

Schriftenreihe des Instituts für Versicherungswissenschaft  
an der Universität Köln

---

Neue Folge Heft 24

# Der optimale Versicherungsbestand

Von

Günter Schmidt



Duncker & Humblot · Berlin

**G Ü N T E R S C H M I D T**

**Der optimale Versicherungsbestand**

**Schriftenreihe des Instituts für Versicherungswissenschaft  
an der Universität Köln**

**Begründet von Professor Dr. jur., Dr. phil. W. Rohrbeck †  
Fortgeführt von Professor Dr. sc. pol. P. Braef**

**Neue Folge Heft 24**

# Der optimale Versicherungsbestand

Von

Dr. Günter Schmidt



**DUNCKER & HUMBLLOT / BERLIN**

Alle Rechte vorbehalten  
© 1968 Duncker & Humblot, Berlin 41  
Gedruckt 1968 bei Alb. Sayffaerth, Berlin 61  
Printed in Germany

# Inhaltsverzeichnis

<i>A. Einleitung</i> .....	9
<i>B. Planung des Versicherungsbestandes</i> .....	12
I. Bestandsplanung als Teil der Produktionsplanung .....	12
II. Die modelltheoretische Betrachtungsweise .....	14
1. Erklärungs- und Entscheidungsmodelle .....	14
2. Haupteigenschaften moderner Planungsmodelle .....	15
a) Sukzessive und simultane Modelle .....	15
b) Deterministische und stochastische Modelle .....	16
c) Statische und dynamische Modelle .....	17
d) Lineare und nichtlineare Modelle .....	18
III. Das Produktionsmodell .....	19
1. Zielfunktion .....	20
2. Nebenbedingungen .....	21
3. Formale Gestalt .....	21
<i>C. Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitstheorie</i> .....	23
I. Wahrscheinlichkeit .....	23
II. Wahrscheinlichkeits- und Häufigkeitsverteilungen .....	26
III. Parameter .....	29
1. Erwartungswert .....	29
2. Varianz und andere Streuungsmaße .....	30
IV. Das Gesetz der großen Zahlen .....	31
<i>D. Das versicherungstechnische Risiko</i> .....	34
I. Der Risikoausgleich im Kollektiv .....	34
II. Das Äquivalenzprinzip .....	36
III. Der Begriff des versicherungstechnischen Risikos .....	37
IV. Ergebnisse der Risikotheorie .....	38
1. Individuelle und kollektive Risikotheorie .....	38
2. Verteilung des Gesamtschadens .....	39

3. Störungen des Risikoausgleichs .....	41
a) Schwankende Grundwahrscheinlichkeiten .....	41
b) Wahrscheinlichkeitsansteckung und Kumul .....	42
c) Schätzfehler .....	43
4. Zusammenfassung .....	43
V. Risiko und Unsicherheit .....	44
<i>E. Rationale Unternehmensziele in der Versicherungswirtschaft .....</i>	<i>46</i>
I. Gewinnstreben .....	49
1. Grenzkosten in der Versicherungswirtschaft .....	50
2. Die Prämisse vollkommener Voraussicht .....	52
3. Maximierung der Gewinnerwartung .....	54
II. Sicherheitsstreben .....	56
III. Einfache und mehrfache Zielsetzung .....	58
1. Einfache Zielsetzung unter Nebenbedingungen .....	58
2. Mehrfache Zielsetzung .....	60
a) Gute Lösungen .....	60
b) Das Dilemma bei mehrfacher Zielsetzung .....	61
IV. Vereinigung zweier Ziele .....	61
<i>F. Das Prinzip der Nutzenmaximierung .....</i>	<i>63</i>
I. Die Hauptaxiome der modernen Nutzentheorie .....	64
1. Vergleichbarkeitsaxiom .....	65
2. Transitivitätsaxiom .....	65
3. Verknüpfungsaxiom .....	67
II. Die Meßbarkeit des Nutzens .....	68
1. Ordinale und kardinale Nutzenmessung .....	69
2. Die kardinale Nutzenmessung der Spieltheorie .....	70
III. Das Bernoulliprinzip .....	72
IV. Entscheidungsspiele .....	74
1. Risikoindifferenz .....	75
2. Risikoaversion .....	76
3. Risikofreude .....	77
V. Geldnutzenfunktion .....	78
1. Konkave, konvexe und lineare Funktionen .....	78
2. Empirische und modelltheoretische Funktionen .....	82
VI. Interpersoneller Nutzenvergleich .....	83

