl ausdenken – und selbst wenn man es könnte, würde man sie sich nicht merken können. Es ist ein bisschen wie bei den Römern und ihren Söhnen: Irgendwann muss man einfach den Versuch aufgeben, originell zu sein.

Die nächste Herausforderung, der Sie sich stellen müssen, besteht darin, das System zu verstehen, nach welchem wir mit all diesen Zahlen umgehen. Das System, das die meisten Menschen benutzen, heißt Dezimal- oder Zehnersystem. Am meisten können uns die Tibeter darüber sagen, denn sie benutzen es am konsequentesten. Sie haben Namen für die Zahlen von null bis neun (wie wir sie nennen) und darüber hinaus für jede Zehnerpotenz: zehn, hundert, tausend usw. Bei uns haben viele Zehnerpotenzen keinen eigenen Namen. Zehn hoch vier heißt bei uns etwa ganz unoriginell »Zehntausend«. Erst für die Million haben wir wieder einen eigenen Namen. Tibeter können jede beliebige Zahl durch Verwendung ihrer Wörter für die Zahlen von null bis neun und für die Zehnerpotenzen ausdrücken. Die Zahl 324 würden sie nennen: drei-hundert, zwei-zehn und vier beziehungsweise *»gsum-bryga gnyis-bcu rtsa bzhi«*.

Als Deutscher möchte man jetzt protestieren, unsere Sprache müsse doch mindestens ebenso logisch sein wie die der Tibeter. Ist sie aber nicht ganz. Zum einen sind wir beim Ordnen etwas schrullig, weil wir alle Zehnerpotenzen der Größe nach sortieren und zuerst die Millionen sagen, dann die Hunderttausender, dann die Zehntausender usw.; nur ganz am Schluss

sagen wir erst die Einer, dann die Zehner. 4521 nennen wir »4 Tausend, 5 Hundert, Eins und 2 Zehner«. Schräg, oder? Außerdem gibt es noch das Mysterium von »elf« und »zwölf«, die nichts mit »eins-zehn« und »zwei-zehn« tun zu haben scheinen. Einer Theorie zufolge sind sie anders, weil sie so nah an den Grundzahlen liegen. Elf käme dann von »einlif«, eins übrig (nach der zehn) und zwölf von »zwelif«, zwei übrig. Erst bei der 13 sind wir schon so weit von der Zehn weg, dass wir sie nicht mehr als unmittelbare Referenz verwenden wollen.

Und dann ist da noch der Umstand, dass wir beim Benennen der Zehnerpotenzen faul wurden. Im Deutschen spricht man ganz geläufig von »zehn«, »hundert«, »tausend«, »Millionen«, »Milliarden« und sogar »Billionen«, doch die Tibeter sind weiter gegangen. Sie haben auch eigene Wörter für »zehntausend« und »hunderttausend«. Dafür waren wir zu faul. Schade eigentlich – das Ausstellen von Schecks würde so viel einfacher. So logisch wie die Tibeter sind wir also nicht – dafür aber viel vernünftiger als die Waliser. Sie sagen »zwei Neuner« statt »zehn und acht«. Welcher Sinn mag da dahinter stecken?

#### 4.

**Auf ihrer täglichen Runde entdecken drei Müllmänner einen Haufen wild abgestellter Tonnen, die einen öffentlichen Weg versperren und wegmüssen. Nun ist es aber wichtig, dass keiner der Männer mehr arbeitet als die anderen, die drei möchten sich die Aufgabe also gerecht teilen. Eine Bestandsaufnahme ergibt, dass 60 Tonnen herumstehen: 20 volle, 20 halb volle und 20 leere. Wie können sie die Arbeit aufteilen, dass jeder gleich viele Tonnen und gleich viel Abfall bewegen muss?**

Vielleicht haben Sie sich schon mal gefragt, warum wir so zählen. Vielleicht sogar schon als kleines Kind? Dann haben Sie damit wieder Ihr Genie aufscheinen lassen. Denn der bereits

erwachsene Aristoteles fragte sich das auch, und er zählt zu den größten Philosophen aller Zeiten: »Warum zählen alle Menschen, Barbaren wie Hellenen, bis zehn und nicht bis zu einer anderen Zahl?«<sup>1</sup>

Die knappe Antwort auf diese Frage lautet: FINGER. Die Finger sind das naheliegendste natürliche Hilfsmittel beim Zählen. Irgendwann hörten die Menschen auf, sie allein zum Abzählen zu verwenden (wie die Botokuden), sondern verbanden sie mit Zahlen.

