

# Inhaltsverzeichnis

---

Zum Aufbau des Buches	8
Zur Konzeption des Buches	9

## I Funktionen

1	Abhängigkeiten darstellen und interpretieren	12
2	Der Begriff der Funktion	15
3	Darstellung von Funktionen mit dem CAS-Rechner	18
4	Lineare Funktionen; Geraden	21
5	Anwendungen zur linearen Funktion; lineare Regression	26
6	Abschnittsweise lineare Funktionen; Funktionenscharen	30
7	Potenzfunktionen	33
8	Zusammensetzen von Funktionen; ganzrationale Funktionen	36
9	Gerade und ungerade Funktionen; Symmetrie	39
10	Nullstellen ganzrationaler Funktionen	41
	Rückblick	45
	Üben und Wiederholen ohne Hilfsmittel	46
	Üben und Wiederholen mit Hilfsmitteln	47

## II Folgen und Grenzwerte von Funktionen

1	Folgen; arithmetische und geometrische Folgen	48
2	Eigenschaften von Folgen	52
3	Grenzwert einer Folge	54
4	Grenzwertsätze	58
5	Grenzwerte von Funktionen für $x \rightarrow \pm\infty$	60
6	Grenzwerte von Funktionen für $x \rightarrow x_0$	62
	Rückblick	65
	Üben und Wiederholen ohne Hilfsmittel	66
	Üben und Wiederholen mit Hilfsmitteln	67

## III Einführung in die Differenzialrechnung

1	Die lokale Änderungsrate	68
2	Die Ableitung an einer Stelle $x_0$	71
3	Tangente und Normale	74
4	Die Ableitungsfunktion	76
5	Die Ableitung der Potenzfunktion	81
6	Weitere Ableitungsregeln – höhere Ableitungen	83
7	Trigonometrische Funktionen	86
8	Ableiten trigonometrischer Funktionen	89
9	Schnittpunkte und Schnittwinkel von Graphen	92
	Rückblick	95
	Üben und Wiederholen ohne Hilfsmittel	96
	Üben und Wiederholen mit Hilfsmitteln	97

**IV Untersuchung von Funktionen**

- 1 Monotonie 98
- 2 Extremstellen, Extremwerte 101
- 3 Innere Extremwerte 103
- 4 Wendepunkte als Extrempunkte der 1. Ableitung 107
- 5 Funktionsuntersuchungen 110
- 6 Untersuchungen von Funktionen in realem Bezug 113
- 7 Extremwertprobleme 115
- 8 Bestimmung ganzrationaler Funktionen 119
- 9 Ganzrationale Funktionen in Sachzusammenhängen mit vorgegebenem Koordinatensystem 123
- 10 Ganzrationale Funktionen in Sachzusammenhängen ohne vorgegebenes Koordinatensystem 126
- 11 Funktionenscharen in Sachzusammenhängen 129
- Rückblick 131
- Üben und Wiederholen ohne Hilfsmittel 132
- Üben und Wiederholen mit Hilfsmitteln 133

**V Weiterführung der Differenzialrechnung**

- 1 Stetigkeit und Differenzierbarkeit einer Funktion 134
- 2 Nullstellensatz und Intervallhalbierung 137
- 3 Das NEWTON-Verfahren 139
- 4 Verkettung von Funktionen 141
- 5 Die Kettenregel 144
- 6 Die Ableitung von Produkten 147
- 7 Die Ableitung von Quotienten 149
- Rückblick 151
- Üben und Wiederholen ohne Hilfsmittel 152
- Üben und Wiederholen mit Hilfsmitteln 153

**VI Integralrechnung**

- 1 Beispiele, die zur Integralrechnung führen 154
- 2 Näherungsweise Berechnung von Flächeninhalten 157
- 3 Bestimmung von Flächeninhalten 160
- 4 Einführung des Integrals; Integralfunktion 162
- 5 Stammfunktionen 166
- 6 Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung 169
- 7 Flächen oberhalb und unterhalb der x-Achse 173
- 8 Flächen zwischen zwei Graphen 176
- Rückblick 179
- Üben und Wiederholen ohne Hilfsmittel 180
- Üben und Wiederholen mit Hilfsmitteln 181

**VII Exponentialfunktionen und Wachstum**

- 1 Eigenschaften der Funktion  $f: x \mapsto c \cdot a^x$  182
- 2 Die eulersche Zahl  $e$  185
- 3 Ableitung und Stammfunktionen der Funktion  $f: x \mapsto e^x$  187
- 4 Ableiten und Integrieren mithilfe der Kettenregel 189
- 5 Die natürliche Logarithmusfunktion 191
- 6 Gleichungen, Funktionen mit beliebigen Basen 194
- 7 Untersuchung von Exponentialfunktionen 196
- 8 Untersuchung von Logarithmusfunktionen 200
- 9 Exponentielle Wachstums- und Zerfallsprozesse 202
- 10 Halbwerts- und Verdoppelungszeit 205
- 11 Funktionsanpassung bei Exponentialfunktionen 207
- Rückblick 209
- Üben und Wiederholen ohne Hilfsmittel 210
- Üben und Wiederholen mit Hilfsmitteln 211