VII. Das Nutzenkonzept als Tautologie .....	84
VIII. Die Bedeutung des Nutzens für die Versicherungswissenschaft ..	85
<i>G. Die Kosten der Versicherungsproduktion .....</i>	<i>88</i>
I. Die Kosten im deterministischen Modell .....	88
1. Produktionstheoretische Grundlagen .....	89
a) Produktionsfaktoren im Versicherungsbetrieb .....	90
b) Limitationale und substitutionale Produktionsfaktoren....	91
c) Potentialfaktoren .....	93
d) Die Produktionsfunktion .....	93
2. Kostentheoretische Grundlagen .....	95
a) Der Zusammenhang zwischen Produktions- und Kosten-	
theorie .....	95
b) Die Gesamtkostenfunktion des Versicherungsbetriebes ....	96
II. Die Kosten im stochastischen Modell .....	98
1. Ersatz der Kostenfunktion durch eine Nutzenfunktion .....	99
2. Verbesserung der Unternehmenssicherheit .....	100
a) Risikominderung durch Rückversicherung .....	101
b) Erhöhung der Finanzkraft durch Sicherheitskapital .....	104
c) Die Minimalkostenkombination .....	105
3. Die Nutzenfunktion unter Berücksichtigung aller Produktions-	
faktoren .....	106
<i>H. Die Erlöse des Versicherers .....</i>	<i>108</i>
I. Prämien und Nebeneinnahmen .....	108
II. Vermögenserträge .....	111
III. Die Verbundenheit der Nachfrage .....	112
1. Exakte Lösung .....	115
2. Näherungslösung .....	116
a) Allgemeine Formulierung .....	117
b) Numerisches Beispiel .....	119
3. Interpretation der Näherungslösung .....	120
<i>I. Das Produktionsmodell der Versicherung .....</i>	<i>121</i>
I. Die Zielfunktion .....	121
1. Allgemeine Formulierung .....	122
2. Zielfunktion bei Beitragsrückerstattung .....	123
a) Erfolgsunabhängige Beitragsrückerstattung .....	123
b) Erfolgsabhängige Beitragsrückerstattung .....	125



II. Die Nebenbedingungen .....	126
III. Die Bedeutung des Produktionsmodells für die Praxis .....	128
IV. Ansatzpunkte für ein dynamisches Produktionsmodell .....	129
<i>J. Besonderheiten der Versicherungsvereine und der öffentlich-rechtlichen Versicherungsanstalten .....</i>	<i>133</i>
I. Der Nutzen des Versicherungsnehmers .....	133
II. Das Unternehmensziel bedarfswirtschaftlicher Versicherer ....	134
1. Das Unternehmensziel im statischen Modell .....	135
2. Das Unternehmensziel im dynamischen Modell .....	137
<i>K. Zusammenfassung .....</i>	<i>138</i>
<i>Literaturverzeichnis .....</i>	<i>143</i>

### **Abkürzungen**

VN = Versicherungsnehmer

VU = Versicherungsunternehmen

## A. Einleitung

Alljährlich wird in den Unternehmensleitungen vieler Versicherungsgesellschaften darüber diskutiert, wie sich der Versicherungsbestand in der kommenden Rechnungsperiode entwickeln soll. Es wird geprüft, welche Versicherungssparten zu fördern sind und bei welchen Sparten sich Zurückhaltung empfiehlt. Vielleicht entschließt man sich sogar, einen neuen Versicherungszweig aufzunehmen oder einen bestehenden aufzugeben. Das Ergebnis dieser Überlegungen sind detaillierte Sollzahlen für jede einzelne Sparte. In den Vereinigten Staaten gibt es Gesellschaften, die derartige Sollzahlen nicht nur für das Gesamtunternehmen aufstellen, sondern bis auf den letzten nebenberuflichen Vertreter verteilen. Die Festsetzung dieser Sollzahlen ist eine Führungsentscheidung, die den Kern der Geschäftspolitik eines Versicherers darstellt oder doch wenigstens darstellen sollte. Sie hat die gleiche Bedeutung wie Entscheidungen über das Produktions- und Absatzprogramm in der Industrie.

Die Planungsüberlegungen der Praxis scheinen jedoch, so nützlich sie im einzelnen auch sein mögen, einen entscheidenden Mangel zu haben. Es fehlt bis heute ein umfassendes theoretisches Modell, das der Bestandsplanung wie jeder Planung zugrunde liegen muß, wenn sie vollständig und widerspruchsfrei sein soll. Ein solches Modell ist erforderlich, weil die wirtschaftliche Wirklichkeit zu komplex ist, um intuitiv übersehen werden zu können. Ziel dieser Arbeit ist es, ein Modell der Bestandsplanung aufzustellen.

Im Grunde geht es bei der Bestandsplanung darum, die beschränkten Mittel der Gesellschaft optimal auf die einzelnen Sparten zu verteilen. Möglicherweise könnte man die Prämieinnahme in der Maschinenversicherung um mehr als die Hälfte steigern, wenn man sich im nächsten Jahr ausschließlich auf diese eine Sparte konzentrieren würde. Man müßte dann allerdings alle anderen Sparten vernachlässigen. Eine solche Geschäftspolitik wäre vom Standpunkt der geförderten Sparte aus vielleicht zu befürworten; ob es sich aber um eine für das Gesamtunternehmen kluge Entscheidung handeln würde, ist mehr als zweifelhaft.

