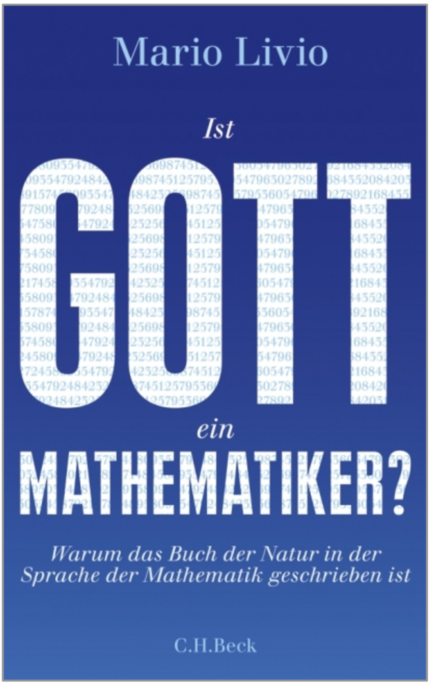
C.H.BECK
www.chbeck.de

Unverkäufliche Leseprobe



Mario Livio
Ist Gott ein Mathematiker?
Warum das Buch der Natur in der
Sprache der Mathematik geschrieben ist

366 Seiten, Gebunden
ISBN: 978-3-406-60595-6

Kapitel 1

EIN MYSTERIUM

Vor einigen Jahren hatte ich eine Vorlesung an der Cornell University zu halten. Auf einer meiner PowerPoint-Folien prangte die Frage: «Ist Gott ein Mathematiker?» Kaum erschien sie auf der Leinwand, hörte ich einen Studenten in der ersten Reihe nach Luft schnappen: «Gott, ich hoffe nicht!»

Nun sollte meine rhetorische Frage aber weder meinen Zuhörern eine philosophische Definition von Gott aufnötigen, noch hatte ich vor, auf hinterhältige Weise Leute zu düpieren, die sich vor der Mathematik fürchten. Ich wollte lediglich die Sprache auf ein Mysterium bringen, das die Jahrhunderte hindurch einige der hellsten Köpfe beschäftigt hat – die offenkundige Allgegenwart und Allmacht der Mathematik. Beides sind Eigenschaften, die man in aller Regel mit einer Gottheit assoziiert, wie der britische Physiker James Jeans (1877–1946) einst sinnierte: «Das Universum scheint von einem Vollblutmathematiker entworfen.» Nicht nur zur Beschreibung und Erklärung des Kosmos im Großen, sondern auch im Zusammenhang mit den chaotischsten Unterfangen des Menschen scheint die Mathematik in beinahe übernatürlicher Weise tauglich zu sein.

Ob nun Physiker darangehen, Theorien des Universums zu formulieren, Marktanalysten sich den Kopf darüber zerbrechen, wann der nächste Börsenkrach zu erwarten ist, Neurobiologen Modelle für die Funktion von Gehirn und Nervensystem entwerfen oder Statistiker des militärischen Geheimdienstes Betriebsmittelzuweisungen zu optimieren versuchen – sie alle bedienen sich der Mathematik. Damit nicht genug, bedienen sie sich, auch wenn sie Formeln und Gesetze anwenden, die in verschiedenen Zweigen der Mathematik entwickelt wurden, doch alle derselben, auf der ganzen Welt einheitlichen Mathematik. Was ist es, das der Mathematik solch unglaubliche Macht verleiht? Oder, wie Einstein sich einst fragte: «Wie ist es möglich, dass die Mathematik, die doch ein *von aller Erfahrung unabhängiges* [die Kursivierung ist von mir] Produkt des menschlichen Denkens ist, auf die Gegenstände der Welt so vortrefflich passt?»

