

# Inhaltsverzeichnis

Glossar mit Aufgaben zur Wiederholung . . . . .	9
---	---

<b>1 Von Daten zu Funktionen . . . . .</b>	21
<b>1.1 Aufbereitung und Darstellung statistischer Daten . . . . .</b>	22
1.1.1 Absolute und relative Häufigkeiten . . . . .	23
1.1.2 Graphische Darstellungen . . . . .	24
Übungen . . . . .	29
<b>1.2 Maßzahlen zur Beschreibung statistischer Daten . . . . .</b>	30
1.2.1 Lagemaße . . . . .	30
1.2.2 Streuungsmaße . . . . .	34
1.2.3 Boxplot . . . . .	37
Übungen . . . . .	40
<b>1.3 Lineare Regression und Korrelation . . . . .</b>	42
1.3.1 Regressionsgerade . . . . .	42
1.3.2 Korrelationskoeffizient . . . . .	46
Übungen . . . . .	49
<b>1.4 Funktionen . . . . .</b>	50
Übungen . . . . .	53
<b>2 Reelle Funktionen . . . . .</b>	55
<b>2.1 Lineare Funktionen . . . . .</b>	56
Übungen . . . . .	67
<b>2.2 Quadratische Funktionen . . . . .</b>	73
Übungen . . . . .	93
<b>2.3 Ganzrationale Funktionen . . . . .</b>	98
Übungen . . . . .	116
<b>2.4 Gebrochen-rationale Funktionen . . . . .</b>	118
2.4.1 Exemplarische Untersuchung einer gebrochen-rationalen Funktion . . . . .	131
2.4.2 Volkswirtschaftliche Anwendungen . . . . .	134
Übungen . . . . .	139
<b>2.5 Exponential- und Logarithmusfunktionen . . . . .</b>	143
2.5.1 Exponentielfunktionen und Wachstumsprozesse . . . . .	143
2.5.2 Logarithmen und Logarithmusfunktionen . . . . .	153
2.5.3 Wachstumsprozesse in der Finanzmathematik . . . . .	157
Übungen . . . . .	162
<b>2.6 Verkettung von Funktionen . . . . .</b>	169
Übungen . . . . .	172
<b>2.7 Umkehrfunktionen . . . . .</b>	173
Übungen . . . . .	178
<b>2.8 Trigonometrische Funktionen . . . . .</b>	179
Übungen . . . . .	187

## Inhaltsverzeichnis

<b>3</b>	<b>Einführung in die Differentialrechnung</b>	189
3.1	<b>Stetigkeit von reellen Funktionen</b>	190
	Übungen.	194
3.2	<b>Änderungsverhalten reeller Funktionen</b>	196
3.2.1	Steigung einer Funktion an einer Stelle	196
3.2.2	Anwendungen aus Ökonomie und Technik	200
	Übungen.	204
3.3	<b>Ableitungsfunktion und Differenzierbarkeit</b>	205
3.3.1	Ableitung und Differenzierbarkeit an einer Stelle	205
3.2.2	Die Ableitungsfunktion	207
	Übungen.	213
<b>4</b>	<b>Anwendungen der Differentialrechnung</b>	215
4.1	<b>Ableitungsregeln und höhere Ableitungen</b>	216
4.1.1	Die Ableitung ganzrationaler Funktionen-Potenzregel, Faktorregel und Summenregel	216
4.1.2	Ableitungen höherer Ordnung	224
4.1.3	Produkt-, Quotienten- und Kehrwertregel	225
4.1.4	Kettenregel	229
4.1.5	Ableitung der Umkehrfunktion, Umkehrregel	232
4.1.6	Ableitung von Exponential- und Logarithmusfunktionen	234
4.1.7	Ableitung trigonometrischer Funktionen	241
	Übungen.	243
4.2	<b>Eigenschaften ganzrationaler Funktionen</b>	245
4.2.1	Monotonieverhalten und lokale Extremstellen	245
4.2.2	Krümmungsverhalten und Wendestellen	253
4.2.3	Ein hinreichendes Kriterium für die Existenz lokaler Extrempunkte	259
4.2.4	Ein hinreichendes Kriterium für die Existenz von Wendepunkten	261
	Übungen.	266
4.3	<b>Das Newtonsche Näherungsverfahren</b>	268
	Übungen.	272
4.4	<b>Kurvendiskussion</b>	273
4.4.1	Exemplarische Kurvendiskussion einer ganzrationalen Funktion vierten Grades	273
4.4.2	Bestimmen ganzrationaler Funktionsterme und Kurvendiskussion ökonomischer Funktionen	277
4.4.3	Exemplarische Kurvendiskussion von ganzrationalem Scharfunktionen	287
4.4.4	Exemplarische Kurvendiskussion einer gebrochen-rationalen Funktion	292
4.4.5	Anwendungsbeispiel aus der Ökonomie	296
4.4.6	Exemplarische Kurvendiskussion einer Exponentialfunktion im weiteren Sinne	298
4.4.7	Exemplarische Kurvendiskussion einer Logarithmusfunktion im weiteren Sinne	303
4.4.8	Exemplarische Kurvendiskussion einer trigonometrischen Funktion im weiteren Sinne	305
	Übungen.	309
4.5	<b>Extremwertaufgaben</b>	325
4.5.1	Extremwertaufgaben ohne Nebenbedingungen	325
4.5.2	Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen	327
	Übungen.	335
<b>5</b>	<b>Integralrechnung</b>	341
5.1	<b>Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung</b>	342
5.1.1	Die Fläche unter einem Graphen	342

