

9 Hydraulische Kräfte

Die Druckerhöhung im Laufrad führt zu hydraulischen Kräften und Momenten, die auf den Rotor wirken. Für die Dimensionierung von Lagern und Welle sind vor allem die Kräfte in axialer und radialer Richtung bedeutsam. Während die Radialkraft von der Druckverteilung über den Laufradumfang abhängt, wird die Axialkraft von der Strömung im Radseitenraum und der aus ihr resultierenden Druckverteilung auf die Radscheiben bestimmt.

9.1 Die Strömung im Radseitenraum

Zwischen Laufrad und Gehäuse befindet sich aus konstruktiven Gründen ein Spalt, der den „Radseitenraum“ bildet. Breite und Gestalt der Räume zwischen den Radscheiben eines geschlossenen Laufrades und den Gehäusewänden werden weitgehend durch konstruktive Gesichtspunkte bestimmt. Das Fluid kann im Radseitenraum nicht in Ruhe sein, wenn das Laufrad rotiert: unmittelbar an der Radscheibe hat es – wegen der Haftbedingung – die Geschwindigkeit $c_u = \omega R$, und es entsteht eine Grenzschicht, in der die Umfangsgeschwindigkeit mit zunehmendem Wandabstand sinkt. An der Gehäusewand ist die Geschwindigkeit infolge der Haftbedingung $c_u = 0$ und steigt innerhalb der Grenzschicht an. Bei engem Spalt oder kleiner Reynolds-Zahl gehen beide Grenzschichten ineinander über; bei weiten Spalten sind sie getrennt, und es bildet sich eine Kernströmung aus. Die Strömung im Radseitenraum kann laminar oder turbulent sein. In den meisten Anwendungsfällen mit Wasserförderung ist die Strömung turbulent und die Grenzschichten sind getrennt (Bild 9.1); dieser Fall wird im folgenden ausschließlich behandelt.

Die Zentrifugalkräfte in der rotierenden Grenzschicht bewirken einen Fluidtransport radial nach außen: die Radseitenwand wirkt wie eine Reibungspumpe. Aus Kontinuitätsgründen fließt Fluid an der Gehäusewand radial nach innen zurück, so daß sich im Radseitenraum im Meridianschnitt eine Zirkulationsströmung einstellt. Bild 9.1 zeigt die entsprechenden Geschwindigkeitsverteilungen in Radial- und Umfangsrichtung. Die radialen Geschwindigkeitskomponenten sind dabei stets klein gegen die Umfangsgeschwindigkeit der Kernströmung.

Der durch die Rotation erzeugten Radseitenraumströmung kann sich eine Durchflußströmung infolge Leckagen überlagern. Auf der Deckscheibenseite ist diese Leckage praktisch immer vorhanden; sie ist radial nach innen gerichtet, bringt den Drehimpuls $\rho Q_{sp} c_{2u, Ds} r_2$ in den Radseitenraum ein und facht somit die

9 Hydraulische Kräfte

Rotation an (c_{2u,D_s} ist die lokale Laufradaustrittsgeschwindigkeit an der Deckscheibe). Bei Reibungsfreiheit würde die Leckage gemäß $c_u r = \text{konstant}$ nach in-

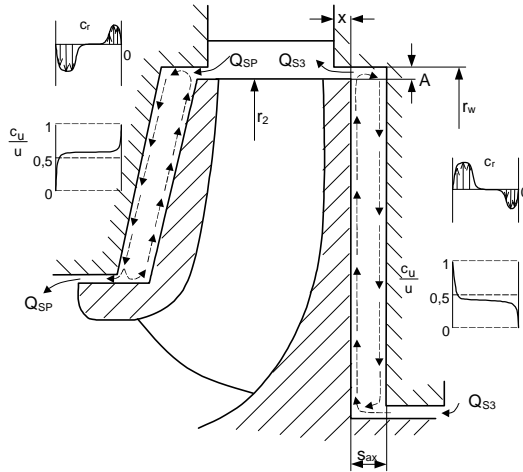


Bild 9.1. Geschwindigkeitsverteilung im Radseitenraum

nen strömen. Bei reibungsbehafteter Strömung ist die Rotation kleiner, sie nimmt aber dennoch infolge des eingebrachten Dralles von außen nach innen zu.