Derlei andächtiges Staunen ist nicht neu. Einige der Philosophen des antiken Griechenlands – allen voran Pythagoras und Platon – waren bereits voller Ehrfurcht für die der Mathematik augenscheinlich innewohnende Fähigkeit, das Universum nach ihren Regeln zu formen und zu lenken, obwohl sie offenbar jenseits aller menschlichen Macht, sie zu ändern, zu bestimmen oder zu beeinflussen, existiert. Der politische Philosoph Thomas Hobbes (1588–1679) aus England konnte seine Bewunderung ebenfalls nicht verbergen. In seinem *Leviathan*, Hobbes' ungemein eindrucksvollem Werk über das, was er als Grundlagen einer Gesellschaft und ihrer Regierung betrachtet, führt er die Geometrie als Lehrbeispiel für rationales Argumentieren an:

> Weil nur die Wahrheit in der richtigen Zusammensetzung der Worte, womit wir etwas bejahen wollen, besteht, so muß der Wahrheitsfreund sich der Bedeutung seiner jeweiligen Worte bewusst sein und sie regelmäßig ordnen; sonst wird er sich ebenso verwickeln wie ein Vogel, der sich auf der Leimrute desto fester anklebt, je emsiger er sich davon losmachen will. Deshalb macht man in der Geometrie, die vielleicht die einzige gründliche Wissenschaft ist, den Anfang des Unterrichts damit, daß man die Bedeutung der dabei zu gebrauchenden Wörter genau bestimmt, das heißt mit anderen Worten: man schickt eine Definition voran.

Jahrtausende hochkarätiger mathematischer Forschungen und gelehrter philosophischer Spekulationen haben relativ wenig Licht in die rätselhafte allumfassende Erklärungsmacht von Mathematik zu bringen vermocht. Das Geheimnis ist eher noch ein Stück undurchdringlicher geworden. Der renommierte Mathematiker und Physiker Roger Penrose aus Oxford beispielsweise sieht darin inzwischen nicht mehr nur ein einfaches, sondern vielmehr ein dreifaches Mysterium. Penrose unterscheidet drei verschiedene «Welten»: die Welt unserer bewussten Wahrnehmung, die physikalische Welt und eine platonische Welt der mathematischen Formen. Die erste Welt ist die Heimat all unserer mentalen Bilder – wie wir die Gesichter unserer Kinder wahrnehmen, einen atemberaubenden Sonnenuntergang empfinden oder auf die entsetzlichen Bilder eines Krieges reagieren. Dies ist auch die Welt, in der Liebe, Eifersucht und Vorurteile ihren Sitz haben, ebenso unsere Wahrnehmung von Musik, des Geruchs von Essen und von Angst. Die zweite Welt ist jene, die wir normalerweise als physikalische Realität betrachten. Real vorhandene Blumen, Aspirin-Tabletten, weiße Wolken und Düsenflugzeuge haben ihren Platz in dieser Welt, dazu Galaxien, Planeten, Atome, Pavianherzen und menschliche Gehirne. Die platonische Welt der mathematischen Formen, die nach Penrose eine eigene, der physikalischen und mentalen Welt vergleichbare Realität besitzt, ist das Mutterland der Mathematik. Sie ist der Ort, an dem Sie die natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4, … antreffen, dazu all die Formen und Lehrsätze der euklidischen Geometrie, Newtons Bewegungsgesetze, die String- und die Katastrophentheorie sowie mathematische Modelle zur Beschreibung des Aktienmarktverhaltens. Und nun, so Penrose, kommen die drei Mysterien: Erstens: Die physikalische Welt scheint Gesetzen zu gehorchen, die eigentlich in der Welt der mathematischen Formen beheimatet sind. Das deckt sich mit dem, was schon Einstein so erstaunt hatte. Der Nobelpreisträger für Physik Eugene Wigner (1902–1995) war darüber nicht minder verblüfft:

> Dass die mathematische Sprache in so wunderbarer Weise zur Formulierung von Gesetzen der Physik taugt, ist ein wunderbares Geschenk, das wir weder verstehen noch verdienen. Wir sollten dankbar dafür sein und hoffen, dass es uns auch für künftige Forschungen erhalten bleibt und dass es sich – auf Gedeih und Verderb, zu unserer Freude, ja, vielleicht auch zu unserem Erstaunen – auf viele Zweige des Lernens ausweiten wird.

