



Jan Gehrke

Mathematik im Studium

Brückenkurs für Wirtschafts- und
Naturwissenschaften



Oldenbourg



Mathematik im Studium

Brückenkurs für Wirtschafts-
und Naturwissenschaften

Von

Diplom-Physiker
Jan Gehrke

Duale Hochschule Baden-Württemberg
Stuttgart

Oldenbourg Verlag München

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2010 Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH
Rosenheimer Straße 145, D-81671 München
Telefon: (089) 45051-0
oldenbourg.de

Das Werk einschließlich aller Abbildungen ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Bearbeitung in elektronischen Systemen.

Lektorat: Rainer Berger
Herstellung: Anna Grosser
Coverentwurf: Kochan & Partner, München
Coverbild: Turin Olympic Bridge, iStockphoto
Gedruckt auf säure- und chlorfreiem Papier
Gesamtherstellung: Grafik + Druck GmbH, München

ISBN 978-3-486-59910-7

Für meine Eltern

Herbert und Petra

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	xiii
I Einführung	1
I.1 Ein paar Beispiele	1
I.2 Interpretation von Schaubildern	3
I.3 Mathematische Beschreibung von Abhängigkeiten	7
I.4 Der Begriff der Funktion	7
I.5 Einteilung des Zahlenstrahls - Intervalle	10
II Lineare Funktionen	13
II.1 Die Streckenlänge im kartesischen Koordinatensystem	13
II.2 Der Mittelpunkt einer Strecke im kartesischen Koordinatensystem	15
II.3 Die Hauptform der Geradengleichung	18
II.4 Die gegenseitige Lage von Geraden	24
II.5 Über Schnittwinkel und orthogonale Geraden	27
II.5.1 Eine neue Möglichkeit, die Steigung zu berechnen	27
II.5.2 Zueinander orthogonale Geraden	29
II.5.3 Der Schnittwinkel zweier Geraden	32
III Quadratische Funktionen	37
III.1 Die Binomischen Formeln	37
III.1.1 Die 1. Binomische Formel	37
III.1.2 Die 2. Binomische Formel	38
III.1.3 Die 3. Binomische Formel	38
III.1.4 Der Weg zurück - Die Binomischen Formeln im Rückwärtsgang	39
III.2 Der Umgang mit quadratischen Funktionen	41
III.2.1 Die Mitternachtsformel (MNF)	41
III.2.2 Von der Scheitelform zur Normalform und wieder zurück - There and back again	44
III.2.3 Scheitelermittlung durch „Absenken“	48
III.3 Die Herleitung der Mitternachtsformel	51
III.4 Der Umgang mit Parabelscharen - Grundlagen Parameterfunktionen	56
III.5 Zusammenfassung des Unterkapitels über Parameterfunktionen	70
IV Grundlagen Potenzfunktionen	73

IV.1	Potenzfunktionen - Definition und ein paar Eigenschaften	73
IV.1.1	Parabeln n-ter Ordnung	73
IV.1.2	Hyperbeln n-ter Ordnung	76
IV.2	Die Potenzgesetze	79
IV.2.1	Warum Hochzahlen praktisch sind	79
IV.2.2	Das „nullte“ Potenzgesetz und noch eine Definition	80
IV.2.3	Das erste Potenzgesetz	81
IV.2.4	Das zweite Potenzgesetz	82
IV.2.5	Das dritte Potenzgesetz	82
IV.2.6	Das vierte Potenzgesetz	83
IV.2.7	Das fünfte Potenzgesetz	83
IV.2.8	Rationale Hochzahlen	85
IV.2.9	Rechnen ohne Klammern - Vorfahrtsregeln beim Rechnen	88
IV.3	Rechnen mit Wurzeln - Einfache Wurzelgleichungen	89
IV.4	Die Logarithmengesetze	93
V	Ganzrationale Funktionen - Eine Einführung	101
V.1	Definition und Grenzverhalten	101
V.2	Zur Symmetrie bei ganzrationalen Funktionen	105
V.3	Noch mehr Symmetrie - Symmetrie zu beliebigen Achsen und Punkten	106
V.4	Ganzrationale Funktionen und ihre Nullstellen	110
V.4.1	Warum die Polynomdivision funktioniert	110
V.4.2	Das Horner-Schema	112
V.4.3	Nullstellen und Substitution bei ganzrationalen Funktionen	116
V.5	Das Baukastenprinzip - Zusammengesetzte Funktionen	119
V.5.1	Addition und Subtraktion von Funktionen	120
V.5.2	Multiplikation und Division von Funktionen	123
V.6	Den Überblick behalten - Gebietseinteilungen vornehmen	126
V.7	Beträge von Zahlen/Funktionen und Betragsgleichungen	127
V.7.1	Vom Betrag einer Zahl und den zugehörigen Rechenregeln	127
V.7.2	Der Betrag einer Funktion oder Ebbe in den Quadranten Nummer III und IV	130
V.7.3	Die abschnittsweise definierte Funktion in Gleichungen - Jetzt wird's kritisch!	135
V.7.4	Betragsgleichungen	137
VI	Die vollständige Induktion und (ihre) Folgen	147
VI.1	Grundlagen	147
VI.1.1	Ein paar Spielregeln zu Beginn	147
VI.1.2	Darstellungsformen von Folgen	148
VI.1.3	Die Definition der Monotonie	149
VI.1.4	Der Nachweis der Monotonie	150
VI.1.5	Beschränktheit	150
VI.2	Der Grenzwert einer Folge	152