Wobei betont werden muss, dass längst nicht alle Kulturen so zählen. Die überwältigende Mehrheit der zählenden Zivilisationen nahm zwar die Zehn als Basis, doch es gibt genug Beispiele für Völker, die es anders gemacht haben. Das mag vielleicht überraschen, schließlich kommen uns unsere Zahlen und unser Zahlensystem völlig natürlich vor. Es fällt uns schwer zu glauben, dass sie nicht quasi »naturegegeben« sind. Hätten wir nur acht Finger statt zehn, nähmen wir die Acht als Basis und wären genauso glücklich – allerdings keine so guten Klavierspieler mehr.

Nach dem Zehnersystem ist das Vigesimalssystem am gebräuchlichsten, das auf der Zahl Zwanzig basiert. Sowohl die Mayas als auch die Inuit rechneten auf Basis der Zwanzig, vermutlich, weil sie mit Fingern und Zehen zählten – wobei Inuit ohne ihre Schuhe ziemlich gefroren haben müssen.

## 5.

**Sie fahren mit einem Sack Weihnachtsgeschenke nach Hause. Dort warten schon fünf junge Cousins auf die Beute. Der erste schnappt sich die Hälfte aller Geschenke und noch eins. Mit dem Rest laufen Sie bald dem nächsten Cousin über den Weg, der sich die Hälfte dessen, was übrig ist, und ein Geschenk schnappt. Der dritte, vierte und fünfte Cousin machen das Gleiche. Völlig erledigt kom-**

1 Aristoteles, *Problemata Physica*, XV, 3, S. 136.

**men Sie im Wohnzimmer an, wo Schwiegermama schon auf ihre Bescherung wartet. Sie überreichen ihr das einzige Geschenk, das Sie noch übrig haben. Wie viele hatten Sie am Anfang?**

---

Einige Elemente des Denkens in Zwanzigern haben es sogar in unsere Kultur geschafft. Fragt man einen geheimnisvollen Fremden inmitten eines windgepeitschten englischen Moors, wie weit es zum nächsten Pub ist, antwortet er vielleicht mit »two score miles and ten«, »zwei Stiegen (20) Meilen und dann noch mal zehn«, auf gut Deutsch fünfzig Meilen. (Das Wort score, »Stiege«, wird seit biblischen Zeiten verwendet, als es hieß, die durchschnittliche Lebensspanne des Menschen betrage »three score years and ten«, also 70 Jahre. (Im Deutschen ist die »Stiege« praktisch völlig untergegangen; »Dutzend« und »Schock« [zwölf Dutzend] haben als Reste eines Zwölfersystems noch überlebt, aber »Stiege«, früher durchaus gebräuchlich, ist verschwunden.) Bittet man einen Franzosen um 80 Zwiebeln, hebt der vielleicht verwundert über Ihren großen Appetit auf das Nationalgemüse die Augenbrauen und vergewissert sich: »*quatre-vingt?*« – »Vier Zwanziger?« Franzosen und Engländer mögen sich nicht grün sein – aber in diesen Fällen haben beide die Zwanzig als Zähl-Basis verwendet.

Ebenso wie das Zehner- und Zwanzigersystem durch das Zählen mit Fingern und Zehen entstanden ist, geht auch das Fünfersystem einiger Zivilisationen auf das Zählen mit den Fingern – einer Hand – zurück. Um Ihnen einen Eindruck zu vermitteln, was Sie verpassen, möchte ich beschreiben, wie ein Fulbe in Westafrika zählen würde. Für uns ungewohnt, aber vollkommen vernünftig:

Zuerst hat er eigene Namen für die Zahlen von eins bis vier. Um uns das Leben einfacher zu machen, übersetzen wie sie jetzt einfach mal mit »eins«, »zwei«, »drei« und »vier«. Außerdem hat er Namen für die Fünferpotenzen (5, 25, 125 usw.),

sagen wir mal »Fünf«, »High Five« und »Jackson-five«. Mit diesem System könnte er jede beliebige Zahl ausdrücken.