Zweitens, das wahrnehmende Ich selbst – unser Geist, Sitz unserer bewussten Wahrnehmungen – hat es irgendwie fertiggebracht, der physikalischen Welt zu entfliehen. Wie entstand der *Geist* wirklich aus *Materie*? Ob wir je in der Lage sein werden, eine Theorie der Funktionsweise von Bewusstsein zu entwickeln, die so schlüssig und überzeugend ist wie, sagen wir, unsere gegenwärtige Theorie des Elektromagnetismus? Am Ende schließt sich der Kreis auf wundersame Weise, denn das wahrnehmende Bewusstsein ist aus geheimnisvollen Gründen imstande, Zugang zur mathematischen Welt zu erlangen, indem es einen Schatz an abstrakten mathematischen Formen und Konzepten entdeckt oder schafft und formuliert.

Penrose bietet für keines der drei Mysterien eine Erklärung, sondern stellt vielmehr lakonisch fest: «Es besteht kein Zweifel, dass es nicht drei Welten gibt, sondern nur *eine*, deren wahrhafte Beschaffenheit wir jedoch zum gegenwärtigen Zeitpunkt nicht einmal erahnen können.» Ein Zugeständnis übrigens, das von deutlich mehr Bescheidenheit zeugt als die Antwort des Lehrers in Alan Bennetts Theaterstück *Forty Years On* auf eine ziemlich ähnliche Frage:

> Foster: Ich habe immer noch eine etwas vage Vorstellung von der Dreifaltigkeit.
> Lehrer: Drei in eins, eins in drei, ganz einfach. Wenn Sie irgendwelche Probleme damit haben, fragen Sie Ihren Mathelehrer.

Das Rätsel ist sogar noch ein bisschen vertrackter, als ich es eben dargestellt habe. Der große Erfolg der Mathematik bei der Erklärung der Welt um uns herum (ein Erfolg, den Wigner als geradezu «unbegreifliche Effizienz oder Erklärungsmacht der Mathematik» bezeichnet hatte) hat genau genommen zwei Seiten, eine erstaunlicher als die andere. Zuerst ist da ein Aspekt, den man als «den aktiven» bezeichnen könnte. Wenn Physiker durch das schummrige Labyrinth der Natur streifen, leuchten sie ihren Weg mit Hilfe der Mathematik aus – die Instrumente, die sie entwickeln und verwenden, die Modelle, die sie konstruieren, und die Erklärungen, die sie ersinnen, sie alle sind ihrem Wesen nach mathematischer Natur. Das ist offenkundig bereits ein Wunder für sich. Newton betrachtete einen fallenden Apfel, den Mond und die Gezeiten am Strand (bei denen ich mir übrigens nicht ganz sicher bin, dass er sie überhaupt zu sehen bekommen hat!) – keine Spur von mathematischen Gleichungen –, und trotzdem war er irgendwie imstande, aus all diesen natürlichen Phänomenen klare, schlüssige und unglaublich genaue mathematische Gesetze für das

Wirken der Natur herzuleiten. Ganz ähnlich brauchte der schottische Physiker James Clark Maxwell (1831–1879) nur vier mathematische Gleichungen, als er das System der klassischen Physik auf *alle* in den Sechzigerjahren des 19. Jahrhunderts bekannten elektrischen und magnetischen Phänomene ausweitete. Lassen Sie sich das einen Augenblick lang auf der Zunge zergehen. Die Erklärung einer langen Reihe von Versuchsergebnissen zu Licht und Elektromagnetismus, die zu beschreiben zuvor Bände in Anspruch genommen hatte, wurde auf vier prägnante Formeln reduziert. Einsteins allgemeine Relativitätstheorie ist, was das betrifft, sogar noch erstaunlicher – sie ist das perfekte Beispiel für eine außerordentlich präzise, in sich stimmige mathematische Theorie für etwas so Fundamentales wie die Struktur von Raum und Zeit.