Auf der Tragscheibenseite sind drei Fälle zu unterscheiden: a) Werden ein Dichtspalt und Entlastungsbohrungen angebracht (Bild 9.6 in Tafel 9.1), sind die Verhältnisse sehr ähnlich wie an der Deckscheibe; das gleiche gilt für die letzte Stufe mehrstufiger Pumpen mit Axialschubentlastung (Bild 9.10). b) Bei Pumpen ohne Entlastungsbohrungen (Bild 9.2) verhindert die Wellendichtung eine Durchströmung des Radseitenraumes, und es stellt sich nur die oben beschriebene Zirkulationsströmung ein. c) Bei mehrstufigen Pumpen mit Gesamtentlastung strömt die Leckage der Zwischenstufendichtung Q_{s3} radial durch den Radseitenraum nach außen (Bild 9.1). Diese Leckage hat am Eintritt nur einen geringen Drall; sie wird durch die Radseitenreibung in Umfangsrichtung beschleunigt und bremst die Rotation im Radseitenraum.

Je nach gewählter Konstruktion sind die Hauptströmung am Laufradaustritt und die Radseitenraumströmung mehr oder weniger stark gekoppelt. Führt man den Spalt A zwischen Laufrad- und Leitraddeckscheiben nach Bild 9.1 eng aus und macht die Überdeckung x groß, sind beide Strömungen weitgehend entkoppelt. Dies gilt besonders für radial nach außen durchströmte Radseitenräume. Strömt die Leckage hingegen radial einwärts, bringt der Spaltstrom auf der Deckscheibe auch bei relativ engem Spalt A noch einen Drall entsprechend c_{2u,D_s} in den Radseitenraum, der die Rotation anfährt. Bei Spiralgehäusen wird dieser Leckagestrom aus der Grenzschichtströmung der Gehäuseaußenwand gespeist, Bild 9.2; die Umfangskomponente der Geschwindigkeit ist entsprechend kleiner als bei einer Leitradpumpe. Bei Teillastzirkulation im Leitapparat verringert sich die Umfangskomponente, oder sie geht gar gegen null, wodurch die Rotation im Radsei-

tenraum gebremst wird (s.a. Kap. 5.4.3). Ist der Radseitenraum gegenüber der Hauptströmung weitgehend offen (großer Spalt A, oder wie in Bild 9.2), sind Radseitenraum- und Hauptströmung durch einen (turbulenten) Impulsaustausch gekoppelt, der die Rotation anfährt oder bremst – je nach der Größe von $c_{2u, Ds}$.

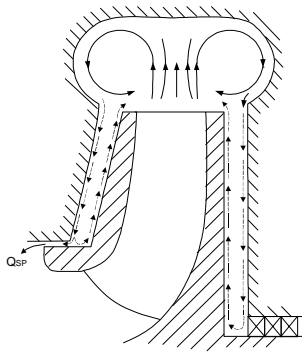


Bild 9.2. Einfluß der Sekundärströmung im Spiralgehäuse auf den Radseitenraum

Die Rotationsgeschwindigkeit stellt sich als Gleichgewicht aller Momente ein, die an dem im Radseitenraum eingeschlossenen Fluid angreifen. Diese Momente und ihre Einflußparameter sind:

- Die Fluidreibung (Schubspannungen) an der rotierenden Radscheibe wirkt als antreibendes Moment; sie fällt mit steigender Reynolds-Zahl und steigt mit der Rauigkeit.
- Die Fluidreibung (Schubspannungen) an der Gehäusewand erzeugt ein bremsendes Moment, das mit zunehmender Oberfläche des Radseitenraumes wächst. Wiederum sinken die Schubspannungen mit wachsender Reynolds-Zahl, während sie mit der Rauigkeit steigen.
- Bremsend wirkt auch die turbulente Dissipation im Radseitenraum; sie steigt mit zunehmender Radseitenraumbreite bzw. dem Fluidvolumen, das an der Rotation teilnimmt.
- Der turbulente Impulsaustausch mit der Hauptströmung steigt mit zunehmender Geschwindigkeitsdifferenz zwischen Radseitenraum- und Hauptströmung, die bei Teillastzirkulation ein Maximum erreicht, weil aus dem Leitapparat Fluid mit kleiner Umfangsgeschwindigkeit zurückströmt. Durch konstruktive Maßnahmen kann der Impulsaustausch zwischen Haupt- und Radseitenraumströmung teilweise entkoppelt werden.
- Betrag, radiale Richtung und Anfangsdrall der Leckage – in der Regel der Spaltstrom Q_{sp} – durch den Radseitenraum können, wie oben ausgeführt, sowohl bremsend als auch antreibend wirken. Bei radial einwärts gerichteter Leckage hängt der Anfangsdrall ab vom Förderstrom, der Laufradauslegung (Abströmprofil) und der Leitvorrichtung.