5.1.2	Der Hauptsatz für Flächeninhaltsfunktionen . . . . .	349
5.1.3	Stammfunktionen . . . . .	351
5.1.4	Integrationsregeln . . . . .	358
	Übungen . . . . .	361
<b>5.2</b>	<b>Flächen- und Volumenberechnung</b> . . . . .	362
5.2.1	Flächenberechnung . . . . .	362
5.2.2	Volumenberechnung . . . . .	369
	Übungen . . . . .	373
<b>5.3</b>	<b>Spezielle Integrationsverfahren</b> . . . . .	377
5.3.1	Partielle Integration (Produktintegration) . . . . .	377
5.3.2	Substitutionsregel . . . . .	381
	Übungen . . . . .	384
<b>6</b>	<b>Stochastik</b> . . . . .	391
<b>6.1</b>	<b>Wahrscheinlichkeitstheorie</b> . . . . .	392
6.1.1	Ergebnisse und Ereignisse . . . . .	392
6.1.2	Von der relativen Häufigkeit zur Wahrscheinlichkeit . . . . .	395
6.1.3	Laplace-Experimente . . . . .	401
6.1.4	Baumdiagramme und Pfadregeln . . . . .	403
	Übungen . . . . .	405
<b>6.2</b>	<b>Kombinatorik</b> . . . . .	408
6.2.1	Die Produktregel . . . . .	408
6.2.2	Permutation, Variation und Kombination . . . . .	409
	Übungen . . . . .	419
<b>6.3</b>	<b>Bedingte und totale Wahrscheinlichkeit</b> . . . . .	423
6.3.1	Bedingte Wahrscheinlichkeit . . . . .	423
6.3.2	Totale Wahrscheinlichkeit . . . . .	424
6.3.3	Unabhängigkeit von Ereignissen . . . . .	429
	Übungen . . . . .	431
<b>6.4</b>	<b>Die Zufallsgröße</b> . . . . .	433
6.4.1	Zufallsgrößen und ihre Verteilungen . . . . .	433
6.4.2	Erwartungswert einer Zufallsgröße . . . . .	437
6.4.3	Varianz und Standardabweichung einer Zufallsgröße . . . . .	440
	Übungen . . . . .	442
<b>6.5</b>	<b>Binomialverteilung</b> . . . . .	445
6.5.1	Bernoulli-Kette und Verteilungsfunktion . . . . .	445
6.5.2	Erwartungswert und Varianz . . . . .	452
6.5.3	Eigenschaften von Binomialverteilungen . . . . .	453
	Übungen . . . . .	456
<b>6.6</b>	<b>Von der Binomialverteilung zur Normalverteilung</b> . . . . .	458
6.6.1	Standardisierung und lokale Näherungsformel . . . . .	458
6.6.2	Integrale Näherungsformel von LAPLACE und DE MOIVRE . . . . .	461
	Übungen . . . . .	464
<b>6.7</b>	<b>Testen von Hypothesen</b> . . . . .	465
6.7.1	Alternativtest . . . . .	465
6.7.2	Signifikanztest . . . . .	470
	Übungen . . . . .	474
<b>7</b>	<b>Lineare Algebra</b> . . . . .	477
<b>7.1</b>	<b>Matrizen</b> . . . . .	478
7.7.1	Darstellung und Arten von Matrizen . . . . .	478

## Inhaltsverzeichnis

7.1.2	Matrizenverknüpfungen . . . . .	484
7.1.3	Mehrstufige Produktionsprozesse . . . . .	492
	Übungen. . . . .	496
<b>7.2</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme . . . . .</b>	501
7.2.1	Darstellung linearer Gleichungssysteme mithilfe von Matrizen . . . . .	501
	Übungen. . . . .	511
7.2.2	Die inverse Matrix . . . . .	518
	Übungen. . . . .	524
7.2.3	Kriterien der Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme . . . . .	526
	Übungen. . . . .	537
7.2.4	Lineare Abhängigkeit . . . . .	542
	Übungen. . . . .	550
7.2.5	Lineare Matrizengleichungen . . . . .	551
	Übungen. . . . .	553
7.2.6	Stochastische Matrizen . . . . .	554
	Übungen. . . . .	558
7.2.7	Das Leontief-Modell . . . . .	559
	Übungen. . . . .	566
<b>7.3</b>	<b>Lineare Optimierung . . . . .</b>	572
7.3.1	Das graphische Verfahren. . . . .	572
	Übungen. . . . .	579
7.3.2	Die Simplexmethoden . . . . .	582
	Übungen. . . . .	591
<b>7.4</b>	<b>Vektorgeometrie . . . . .</b>	596
7.4.1	Der geometrische Vektor . . . . .	596
	Übungen. . . . .	602
7.4.2	Geraden und Ebenen . . . . .	603
	Übungen. . . . .	610
7.4.3	Lagebeziehungen zwischen Geraden . . . . .	612
	Übungen. . . . .	618
7.4.4	Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen . . . . .	619
	Übungen. . . . .	622
7.4.5	Lagebeziehungen zwischen Ebenen . . . . .	624
	Übungen. . . . .	628
<b>8</b>	<b>Beispiele für Klausuren . . . . .</b>	629
8.1	Übungen zur Analysis . . . . .	630
8.2	Übungen zur Stochastik . . . . .	636
8.3	Übungen zur Linearen Algebra und Vektorgeometrie . . . . .	640
8.4	Prüfungsklausuren . . . . .	645
<b>Anhang . . . . .</b>		651
	<b>Lösungen zu den Aufgaben aus „Alles klar?“ . . . . .</b>	651
	<b>Hinweise zur Benutzung von TI-Nspire . . . . .</b>	682
	<b>Tabellen zur Stochastik . . . . .</b>	684
	<b>Stichwortverzeichnis . . . . .</b>	694