Aber es gibt, was die aberwitzige Tauglichkeit der Mathematik anbelangt, auch eine «passive» Seite, und diese ist derart überraschend, dass der «aktive» Aspekt im Vergleich dazu schier verblasst. Von Mathematikern zu reinem Selbstzweck – ohne irgendwelche Anwendungen im Hinterkopf – ersonnenen Prinzipien und Zusammenhänge erwiesen sich Jahrzehnte (in manchen Fällen Jahrhunderte) später völlig unerwartet als Lösung für Probleme der physikalischen Realität! Wie ist das möglich? Betrachten wir zum Beispiel den recht amüsanten Fall des exzentrischen britischen Mathematikers Godfrey Harold Hardy (1877–1947). Hardy war derart stolz auf die Tatsache, dass seine Arbeit nichts weiter sei als reine, absolut zweckfreie Mathematik, dass er mit großem Nachdruck erklärte: «Keine Entdeckung von mir hat, direkt oder indirekt, zum Guten oder Schlechten, das allgemeine Wohlbefinden der Welt auch nur in geringster Weise beeinflusst oder wird dies vermutlich jemals tun!» Stellen Sie sich vor: Er hatte unrecht! Eine seiner Arbeiten feierte Auferstehung im Hardy-Weinberg-Gesetz (benannt nach Hardy selbst sowie dem deutschen Arzt Wilhelm Weinberg [1862–1937]), einem fundamentalen Prinzip, mit dessen Hilfe Genetiker die Evolution von Populationen untersuchen. Einfach ausgedrückt, besagt das Hardy-Weinberg-Gesetz, dass in einer hinreichend großen Population, in der sich alle Angehörigen nach dem Zufallsprinzip paaren können (und in der Migration, Mutation und Selektion nicht stattfinden), die genetische

Beschaffenheit der Population von einer Generation zur nächsten unverändert bleibt. Sogar Hardys vermeintlich so abstrakte Arbeit zur Zahlentheorie – die Untersuchung der Eigenschaften natürlicher Zahlen – fand unerwartet praktische Anwendung. Im Jahr 1973 gelang dem britischen Mathematiker Clifford Cocks unter Anwendung der Zahlentheorie ein Durchbruch in der Kryptographie – der Entwicklung von Codes und Verschlüsselungen. Cocks Entdeckung machte ein weiteres Statement von Hardy hinfällig. In seinem 1940 erschienenen, berühmt gewordenen Buch *A Mathematician's Apology* («Verteidigungsschrift eines Mathematikers») verkündete Hardy: «Niemand hat bislang einen kriegstauglichen Zweck für die Zahlentheorie auftun können.» Ohne Zweifel irrte Hardy auch hier. Codes sind für die militärische Kommunikation absolut unerlässlich. Selbst Hardy also, einer der schärfsten Kritiker der angewandten Mathematik, wurde in die Formulierung nützlicher mathematischer Theorien «hineingezogen» (hätte er noch gelebt, hätte er sich vermutlich mit Händen und Füßen dagegen gewehrt).

Aber das ist lediglich die Spitze des Eisbergs. Kepler und Newton entdeckten, dass die Planeten unseres Sonnensystems sich auf Umlaufbahnen bewegen, die die Form von Ellipsen haben – dieselben Kurven hatte der griechische Mathematiker Menaichmos (etwa 350 v. Chr.) zwei Jahrtausende zuvor bereits beschrieben. Die neue Art von Geometrie, wie sie Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826–1866) im Jahr 1854 in einem berühmt gewordenen Habilitationsvortrag dargelegt hat, erwies sich als genau das Instrumentarium, das Einstein brauchte, um die Beschaffenheit des Kosmos zu erklären. Eine mathematische «Sprache» namens Gruppentheorie, von dem jungen Talent Évariste Galois (1811–1832) eigentlich nur zu dem Zweck entwickelt, die Lösbarkeit algebraischer Gleichungen zu untersuchen, ist heute zu einer Sprache geworden, die von Physikern, Ingenieuren, Linguisten und sogar Anthropologen verwendet wird, um die Symmetrien der Welt zu beschreiben. Darüber hinaus hat die Entdeckung mathematischer Symmetriemuster in gewissem Sinne den gesamten wissenschaftlichen Prozess auf den Kopf gestellt. Jahrhunderte hindurch hatte der Weg zum Verständnis kosmischen Wirkens mit dem Sammeln von Fakten begonnen, die aus Experimenten und

Beobachtungen stammten. Daraus bemühten sich die Wissenschaftler dann durch Versuch und Irrtum allgemeine Naturgesetze herzuleiten. Der Erkenntnisprozess begann mit Beobachtungen vor Ort, dann wurde Puzzleteilchen um Puzzleteilchen zusammengesetzt. Mit der im 20. Jahrhundert gewonnenen Erkenntnis, dass die Strukturen der subatomaren Welt wohldefinierten mathematischen Korrelationen gehorchen, begannen die modernen Physiker genau den umgekehrten Weg zu gehen. Sie stellten die mathematischen Symmetrieprinzipien an den Anfang unter der Annahme, dass die Naturgesetze und damit auch alle Bausteine von Materie bestimmten Mustern folgen müssten, und leiteten aus dieser Forderung allgemeine Gesetze her. Woher weiß die Natur, dass sie diesen abstrakten mathematischen Symmetrien zu gehorchen hat?