Der „Radreibungsverlust“ stellt sich ebenfalls gemäß diesem Momentengleichgewicht ein; er ist somit keine universelle Größe – nicht einmal für eine gegebene

9 Hydraulische Kräfte

Pumpe, da er von der Leckage und von c_{2u} (d.h. auch von q^*) abhängt. Die Berechnung der Rotation aus diesem Momentengleichgewicht ist im allgemeinen Fall durchströmter Radseitenräume streng nicht möglich – allenfalls mittels Numerik, wobei man die Strömung in Radseitenraum, Laufrad und Leitrad oder Spiralgehäuse gekoppelt rechnen müßte, um die Randbedingungen für den Radseitenraum richtig zu erfassen (gilt besonders auch für Teillastrückströmung und Spiralgehäuse, Bild 9.2). In der Praxis verwendet man empirische Koeffizienten und Verfahren, bei denen die Kernströmung durch Rotationsfaktoren k beschrieben wird. k ist nach Gl. (9.1) definiert als das Verhältnis der Fluidgeschwindigkeit $c_u = \beta r$ zur Umfangsgeschwindigkeit $u = \omega r$ (β ist die Winkelgeschwindigkeit des Fluids in der Kernströmung):

$$k = \frac{c_u}{u} = \frac{\beta}{\omega} \quad (9.1)$$

Während k beim durchströmten Radseitenraum eine Funktion des Radius ist, kann beim nicht-durchströmten Radseitenraum mit einem konstanten Wert k_0 gerechnet werden, der nach Gl. (T9.1.3) zu berechnen ist (leicht abgewandelt nach [9.1]). Eine Strömung mit $k_0 = \text{konstant}$ entspricht einem erzwungenen Wirbel, bzw. einer Festkörperrotation mit $\omega = \text{konstant}$, nach Gl. (1.27).

Wenn, wie in Bild 9.2, eine zylindrische Gehäusewand fehlt, ist $r_w = r_2$ zu setzen. Aus Gl. (T9.1.3) ist zu erkennen, daß k_0 bei $\lambda_w = \lambda_R$ maximal den Wert 0,5 annehmen kann, was häufig als erste Näherung verwendet wird. Mit zunehmender Radseitenraumbreite s_{ax} sinkt k_0 ; dies trifft auch zu, wenn der Reibungsbeiwert am Gehäuse (λ_w) größer als an der Radscheibe (λ_R) ist.

Wie erwähnt, ist k bei durchströmtem Radseitenraum abhängig vom Radius. Da direkte Messungen der Geschwindigkeitsverteilung aufwendig wären, wurde die Rotation meist aus Druckmessungen ermittelt, wobei für k ein Mittelwert zwischen zwei Druckmeßbohrungen errechnet wird. Hierzu wird Gl. (1.26) mit $c = \beta r = k \omega r$ integriert, woraus sich die Druckverteilung für $\bar{k} = \text{konst.}$ ergibt:

$$p = p_2 - \frac{\rho}{2} u_2^2 \bar{k}^2 \left(1 - \frac{r^2}{r_2^2} \right) \quad (9.2)$$

Aus dieser Beziehung läßt sich der mittlere Rotationsfaktor zwischen den Radien r und r_2 aus der gemessenen Druckdifferenz $\Delta p = |p - p_2|$ gemäß Gl. (T9.1.8) berechnen. Ein so bestimmter Mittelwert ergibt zwar die erwartete Druckabsenkung im Radseitenraum, er liefert aber nicht den richtigen Betrag der auf die Radseitenwand wirkenden Axialkraft, die sich aus der Integration der Druckverteilung ergibt (Kap. 9.2.1).