VI.2.1	Die Definition des Grenzwertes	152
VI.2.2	Zwei Sätze und ein paar Begriffe	153
VI.3	Die Grenzwertsätze	154
VI.3.1	Die 3 Grenzwertsätze	154
VI.3.2	Ein Beweis zu den Grenzwertsätzen	155
VI.3.3	Berechnung der Grenzwerte bei rekursiven Folgen	156
VI.4	Arithmetische und geometrische Folgen	157
VI.4.1	Arithmetische Folgen I - Ein paar Grundlagen	157
VI.4.2	Geometrische Folgen I - Ein paar Grundlagen	158
VI.5	Die vollständige Induktion - Ein mächtiges Beweisverfahren	161
VI.5.1	Arithmetische Folgen II - Die Summe der Folgenglieder	164
VI.5.2	Geometrische Folgen II - Die Summe der Folgenglieder	166
VI.5.3	Vollständige Induktion in Beispielen	168
VI.6	Ein Test alles Gelernten - Die Fibonacci-Zahlenfolge	176
VI.6.1	Einführung und historischer Abriss	177
VI.6.2	Die Fibonacci-Zahlenfolge - Grundlagen	178
VI.6.3	Die Kaninchen-Aufgabe	181
VI.6.4	Der Goldene Schnitt	183
VI.6.5	Die Herleitung der expliziten Formel	184
VII	Einführung in die Differentialrechnung	191
VII.1	Vom Differenzen- zum Differentialquotienten	191
VII.2	Die Ableitung einer Potenzfunktion und die Tangentengleichung	196
VII.2.1	Der Umgang mit Berührungspunkten	201
VII.3	Die Herleitungen der Ableitungsregeln	203
VII.3.1	Die Summenregel	203
VII.3.2	Die Faktorregel	205
VII.3.3	Die Produktregel	206
VII.3.4	Die Quotientenregel	208
VII.3.5	Die Kettenregel	211
VII.4	Wichtige Punkte eines Funktionsgraphen	214
VII.4.1	Extrempunkte	214
VII.4.2	Wendepunkte	229
VII.4.3	Neu und alt - Ableitung trifft Parameter	234
VII.5	Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Monotonie und die Wertetabelle	244
VII.5.1	Stetigkeit - Ohne Sprung ans Ziel	244
VII.5.2	Differenzierbarkeit - Knickfrei durch's Leben	247
VII.5.3	Monotonie - Wo geht's denn hin?	250
VII.5.4	Die Wertetabelle - Eine oft ignorierte Zeichenhilfe	255
VII.6	Die Kurvendiskussion - Gesamtübersicht mit Beispiel	256
VIII	Über das Lösen linearer Gleichungssysteme	261
VIII.1	LGS mit 2 Unbekannten und 2 Gleichungen	261
VIII.1.1	Das Gleichsetzungsverfahren	262

