Vorwort

In der Stochastischen Geometrie werden mathematische Modelle zur Beschreibung zufälliger geometrischer Strukturen entwickelt und untersucht. Das vorliegende Buch soll eine Einführung geben in die mathematischen Grundlagen eines wichtigen Teilgebiets der Stochastischen Geometrie. Dieses Gebiet ist durch Anwendungen in Naturwissenschaften und Technik motiviert, wo reale geometrische Daten durch einfache, aber flexible Strukturen beschrieben werden sollen. Diese Modelle sind die zufälligen abgeschlossenen Mengen und die Punktprozesse von Mengen. Dabei beschränken wir uns in den konkreteren Betrachtungen auf Modelle im euklidischen Raum, die Invarianzeigenschaften haben, wie Stationarität (Translationsinvarianz) oder sogar Bewegungsinvarianz, und deren zugrundeliegende Punktmengen von einfacher geometrischer Art sind (lokalendliche Vereinigungen von konvexen Körpern). In wichtigen Anwendungsbereichen der Stochastischen Geometrie, etwa der Stereologie, lassen sich die zu untersuchenden Strukturen meist hinreichend gut durch solche Mengen approximieren. Die von uns getroffene (und sicher von unseren Interessen und Ansichten beeinflußte) Stoffauswahl erlaubt den Aufbau der Theorie aus einfachen Grundelementen, den konvexen Körpern und ihren Vereinigungen, und mit elementaren Kenntnissen aus Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie. Andererseits gestatten es die Beschränkungen, eine Reihe von Funktionaldichten als Kenngrößen zu erklären und integralgeometrische Ergebnisse anzuwenden und zu übertragen. In diesem Sinne kann der vorliegende Band also als Fortsetzung unserer in derselben Reihe erschienenen *Integralgeometrie* (Schneider & Weil [1992]) angesehen werden. Die dort betrachteten einfachen integralgeometrischen Modelle zufällig bewegter Mengen (fester Anzahl und fester Form) können jetzt durch wesentlich flexiblere und leistungsfähigere Modelle ersetzt werden, die auch zufällige Anzahlen, Formen und Positionen geometrischer Objekte zulassen.

Das Buch ist aus Vorlesungen entstanden, die wir beide mehrfach in Freiburg bzw. Karlsruhe gehalten haben. Obwohl wir den Stoff der Vorlesung um zusätzliche Abschnitte erweitert haben, die das Bild der Theorie abrunden sollen, mußten viele Aspekte der Stochastischen Geometrie unberücksichtigt bleiben. Dies gilt insbesondere für statistische Fragestellungen, für die es (etwa bei gewöhnlichen Punktprozessen im Raum) schon eine eigene ausgebaute Theorie gibt, die *Räumliche Statistik*. Auch die für statistische Untersuchungen wichtigen höheren Momentenmaße werden nur gestreift. Weitere Bereiche, die nicht behandelt werden, betreffen Grenzwertsätze und neuere

Entwicklungen bei Booleschen Modellen. Die Hinweise, die sich in den Bemerkungen am Ende jedes Kapitels finden, mögen hier weiterhelfen.

Da wir in knappem Rahmen eine mathematische Einführung in die Grundlagen eines Ausschnitts aus der Stochastischen Geometrie geben wollten, ist dies nicht der Ort, umfassend Anwendungen zu beschreiben. Andererseits bedeutet es, daß wir uns bemüht haben, in den Beweisen ausführlicher und expliziter zu sein, als es in der unmittelbarer den Anwendungen verpflichteten Literatur die Regel ist.

Da auf die in der *Integralgeometrie* beschriebenen Methoden und Ergebnisse mehrfach zurückgegriffen wird, sind die wichtigsten der benötigten Begriffe und Fakten noch einmal (ohne Beweise) im Anhang zusammengestellt. Dort finden sich auch einzelne Resultate über konvexe Körper, die wir gelegentlich benutzen müssen. Größere Vorkenntnisse aus der Konvexgeometrie oder der Integralgeometrie sind daher nicht erforderlich. Dagegen sollte aber ein solides Grundwissen aus den Bereichen Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie vorhanden sein.

Unser besonderer Dank gebührt Herrn Dr. Daniel Hug für eine gründliche Durchsicht des gesamten Manuskripts, aus der sich zahlreiche Verbesserungsvorschläge und wertvolle Hinweise ergeben haben. In verschiedenen Stadien der Entstehung des Buches haben auch die Herren Dr. Markus Kiderlen und Dr. Ralph Neininger uns mit nützlichen Bemerkungen geholfen. Im Anhang 7.3 finden sich einige Bilder von Simulationen der wichtigsten Modelle ebener zufälliger Strukturen. Diese Simulationen hat Herr Dipl.-Math. techn. Wolfram Hinderer durchgeführt, der uns dankenswerterweise auch die Bilder zur Verfügung gestellt hat. Frau Sabine Linsenbold danken wir für die sorgfältige Ausführung der Reinschrift in LaTeX.

Freiburg und Karlsruhe, im März 2000

R. Schneider
W. Weil