Im folgenden wird ein dimensionsloser Beiwert c_p verwendet, der die Druckabsenkung im Radseitenraum gegenüber dem statischen Druck p_2 am Laufradaustritt beschreibt. Er ist in Gl. (T9.1.5) definiert (negatives Vorzeichen beachten).

Aufgrund von Messungen der Druckdifferenz zwischen Laufradaustritt und Dichtspalteintritt an verschiedenen mehrstufigen Pumpen sind in Bild 9.3 mittlere Rotationsfaktoren \bar{k} für die Deckscheibenseite (Leckage strömt radial einwärts) und die Tragscheibenseite mit radial nach außen strömender Leckage als Funktion von q^* dargestellt, [5.26]. Bei Leiträdern liegt der Rotationsfaktor auf der Deckscheibe infolge der radial einwärts strömenden Leckage im Bereich $\bar{k} = 0,55$ bis $0,72$; an der Tragscheibe dagegen wegen der Bremswirkung der radial auswärts gerichteten Leckage nur bei $\bar{k} = 0,4$ bis $0,45$. Bei radial einwärts gerichteter Leckage ergibt sich bei Leitradpumpen eine deutlich größere Rotation als bei Spiralgehäusen, weil die Umfangskomponente der Leckage am Eintritt in den Radseitenraum größer ist, wie oben anhand von Bild 9.2 erläutert. Mit abnehmendem Förderstrom steigt die Rotation zunächst an, weil c_{2u} wächst. Für $q^* < 0,5$

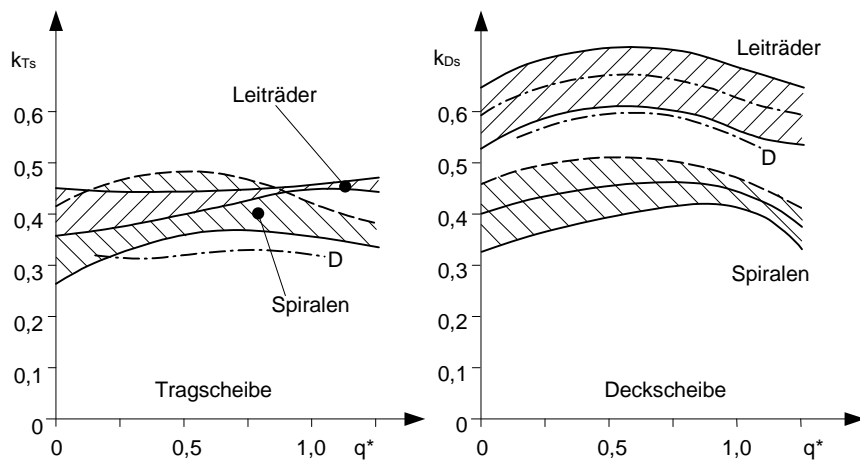


Bild 9.3. Rotation des Fluids im Radseitenraum [5.26]. Kurve D aus Messungen an mehrstufigen Leitradpumpen [9.5]

fällt \bar{k} wegen Rezirkulation am Laufradaustritt leicht ab. Bei intensiver Rückströmung werden auch tiefere Werte (bis $\bar{k} = 0,2$) beobachtet: Bild 5.28 zeigt eindrücklich, wie stark die Hauptströmung auf den Rotationsfaktor wirken kann, s. hierzu auch [5.15] und [B.20].

Zahlreiche Berechnungsverfahren für die Radseitenraumströmung wurden aufgrund von Versuchen entwickelt. Wie entsprechende Vergleiche in [9.3] zeigen, weisen alle Verfahren erhebliche Streuungen auf. Eine einfache Schätzformel lässt sich aus Daten in [3.15] ableiten; sie wurde als Gl. (T9.1.4) in Tafel 9.1 aufgeführt. Für radial einwärts gerichtete Leckage ist Q_{sp} positiv, für radial nach außen gerichtete Leckage negativ einzusetzen.