	VIII.1.2 Das Einsetzungsverfahren	263
	VIII.1.3 Das Additionsverfahren	264
	VIII.1.4 Der Umgang mit Parametern bei einem LGS	265
	VIII.2 LGS mit 3 und mehr Unbekannten	267
	VIII.2.1 Das Gaußsche Eliminationsverfahren	268
	VIII.2.2 Gibt es Lösungen - und wenn ja wie viele?	271
	VIII.3 LGS und Funktionen - Bestimmung ganzrationaler Funktionen	277
IX	Mit Brüchen muss man umgehen können - Gebrochenrationale Funktionen	289
	IX.1 Grundlagen - Umgang mit Bruchgleichungen und Brüchen	289
	IX.2 Definition der gebrochenrationalen Funktionen	297
	IX.3 Ein paar Besonderheiten - Definitionslücken und Asymptoten	297
	IX.4 Ableiten gebrochenrationaler Funktionen	308
X	Trigonometrische Funktionen	313
	X.1 Grundlagen und Ableitungsregeln	313
	X.1.1 Definition und Beispiele	313
	X.1.2 Vom Einheitskreis zur Funktion	315
	X.1.3 Das Bogenmaß	320
	X.1.4 Andere Winkel	321
	X.1.5 Der Sinussatz	323
	X.1.6 Der Kosinussatz	324
	X.1.7 Weitere Betrachtungen zum Einheitskreis	326
	X.1.8 Die Ableitungen der trigonometrischen Funktionen - Ein wenig Nostalgie bei der Herleitung	329
	X.2 Übersicht über die Eigenschaften der trigonometrischen Grundfunktionen	335
	X.3 Die Modifizierung trigonometrischer Funktionen (Sinus und Kosinus)	338
XI	Wachsen ist schön - Exponentialfunktionen	349
	XI.1 Grundlagen	349
	XI.2 Ableiten von Exponentialfunktionen	350
	XI.3 Wachstum	360
	XI.3.1 Lineares Wachstum	360
	XI.3.2 Exponentielles/Natürliches Wachstum	362
	XI.3.3 Beschränktes Wachstum	368
	XI.3.4 Logistisches Wachstum	369
	XI.4 Die Grenzen erfahren - Grenzwertuntersuchung mit L'Hospital	372
XII	Die Ableitung der Umkehrfunktion	377
	XII.1 Was ist eine Umkehrfunktion? - Grundlagen und Begriffe	377
	XII.2 Ableiten von Umkehrfunktionen	384
	XII.2.1 Implizites Differenzieren	384
	XII.2.2 Ableiten von Umkehrfunktionen mit der Kettenregel	386

XIII Integralrechnung	389
XIII.1 Schritt für Schritt zum Ziel - Ober- und Untersumme	389
XIII.1.1 Ober- und Untersumme	389
XIII.2 Was haben Stammfunktionen und Integralfunktionen gemeinsam? . . .	397
XIII.3 Übersicht zu wichtigen Stammfunktionen	401
XIII.3.1 Aufleiten mittels der linearen Substitution	404
XIII.3.2 Etwas Interessantes - Die Produktintegration	405
XIII.3.3 Ein praktischer Satz - Über das Aufleiten von Brüchen	407
XIII.4 Flächenberechnung - Worauf man achten sollte	409
XIII.5 Einmal rundherum - Berechnung von Rotationsvolumen	417
XIV Beweise mit Vektoren führen	423
XIV.1 Der Vektor in der analytischen Geometrie	423
XIV.2 Linear abhängig und unabhängig	425
XIV.3 Das Prinzip des geschlossenen Vektorzuges	426
XIV.3.1 Ein Beispiel: Teilverhältnis der Seitenhalbierenden im Dreieck	427
XIV.4 Ein erstes Produkt für Vektoren: Das Skalarprodukt	429
XIV.4.1 Von Vektoren und ihren Beträgen	430
XIV.4.2 Das Skalarprodukt: Die Definition und ihre Konsequenzen . .	435
XIV.4.3 Was man vom Skalarprodukt zum Beweisen benötigt	438
XIV.4.4 Ein Beispiel: Der Satz des Thales	439
XIV.5 Eine Aufgabe zur Vertiefung	440
XV Rechnen im Raum - Analytische Geometrie	445
XV.1 Noch ein Produkt für Vektoren: Das Kreuzprodukt	445
XV.2 Geraden und Vektoren	451
XV.3 Ebenen	453
XV.3.1 Die Koordinatenform	454
XV.3.2 Die Normalenform	457
XV.3.3 Umwandeln von Ebenen	459
XV.4 Lagebeziehungen	463
XV.4.1 Gegenseitige Lagen von Geraden	463
XV.4.2 Gegenseitige Lagen von Ebenen	465
XV.4.3 Gegenseitige Lagen von Ebene und Gerade	470
XV.5 Abstände	470
XV.5.1 Der Abstand zweier Punkte	471
XV.5.2 Die Hessesche Normalenform - Abstandsbestimmungen bei Ebe- nen	471
XV.5.3 Abstände, die uns noch fehlen	475
XV.6 Ein kurzes Wort über Schnittwinkel	479
XV.7 Ein kugelrunder Abschluss	481
XVI Wenn's nicht direkt geht - Ein wenig Numerik	491
XVI.1 Für Nullstellen - Das Newton-Verfahren	491