Nehmen wir als Beispiel die Zahl, die wir »dreihundertneununddreißig« nennen. Wir haben ihr diese Bezeichnung gegeben, weil sie in unseren Augen aus drei Hundertern, drei Zehnern und neun Einern besteht. Aber ein Fulbe sieht sie ganz anders. Er betrachtet sie und sieht, dass sie aus zwei Jackson-fives besteht, drei High-fives, zwei Fünfen und vier Einern. Also nennt er sie auch genau so. Überprüfen Sie seinen Gedankengang. Er hat keine Fehler gemacht, alles addiert sich zu 339. Der Fulbe hat die Zahl einfach nur anders betrachtet.

(An dieser Stelle sei angemerkt, dass ich eigentlich nicht so tun sollte, als ließe sich die Zahl »dreihundertneununddreißig« nur mit den Zeichen »339« ausdrücken. Der Fulbe würde die Zahl im Fünfersystem nicht so hinschreiben [wenn er sie denn niederschrieb]. Aber fürs Erste bleibe ich bei der Schreibweise »339«, und meine damit die Zahl, auf die wir uns beziehen, wenn wir diese Symbole hinschreiben.)

Gut möglich, dass Ihr Mathelehrer all das nie erwähnt hat. Gut möglich, dass er es für sich behalten hat, tief versteckt in seiner abgewetzten ledernen Aktentasche, neben der Tupperdose mit Cornedbeef-Sandwich und einer überreifen Mandarine. Unser Zahlensystem spiegelt unseren Körperbau wider. Und wir haben es erfunden, weil wir es nach der Erfindung der Zahl brauchten. Aber leicht zu verstehen ist es wirklich nicht.

## 6.

1. **Wie würden wir diese Fulben-Zahl nennen: vier Jackson-fives, drei High-fives, zwei Fünfer und einen Einer?**
2. **Wie würde ein Fulbe unsere Zahl »vierhundertdreundsiezig« nennen?**

### 3 Vor dem Supermarkt

In der Grundschule bedeutete »rechnen« für mich den Großteil der Zeit »zusammenzählen«. Dafür gab es zwei Möglichkeiten, entweder man machte es im Kopf oder auf Papier. Kopfrechnen war schwieriger, aber es verschaffte einem mehr Respekt. Wenn man schnell im Kopf rechnete, standen die Chancen gut, dass einer der Klassenkameraden stöhnte: »Der ist CLEVER!« Natürlich galt das nur für die Grundschule. Danach musste man eher fürchten, vermöbelt zu werden, wenn man schnell im Kopf rechnete.

Trotzdem ist Kopfrechnen eindeutig eine nützliche Fähigkeit, und sei es nur, um das Wechselgeld nachzuprüfen. Ich hatte mal, sehr kurz, einen Job als Barmann. Wenn jemand eine Runde bestellte, musste ich blitzschnell die Preise der Getränke im Kopf addieren. Damit tat ich mich schwer, besonders an einem Freitagabend, als das Pub gestopft voll war und jemand mich wegen meines blauen Hemdes veräppelt hatte, wo doch Barmänner angeblich immer weiße Hemden trügen. Ich weiß bis heute nicht, was sein Problem war. Auf jeden Fall verrechnete ich mich immer häufiger. Entsprechend ging mein Selbstvertrauen den Bach runter. Ich verlor meine Fähigkeit, eine anständige Pint Bier zu zapfen. Meine Hände fingen zu zittern an. Die Gäste reagierten genervt. Mein Chef blaffte mich an, weil ich zu langsam arbeitete und mich mit den Preisen vertat.

Schließlich bestellte ein Gast schlicht eine Pint Soda and Lime. Kein Problem, den Preis zu errechnen – dachte ich. Und kein Problem, sie zu zapfen. Endlich konnte ich einen Moment durchschnaufen. Ich goss den Limonensaft ein und drückte den Knopf am Sprudelwasserschlauch. Ich wandte mich dem Gast

zu, um ihm lässig den Preis des Getränks zu nennen, und ließ den Knopf los. Doch er klemmte. In beeindruckendem Strahl schoss weiter Sodawasser aus dem Schlauch. Ich versuchte es aufzuhalten, indem ich den Finger in die Öffnung steckte, doch das hatte nur den Effekt, dass das Wasser nur mit noch mehr Druck seitlich vorbeischoss, über den Tresen und auf etliche Gäste. Inzwischen sah mir das ganze Pub zu, während ich mit dem metallenen Sodaschlauch kämpfte wie mit einer futuristischen Schlange. Endlich hatte ich sie zu Boden gerungen und wollte ihr gerade den Kopf abbeißen, als mein Chef den Wasserstrahl lässig an der Hauptpumpe abstellte. Der Schlauch ermattete und ich wurde vom Bardienst befreit. Den Rest des Abends ordnete ich Chipstüten.