Der Verlauf des Rotationsfaktors über dem Radius läßt sich bei großem Dichtspaltstrom durch den Radseitenraum nach [9.4] schrittweise berechnen. Das Verfahren ist relativ einfach zu handhaben und gibt die veröffentlichten Versuche

9 Hydraulische Kräfte

(z.B. von [9.6]) im Durchschnitt am besten wieder; die Streuung ist allerdings bedeutend. Der Berechnungsgang gemäß Tafel 9.1 umfaßt folgende Schritte¹:

1. Nach der Berechnung des durch den Radseitenraum fließenden Spaltstromes gemäß Tafel 3.7(1) werden Durchflußbeiwert φ_{sp} und Reynolds-Zahl bestimmt, Gl. (T9.1.1).
2. Der Rotationsfaktor k_0 für $\varphi_{sp} = 0$ ergibt sich aufgrund der geometrischen Verhältnisse aus Gl. (T9.1.3).
3. Bei $Q_{sp} > 0$ wird nun Rotationsfaktor $k(x)$ schrittweise nach Gl. (T9.1.9 und 10) berechnet ($x = r/r_2$ ist das Radienverhältnis). Entsprechend der Richtung des Spaltstromes im Radseitenraum sind zwei Fälle zu unterscheiden:
A. Bei radial **einwärts** gerichtetem Spaltstrom erfolgt die Berechnung *von außen nach innen*, weil die Umfangsgeschwindigkeit des in den Radseitenraum eintretenden Fluids als Anfangsbedingung einzusetzen ist. Hierfür wird man in der Regel $k(x=1) = c_{2u}/u_2$ annehmen (es sei denn, man wolle den Effekt rezirkulierenden Fluids abschätzen). Der Spaltstrom (φ_{sp}) ist **positiv** einzusetzen.
B. Bei radial **auswärts** gerichtetem Spaltstrom erfolgt die Berechnung des Rotationsfaktors *von innen nach außen*, weil wiederum die Umfangsgeschwindigkeit des in den Radseitenraum eintretenden Fluids als Anfangsbedingung einzusetzen ist. Meist tritt das Fluid aus dem Zwischenstufendichtspalt in den Radseitenraum ein. Da es sich hierbei häufig um einen Spalt mit kleinem Längen- zu Durchmesser Verhältnis L_{sp}/d_{sp} handelt, ist etwa $0,1 < k < 0,25$ als Eintrittsbedingung anzunehmen. Der Spaltstrom (bzw. φ_{sp}) ist **negativ** einzusetzen. Man berechnet nun zunächst nur den Verlauf $k(x)$ von innen nach außen.
4. Die Druckabsenkung $c_p(x)$ im Radseitenraum für jeden Teilschritt ergibt sich aus Gl. (T9.1.11) und die in Kap. 9.2 eingeführte Axialschubabsenkung $c_A(x)$ aus Gl. (T9.1.12). Diese Berechnung wird zweckmäßigerweise stets *von außen nach innen* durchgeführt; d.h. man beginnt bei $x = 1$, wo $c_p = c_A = 0$ als Anfangsbedingung bekannt ist. Dieses Vorgehen empfiehlt sich auch bei radial auswärts gerichtetem Spaltstrom, bei dem man zuvor den Rotationsfaktor $k(x)$ gemäß Schritt 3B von innen nach außen berechnet hat.

Gleichung (T9.1.9) wurde aus dem oben besprochenen Gleichgewicht aller an einem Fluidelement im Radseitenraum angreifenden Momente bestimmt. Der Term $2k/x$ entspricht einer reibungsfreien Strömung gemäß dem Drallsatz $r c_u = \text{konstant}$. Das erste Glied auf der rechten Seite beschreibt (empirisch) den Effekt der Reibung; für $k < k_0$ wirkt die Reibung anfachend auf die Rotation, für $k > k_0$ bremsend. Bei großem Spaltstrom wird der erste Term auf der rechten Seite von Gl. (T9.1.9) klein gegenüber $2k/x$. Die Gleichung liefert also für Q_{sp} oder Re_u gegen unendlich den physikalisch richtigen Verlauf. Bei $\varphi_{sp} = 0$ wird der erste Term

¹ Die in Tafel 9.1 aufgeführten Formeln und das beschriebene Vorgehen weichen von der Originalarbeit [9.4] etwas ab. Die Änderungen bringen nicht nur eine einfachere Handhabung sondern auch eine bessere Konvergenz.