Die Unternehmensleitung braucht konkrete Vorstellungen darüber, in welchem Umfang sie die einzelnen Sparten im Interesse des Gesamtunternehmens fördern kann und soll. Die nötigen Anhaltspunkte

liefert eine Bestandsplanung, die diejenige Bestandsgröße und -zusammensetzung festlegt, die für das Gesamtunternehmen erreichbar und optimal ist. Einer solchen Bestandsplanung bedürfen nicht nur Kompositversicherer oder Versicherungskonzerne mit einem gemeinsamen Außendienst für die verbundenen Unternehmen, sondern auch reine Einbranchengesellschaften mit eigenem Außendienst. Einmal setzt sich der Bestand auch dieser Gesellschaften nicht nur aus homogenen Verträgen zusammen, so daß hier ebenfalls bestimmte Verträge attraktiver sein können als andere. Zum anderen bleibt auch bei homogenen Versicherungsbeständen die Aufgabe, die optimale Bestandsgröße zu bestimmen.

Zunächst soll ein Überblick über die modernen Planungsmethoden gegeben werden. Da der optimale Versicherungsbestand entscheidend vom versicherungstechnischen Risiko beeinflusst wird, ist ferner ein kurzer Abriß der Risikotheorie erforderlich, der wiederum nur verständlich ist, wenn man vorher einige wahrscheinlichkeitstheoretische Grundbegriffe geklärt hat. Planungsmethoden, Wahrscheinlichkeits- und Risikotheorie bilden das Instrumentarium, mit dessen Hilfe sich das Modell der Bestandsplanung aufbauen läßt.

Eine Planung kann die ihr gestellte Aufgabe nur erfüllen, wenn das zu verfolgende Ziel klar und widerspruchsfrei definiert ist. Den Planungsbemühungen der Praxis scheinen vielfach keine präzisen Zielvorstellungen zugrunde zu liegen. Insbesondere dürfte man sich oft über die entstehenden Zielkonflikte nicht im klaren sein. Bei der Darstellung der möglichen Unternehmensziele wird sich zeigen, daß eine widerspruchsfreie Zielsetzung eines Versicherers nur mit Hilfe des spieltheoretischen Nutzenbegriffes definiert werden kann. Diese Erkenntnis bedingt eine Auseinandersetzung mit der modernen Nutzentheorie.

Die Zielgröße wird von den Kosten und den Erlösen beeinflusst, die in Abhängigkeit von der Bestandsgröße und -zusammensetzung darzustellen sind, um einen eindeutigen Zusammenhang zwischen Unternehmensziel und Versicherungsbestand zu erreichen. Hierbei ergeben sich besondere Schwierigkeiten, weil die Schadenkosten in der Versicherung zufallsabhängig sind und weil zwischen den Prämieinnahmen in den einzelnen Sparten Abhängigkeiten bestehen.

Alle Überlegungen über Planungsmethoden, Wahrscheinlichkeit, Risiko, Unternehmensziele, Nutzen, Kosten und Erlöse münden ein in das Modell der Bestandsplanung, das zunächst nur für erwerbswirtschaftliche Versicherer aufgestellt wird. Hieran anschließend soll gezeigt werden, worin sich das Planungsmodell der Versicherungsvereine und der öffentlich-rechtlichen Versicherungsanstalten von dem erwerbswirtschaftlicher Versicherer unterscheidet.

Die sich ergebenden Planungsmodelle können auf alle Erstversicherungsunternehmen Anwendung finden, die feste Prämien vereinbaren. Die Möglichkeit der Beitragsrückerstattung wird der Vollständigkeit halber berücksichtigt. Für die Anwendbarkeit der Modelle spielt es keine Rolle, ob die Gesellschaften eine oder mehrere Sparten betreiben und um welche Sparten es sich im einzelnen handelt. Lediglich Fragen der Deckungsrückstellung werden vernachlässigt. Mit dieser Ausnahme zeigen die Modelle den Zusammenhang zwischen allen relevanten Größen, die bei einer umfassenden Bestandsplanung zu berücksichtigen sind.

Die vorliegende Arbeit ist weitgehend theoretisch, ihr Abstraktionsgrad ist relativ hoch. Der Praktiker erhält keine fertige Anweisung für die Durchführung der Bestandsplanung im Versicherungsbetrieb. Er wird aber über die theoretische Basis einer solchen Planung informiert und damit in die Lage versetzt, die bisherigen Verfahren neu zu durchdenken, Widersprüche aufzudecken und grundlegende Fehler zu beseitigen.