Jetzt mögen Sie sich fragen, was diese Geschichte mit unserem Thema zu tun hat. Aber erinnern Sie sich, dass das ganze Desaster damit begann, dass ich beim Kopfrechnen Probleme hatte. Und dieser Umstand verunsicherte mich derart, dass ich letztlich in einer Brausepfütze auf dem dreckigen Boden eines lausigen Pubs endete.

## 7.

**Die Buchstaben A bis G stehen für die Ziffern 1, 3, 4, 5, 6, 8 und 9. Finden Sie anhand der folgenden Informationen heraus, welcher Buchstabe für welche Ziffer steht:**

$$A + A = B$$

$$C + C = DB$$

$$A \cdot A = DF$$

$$C \cdot C = BD$$

$$A + C = DE$$

$$A \cdot C = EF$$

Um meine Fähigkeiten im Kopfrechnen zu verbessern, beobachtete ich, mit welchen Methoden Menschen im Alltag rechneten. Genauer: Ich stellte mich vor einen Supermarkt im Süden Londons und stellte den Menschen Kopfrechenaufgaben. An jenem Nachmittag lernte ich viele Dinge.

Vor allem lernte ich, wie hart es in der Welt zugeht und wie mies gelaunt viele Leute beim Einkaufen sind. Viele taten schlicht, als würden sie mich gar nicht sehen. Andere liefen mit einem fiesem Lächeln an mir vorbei. Zweitens lernte ich, dass Frauen viel netter sind als Männer – wobei es allerdings ratsam ist, Mütter mit mehr als drei Kindern im Schlepptau nicht zu behelligen. Drittens, und das war die wichtigste Erkenntnis, hat sich seit der Schule nichts geändert. Niemand ist erwachsen geworden. Alles ist genau wie früher.

Schauen wir mal, ob Sie folgende Typen aus Ihren Schulzeiten wiedererkennen: Gab es in Ihrer Klasse auch einen Jungen, der die Faust reckte und brüllte: »Ich bin der Beste!«, wenn er bei einem Mathetest die volle Punktzahl bekommen hatte? Der Junge war so selbstsicher, dass er den Lehrer um extra knifflige Aufgaben bat, auf dass er seine Brillanz beweisen könne. Und gab es bei Ihnen damals auch ein Mädchen, das mit jeder Frage röter anlief, bis sie in hysterisches Lachen ausbrach und das Klassenzimmer verlassen musste? Erinnern Sie sich an den zu sehr von sich überzeugten Jungen, der die falsche Antwort auf eine Aufgabe dazwischenrief, die einem anderen gestellt worden war? Oder an das redlich bemühte Mädchen, dem die Frage gegolten hatte, das sich fürchterlich über den vorlauten Jungen aufregte? Klingt das vertraut? Nun, vor dem Supermarkt habe ich sie alle gesehen.

Und nicht nur die Typen waren die gleichen, auch ihre Einstellung hatte sich keinen Deut verändert. Alle wollten unbedingt wissen, ob ihre Antworten stimmten. Einige wollten ihr Abschneiden sogar benotet haben. Ein Mann kam eine halbe Stunde später zurück und berichtete, er habe jetzt die Antwort zu Frage 9 ausgeknobelt. (Er lag aber wieder falsch.)

Viele der Befragten scheuten sich, vor andern Leuten zu rechnen. Etliche sagten mir, sie seien in der Schule mies in Mathe gewesen. Sie blickten sich angstvoll um, während sie die

Fragen beantworteten. Und eine Frau lief tatsächlich davon, als ich sie bat, im Kopf zu dividieren. Offenbar hatte ich eine alte schmerzhaft Wunde wieder aufgerissen. Dafür möchte ich mich vielmals entschuldigen.

## 4 Zwei und zwei zusammenzählen

Mein Nachmittag neben einer spektakulär langen Reihe von Einkaufswägen hat ergeben, dass die meisten Leute im Kopf addieren und subtrahieren, wie sie es auf Papier täten. Bei Aufgaben wie  $76 + 22$  zählten sie 6 und 2 zusammen, dann 7 und 2 und antworteten korrekt mit »98«. Auch  $76 - 24$  lösten sie, indem sie 4 von 6 abzogen und 2 von 7, Ergebnis 52.