XVI.1.1	Wann Newton nicht funktioniert	494
XVI.1.2	Übersicht mit Beispiel	494
XVI.2	Für Flächen - Die Keplersche Fassregel	495
XVI.2.1	Sehnentrapeze	496
XVI.2.2	Tangententrapeze	497
XVI.3	Wo Kepler aufhört fängt Simpson an - Die Simpson-Regel	498
A	Die Strahlensätze	501
A.1	Einführende Betrachtungen	501
A.2	Der 1. Strahlensatz	502
A.3	Der 2. Strahlensatz	503
A.4	„Kurzversion“ des 1. Strahlensatzes	504
B	Ungleich geht die Welt zu Grunde - Ein paar Infos über Ungleichungen	509
B.1	Ganz elementare Regeln	509
B.2	Beispiele statt allgemeine Hudelei	510
C	Das Pascalsche Dreieck	513
C.1	Worum es geht	513
C.2	Zum Aufstellen des Dreiecks	514
C.3	Warum das Schema funktioniert	516
	Weiterführende Literatur	519
	Stichwortverzeichnis	520

Vorwort

Über Brückenkurse

Ein Brückenkurs leistet viel: Er wiederholt kompakt den Stoff der Mittel- und Oberstufe, da Studienanfänger hier regelmäßig kleinere oder größere Lücken haben, und greift auf den relevanten weiterführenden Mathematikstoff der Vorlesungen vor. In der Konsequenz hilft er dabei, Studienanfängern den Schock zu ersparen, der viele beim Anwenden der Mathematik als unverzichtbares Werkzeug im wirtschafts- und naturwissenschaftlichen Studium ereilt.

Einsatzmöglichkeiten und Aufbau dieses Buches

Genau hier setzt dieses Buch an: Es bereitet mit klarem Blick auf das im Studium Notwendige vor, wiederholt und vermittelt Neues. Zahlreiche Beispiele veranschaulichen den Stoff. Durch eine Vielzahl von Übungen kann das Gelernte zudem gefestigt werden. Grau unterlegte Boxen heben darüber hinaus das Wichtigste hervor. Dabei gilt es folgende Randnotizen zu unterscheiden:

D Eine Definition oder ein grundlegender Satz

F Eine wichtige Formel

A Eine Anmerkung oder ein Tipp

M Sollte man sich merken

! oder **?** Feststellung oder Frage

Natürlich könnten wir einige Boxen dabei mit mehr als einem Buchstaben versehen. Wichtig sind sie aber alle und das Verständnis dieser Boxen kann als Grundvokabular für ein Weitergehen in der Mathematik angesehen werden.

Das sollten Sie sich generell merken: Auch in der Mathematik muss ein gewisser „Grundwortschatz“ beherrscht werden, sonst können Sie es vergessen, in dieser Sprache zu spre-

chen. Sie kommen ja auch nicht auf die Idee, in einer fremden Sprache ohne Vokabeln und Grammatik kommunizieren zu wollen.

Das Buch ist in 16 Kapitel und drei Anhänge unterteilt. Ein Großteil nimmt die Behandlung von Funktionen (die Analysis) ein. Als Finale sind für diesen Teil die Kapitel über Umkehrfunktionen und Integralrechnung zu sehen. Die Vektorgeometrie beschränkt sich auf zwei große Kapitel: Eines für Beweise, das andere für konkrete Rechnungen im Raum. Ein kleines Kapitel über zwei einfache numerische Verfahren schließt das Buch ab, um einen kleinen Vorgeschmack auf die Numerik zu vermitteln. Die Anhänge beschäftigen sich mit sehr elementaren Themen, die kein ganzes Kapitel gefüllt hätten.

Internet(t)

Zu diesem Buch werden Zusatzmaterialien online angeboten. Unter **www.oldenbourg-wissenschaftsverlag.de** den Titel *Mathematik im Studium* aufrufen und die angebotenen Zusatzmaterialien herunterladen.