**VIII Gebrochenrationale und trigonometrische Funktionen**

- 1 Verschieben von Graphen von Funktionen 212
- 2 Eigenschaften gebrochenrationaler Funktionen 215
- 3 Funktionsuntersuchungen gebrochenrationaler Funktionen 218
- 4 Anwendungen gebrochenrationaler Funktionen 222
- 5 Amplituden und Perioden von Sinusfunktionen 224
- 6 Funktionsuntersuchungen bei trigonometrischen Funktionen 226
- 7 Anwendungen und Funktionsanpassung bei trigonometrischen Funktionen 228
- Rückblick 231
- Üben und Wiederholen ohne Hilfsmittel 232
- Üben und Wiederholen mit Hilfsmitteln 233

**IX Ergänzungen zur Integralrechnung**

- 1 Rauminhalte von Rotationskörpern 234
- 2 Mittelwerte von Funktionen 237
- 3 Numerische Integration, Trapezregeln 239
- 4 Uneigentliche Integrale 241
- 5 Weitere Anwendungen der Integration 243
- 6 Integration von Produkten 245
- 7 Integration durch Substitution 247
- Rückblick 249
- Üben und Wiederholen ohne Hilfsmittel 250
- Üben und Wiederholen mit Hilfsmitteln 251

**X Vektoren und Punkte im Raum**

- 1 Lineare Gleichungssysteme 252
- 2 Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme 255
- 3 Der Begriff des Vektors in der Geometrie 257
- 4 Rechnen mit Vektoren 259
- 5 Punkte und Vektoren im Koordinatensystem 263
- 6 Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren 268
- 7 Vektorräume 271
- 8 Basis und Dimension 273
- 9 Vektorielle Darstellung von Geraden 277
- 10 Gegenseitige Lage von Geraden 280
- Rückblick 285
- Üben und Wiederholen ohne Hilfsmittel 286
- Üben und Wiederholen mit Hilfsmitteln 287

**XI Geraden und Ebenen – Messungen**

- 1 Skalarprodukt von Vektoren, Größe von Winkeln 288
- 2 Gleichungen der Ebene 292
- 3 Ebene in Parameterform – Lösungsmenge einer linearen Gleichung 295
- 4 Zeichnerische Darstellung von Ebenen 297
- 5 Gegenseitige Lage von Geraden und Ebenen 299
- 6 Gegenseitige Lage von Ebenen, Orthogonalität 302
- 7 Schnittwinkel 307
- 8 Abstand eines Punktes von einer Ebene - HESSE'sche Normalenform 312
- 9 Abstand eines Punktes von einer Geraden 315
- 10 Abstand windschiefer Geraden 317
- Rückblick 319
- Üben und Wiederholen ohne Hilfsmittel 320
- Üben und Wiederholen mit Hilfsmitteln 321

**XII Von der Pfadregel zur Binomialverteilung**

- 1 Beschreibung von Zufallsexperimenten 322
- 2 Relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten 324
- 3 Mehrstufige Zufallsexperimente – Pfadregel 326
- 4 Vierfeldertafel 329
- 5 Urnenmodelle – Bestimmen der Anzahlen 331
- 6 BERNOULLI-Ketten, Binomialverteilungen 335
- 7 Hilfsmittel bei Binomialverteilungen 339
- Rückblick 343
- Üben und Wiederholen ohne Hilfsmittel 344
- Üben und Wiederholen mit Hilfsmitteln 345

**XIII Weiterführung der Stochastik – Testen**

- 1 Bedingte Wahrscheinlichkeiten 346
- 2 Satz von BAYES 348
- 3 Der Erwartungswert einer Zufallsgröße 352
- 4 Varianz und Standardabweichung – Sigmaregeln 354
- 5 Testen der Hypothese  $p = p_0$  357
- 6 Die GAUSS'sche Glockenfunktion 361
- 7 Die Normalverteilung – Modell und Wirklichkeit 363
- Rückblick 367
- Üben und Wiederholen ohne Hilfsmittel 368
- Üben und Wiederholen mit Hilfsmitteln 369

Tabellenanhang 370

Lösungen der Aufgaben zum Üben und Wiederholen 375

Register 400

Informationen zur Service-CD 403

Bildquellen/Textquellen 404