Doch schwieriger wird die Angelegenheit, wenn man sich Zahlen »merken« oder »borgen« muss – genau wie es im wirklichen Leben einfacher ist, eine Telefonnummer aufzuschreiben statt sie sich zu merken, und die eigene Bohrmaschine herzunehmen, anstatt sich die des Nachbarn zu leihen. Entsprechend taten sich die Leute mit Aufgaben wie  $59 + 64$  und  $74 - 29$  schwerer. Einige rechneten weiter im Kopf, als hätten sie Papier und Stift zur Hand, aber sie machten jetzt häufiger Fehler oder waren sich ihrer Ergebnisse nicht mehr sicher. Ich glaube, das liegt daran: Wenn man so rechnet, denkt man nicht an die tatsächliche Zahl 59, sondern teilt sie in zwei Hälften, 5 und 9, die keine offensichtliche Beziehung zur Ausgangszahl mehr haben. Schließlich ergeben 5 und 9 zusammen 14, nicht 59, wenn Sie verstehen, was ich meine.

Andere Leute gingen diese Aufgaben anders an, und vielleicht finden Sie ihre Ansätze hilfreich. Die meisten von ihnen spalteten die zweite Zahl auf und führten die Rechenoperation in zwei Stufen durch. Bei  $59 + 64$  lässt sich die 64 in 60 und 4 trennen und folgendermaßen rechnen:

$$\begin{aligned}59 + 60 &= 119 \text{ und dann} \\119 + 4 &= 123\end{aligned}$$

oder  $59 + 4 = 63$  und dann  
 $63 + 60 = 123$ .

Alternativ könnte man, da  $59 + 64$  gleichbedeutend ist mit  $64 + 59$ , die 59 in 50 und 9 aufsplitten und die Aufgabe folgendermaßen lösen:

$64 + 50 = 114$  und dann  
 $114 + 9 = 123$ .

Analog lässt sich bei der Subtraktion  $74 - 29$  die 29 in 20 und 9 trennen. Man erhält:

$74 - 20 = 54$  und dann  
 $54 - 9 = 45$

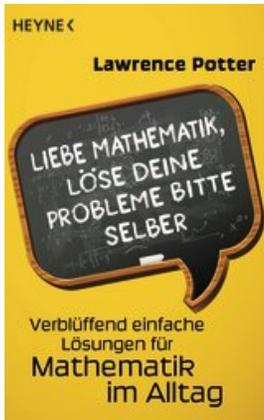
oder  $74 - 9 = 65$  und dann  
 $65 - 20 = 45$ .

Bei all diesen Beispielen fällt die Berechnung dank der Zwischenschritte leichter als mit den ursprünglichen Zahlen.

## **8.**

**Vier Kinder suchen nach Ostereiern. Sie finden insgesamt 45 Schokoeier, aber jedes Kind hat unterschiedlich viele gefunden. Sie hätten alle gleich viele Eier, wenn das erste Kind zwei mehr hätte, das zweite Kind zwei weniger, das dritte Kind doppelt so viele und das vierte Kind halb so viele. Wie viele Eier hat jedes Kind?**

Man könnte die Aufgaben auch noch anders angehen. Niemand arbeitet gerne mit Siebenen, Achten und Neunen (man erinnere sich, viele Zivilisationen kannten solche Zahlen über-



Lawrence Potter

### **Liebe Mathematik, löse deine Probleme bitte selber**

Verblüffend einfache Lösungen für Mathematik im Alltag

DEUTSCHE ERSTAUSGABE

Taschenbuch, Broschur, 320 Seiten, 11,8 x 18,7 cm

ISBN: 978-3-453-60266-3

Heyne

Erscheinungstermin: Juni 2013

Das ultimative Therapiebuch für Mathehasser

Die schlechte Nachricht ist: Doch, wir brauchen Mathe jeden Tag. Die gute: Alle, die bis drei zählen können, sind im Grunde Genies. Unorthodox, frech und sehr unterhaltsam bringt Lawrence Potter Licht in dieses dunkle Kapitel aus Schulzeiten. Spannende Beispiele und überraschende Rätsel machen fit für Alltagssituationen wie das Teilen der Restaurantrechnung, die Steuererklärung oder Sudokus und befreien die Mathematik ganz nebenbei von ihrem miesen Image – endlich ergeben all diese Zahlen und Rechnungen einen Sinn!