Errata

Natürlich waren wir bemüht, bei der Entstehung dieses Buches Fehler zu vermeiden. Falls es doch welche gibt (und das ist trotz aller Bemühungen und Mühen sicher), bitten wir dies zu entschuldigen und hoffen, dass der Fehlerfinder diese dem Autor per Mail mitteilt (**wiso@oldenbourg.de**) und so zur Verbesserung des Werkes beiträgt.

Dank

Bei der Entstehung eines solchen Buches gibt es vielen Leute zu danken. Ich möchte hier die wichtigsten Menschen erwähnen und vergesse dabei hoffentlich niemanden:

- Zu allererst danke ich meiner Familie, als da wären meine Eltern, denen dieses Buch gewidmet ist, meine beiden Schwestern Kerstin und Svenja und meine Désirée, für Ihr Vertrauen in mich, ihre Liebe und ihre immer währende Unterstützung. Ohne sie (und das ist sicher) gäbe es dieses Buch nicht.
- Weiterer Dank gilt Herrn Studiendirektor i.R. Klaus Hewig, der mir die interessanten Seiten der Mathematik gezeigt und mich gefördert hat. Gäbe es mehr Lehrer von seiner Sorte, so könnten wir uns Brückenkurse sparen.
- Ich bedanke mich auch bei Herrn Dr. Holger Cartarius, der den Stein ins Rollen brachte.
- Des Weiteren danke ich dem Oldenbourg-Verlag und hier ganz besonders Herrn Rainer Berger für die stets kooperative und angenehme Zusammenarbeit.

- Nicht zuletzt gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. Hans-Joachim Elzmann und Herrn Prof. Dr. Dirk Reichardt, die es mir ermöglichten, dieses Buch zu schreiben und die mich in meinem Vorhaben stets bestärkten.

Jetzt bleibt mir nur noch, jedem Leser viel Freude mit diesem Buch zu wünschen. Möge es seinen Zweck erfüllen und Ihnen einen erfolgreichen Start in Ihr Studium ermöglichen.

Merklingen, im Sommer 2010

Jan Peter Gehrke

I Einführung

Wir beginnen unseren Weg hin zu unserem angestrebten Ziel, der Aufarbeitung der für den Beginn eines Studiums relevanten Mathematik, mit ein paar einfachen Beispielen, die uns verdeutlichen sollen, welchen Problemen wir uns u.a. zu stellen haben. Die vollständige Lösung der in den folgenden Beispielen angesprochenen Aufgaben ist dem Leser allerdings erst später, nach der Lektüre der entsprechenden Kapitel (u.a. Kapitel VII), möglich und zwar dann, wenn die benötigten mathematischen Hilfsmittel erarbeitet wurden.

I.1 Ein paar Beispiele

Beispiel 1 - Die Suche nach dem größten Schächtelchen

Gegeben ist ein quadratisches Stück Papier mit der Seitenlänge $a = 20$ cm.



Abbildung I.1.1: Ein quadratisches Blatt Papier.

Nun soll das Papier auf folgende Weise zurechtgeschnitten und gefaltet werden:

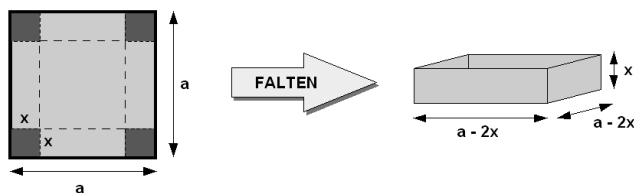


Abbildung I.1.2: Das zurechtgeschnittene Blatt Papier und die daraus faltbare Schachtel mit dem Volumen $V(x) = (a - 2x)^2 \cdot x$.

Das x ist hier derart zu wählen, dass das Volumen der entstehenden Schachtel maximal, also möglichst groß, wird. Es stellt sich für uns dabei die Frage:

?

Für welches x wird das Volumen V des Schächtelchens maximal?

Eine erste Abschätzung der „besten Wahl von x “ kann an Hand einer Tabelle erfolgen:

Versuch	x	Volumen $V = (20 - 2x)^2 \cdot x$
1	1 cm	324 cm ³
2	2 cm	512 cm ³
3	3 cm	588 cm ³
4	4 cm	576 cm ³
usw.

Tabelle I.1.1: Schächtelchenvolumen für verschiedene x .

Es sieht so aus, dass für $x = 3$ cm das maximale Volumen erreicht wird. Aber ist dem wirklich so?