Im Jahr 1975 spielte Mitch Feigenbaum, ein junger mathematischer Physiker am Los Alamos National Laboratory, mit seinem Taschenrechner (Marke HP-65). Er untersuchte das Verhalten einer einfachen Gleichung. Dabei fiel ihm auf, dass sich das Ergebnis einer Rechenfolge, die sich bei seinen Betrachtungen immer wieder ergab, einer bestimmten Zahl mehr und mehr annäherte: 4,669… Zu seinem Erstaunen tauchte, wenn er andere, ähnlich strukturierte Gleichungen untersuchte, exakt diese Zahl wieder auf. Auch wenn er keine Erklärung dafür hatte, zog Feigenbaum daraus prompt den Schluss, dass diese Zahl eine Universalie darstellen müsse, die irgendwie den Übergang von Ordnung zu Chaos beschreibt. Es verwundert nicht, dass die physikalische Forschergemeinde darauf zunächst einigermaßen skeptisch reagierte. Warum schließlich sollte ein und dieselbe Zahl das Verhalten von offenkundig höchst unterschiedlichen Systemen beschreiben? Nach sechsmonatiger Begutachtung durch Angehörige der Fachwelt wurde Feigenbaums erster Artikel zu diesem Thema abgelehnt. Nur wenig später hat sich allerdings in Experimenten herausgestellt, dass flüssiges Helium, das von unten erhitzt wird, sich genau in der von Feigenbaums Universallösung vorhergesagten Weise verhält. Und das war nicht das einzige System, das diesem Muster gehorchte. Feigenbaums magische Zahl tauchte bei jedem Übergang vom geregelten Fluss einer Flüssigkeit zur Turbulenz auf, sogar bei Wasser, das aus einem Hahn tropft.

Die Liste solcher Gelegenheiten, bei denen Mathematiker die Bedürfnisse künftiger Generationen auf den verschiedensten wissenschaftlichen Disziplinen sozusagen «vorwegnahmen», ließe sich beliebig fortführen. Eines der faszinierendsten Beispiele für das geheimnisvolle und sehr oft völlig unerwartete Wechselspiel zwischen der Mathematik und der realen physikalischen Welt bietet die Geschichte der *Knotentheorie* – der mathematischen Betrachtung von Knoten. Ein mathematischer Knoten ähnelt einem ganz normalen Knoten in einer Schnur, bei der die Schnurenden nahtlos ineinander übergehen. Das heißt, der mathematische Knoten ist eine geschlossene Kurve ohne lose Enden. Seltsamerweise leitete sich der Hauptbeweggrund für die Entwicklung der mathematischen Knotentheorie aus einem inkorrekten Atommodell her, das im 19. Jahrhundert aufgestellt wurde. Nachdem man das Modell – nur zwei Jahrzehnte nachdem es ersonnen worden war – aufgegeben hatte, entwickelte sich die Knotentheorie zu einem relativ orchideenhaften Zweig der reinen Mathematik weiter. Erstaunlicherweise fand dieses abstrakte Unterfangen plötzlich breite Anwendung in der modernen Wissenschaft – auf Gebieten wie der Molekularstruktur von DNA bis hin zur Stringtheorie, dem Versuch, die subatomare Welt mit der Gravitationstheorie zu versöhnen. Ich werde auf diese bemerkenswerte Angelegenheit in Kapitel 8 zurückkommen, denn sie illustriert vielleicht am eindrücklichsten, wie sich aus dem Versuch, die physikalische Realität zu erklären, neue Zweige der Mathematik ergeben können und wie diese sich dann in den abstrakten Sphären der Mathematik zu verlieren scheinen, nur um schließlich völlig unerwartet zu ihren Ursprüngen zurückzukehren.

[…]