Beispiel 2 - Die optimale Einzäunung

Es sind 100 Meter Maschendrahtzaun gegeben. Wir sollen hiermit ein rechteckiges Gebiet so einzäunen, dass der Flächeninhalt des entstehenden Gatters maximal wird.

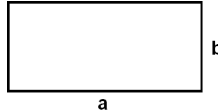


Abbildung I.1.3: Der Zaun mit dem Umfang $U = 2a + 2b = 100$ Meter. Wir wählen a und bestimmen damit b . Der Flächeninhalt ist $A = a \cdot b$.

Nun können wir (wie in Beispiel 1) erneut eine Tabelle aufstellen und mittels dieser abschätzen, für welche Wahl der Seitenlängen der Flächeninhalt am größten wird. Wir beachten vor dem Aufstellen der Tabelle, dass

$$U = 2a + 2b = 100 \Leftrightarrow a + b = 50 \Leftrightarrow b = 50 - a$$

ist. Wir geben also nur eine der beiden Seitenlängen vor und die andere ergibt sich sofort aus der Bedingung, dass wir 100 Meter Maschendrahtzaun zu verbrauchen haben. Dies ist also allen Möglichkeiten gemeinsam, dass sie alle den gleichen Umfang haben. Dies sei aber nur eine Bemerkung am Rande. Stellen wir nun unsere Tabelle auf (siehe Tabelle I.1.2).

Versuch	a	b = 50 - a	Fläche A = a · b	Umfang U = 2a + 2b
1	5 m	45 m	225 m ²	100 m
2	10 m	40 m	400 m ²	100 m
3	15 m	35 m	525 m ²	100 m
4	20 m	30 m	600 m ²	100 m
5	25 m	25 m	625 m ²	100 m
6	30 m	20 m	600 m ²	100 m
usw.

Tabelle I.1.2: Fläche und Umfang des eingezäunten Gebiets für verschiedene Seitenlängen.

In diesem Beispiel scheint der größte Flächeninhalt für $a = b = 25$ m angenommen zu werden. Dies ist in der Tat das tatsächliche Maximum aller Flächeninhalte bei diesem Problem. Die Begründung hierfür kann mit dem Wissen aus Kapitel VII gegeben werden, aber auch schon mit Hilfe der quadratischen Funktionen aus Kapitel III ist die Angabe des Maximums (in diesem Fall) zweifelsfrei möglich. Vielleicht bemerken wir schon jetzt, dass in beiden Beispielen nur ein gewisser Zahlenbereich für die gesuchten Größen sinnvoll ist. Diese Feststellung bringt uns viel später zur sog. Untersuchung der Randwerte.

Aus den beiden Beispielen ist zu ersehen, welcher Problematik wir uns zu stellen haben: In beiden Fällen versuchten wir, einen größtmöglichen Wert für eine bestimmte Größe bei der Lösung des Problems zu erhalten. Diese Größe hing von anderen Größen ab, welche wir frei wählen konnten. Je nach Wahl veränderte sich die zu maximierende Größe. Die mit den Tabellen gefundenen Werte haben wir uns im Hinterkopf vermerkt. Doch sind die so gefundenen Werte wirklich die allerbesten? Können wir das noch genauer untersuchen? Diese Fragen müssen wir zum jetzigen Zeitpunkt leider hinten anstellen, denn ihre Beantwortung muss bis Kapitel VII warten. Dort werden wir das Bestreben, den größtmöglichen Wert zu finden, als Suche nach den Extrema einer Funktion wieder aufgreifen.

I.2 Interpretation von Schaubildern

Auch in diesem Unterkapitel wollen wir anhand zweier Beispiele, die selber gerechnet werden können und sollen, einen weiteren Schritt auf unserem langen Weg tun.

Bisher haben wir voneinander abhängige Werte zur besseren Übersicht in Tabellen eingetragen (Unterkapitel I.1). Zwei voneinander abhängige Größen lassen sich jedoch zumeist in einem Schaubild sehr gut grafisch darstellen und veranschaulichen.

Aus Schaubildern können wir Werte schneller ablesen und auch einfacher Überlegungen anstellen, wie der weitere Verlauf aussehen könnte bzw. der zu sehende Verlauf zu interpretieren ist. Im Folgenden wollen wir uns in der Interpretation von Schaubildern üben und uns an den Umgang mit ihnen gewöhnen, da sie in Zukunft eine wichtige Rolle spielen werden.