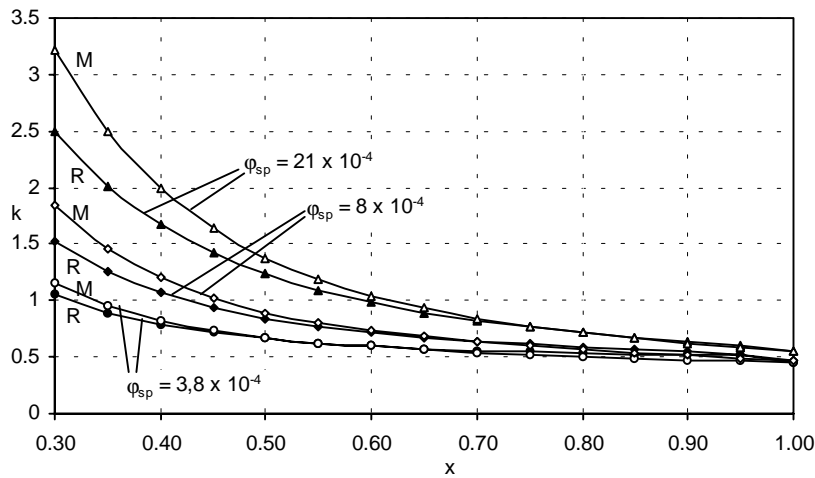


Bild 9.4. Rotation des Fluids im Radseitenraum. Vergleich der Rechnung nach Tafel 9.1 mit Messungen aus [5.31]. *R* = Rechnung, *M* = Messung

auf der rechten Seite unendlich; die Gleichung darf daher nicht unterhalb der Gültigkeitsgrenze für $\varphi_{sp} Re_u^{0,2}$ angewendet werden. Die Berechnung reagiert relativ empfindlich auf den eingesetzten Wert von k_o , der u.a. von der Rauigkeit der Radscheibe und des Gehäuses abhängt.

Bild 9.4 zeigt Messungen von [5.31] über den Einfluß der Leckage auf die Rotation im Vergleich zu Berechnungen nach Gl. (T9.1.9). Aufgetragen ist der örtliche Wert von k über dem Radienverhältnis x . Wie zu erkennen, kann die örtliche Strömungsgeschwindigkeit im Radseitenraum auf kleinen Radien bei großer Leckage höher als die Umfangsgeschwindigkeit werden; dies bedeutet, daß bei $k > 1$ auch die örtliche Radreibung negativ wird (das Fluid „treibt das Rad an“).

Durch Hilfsschaufeln auf den Radscheiben kann die Rotation des Fluids erhöht werden (Näheres dazu in Kap. 9.2.7).

Richtlinien für die Gestaltung von Radseitenräumen:

- Axialspaltweite: $s_{ax}/d_2 = 0,015$ bis $0,04$. Konstruktives Minimum: 3 bis 5 mm je nach Pumpengröße.
- Große Radseitenraumvolumina vermeiden, um Leistungsverlust durch Radreibung nicht unnötig zu erhöhen (turbulente Dissipation).
- Keine Rippen und zerklüftete Konturen der Gehäusewand, die die Fluidrotation im Radseitenraum bremsen und die Radreibungsverluste erhöhen.
- Bei Spiralgehäusen sind weite Radseitenräume oft unvermeidlich; es empfiehlt sich dann eine Gestaltung ähnlich Bild 9.2, in der Fluid mit niedriger Umfangsgeschwindigkeit aus der wandnahen Spiralgehäuseströmung die Pumpwirkung der Radseitenwände wenig behindert, so daß das von den Radscheiben beschleunigte Fluid seine Energie an die Hauptströmung übertragen kann.
- Bei Leitradpumpen sollten Haupt- und Radseitenraumströmung weitgehend entkoppelt werden, um Strömungsumschläge im Radseitenraum infolge Teil-

lastrezirkulation zu vermeiden (Axial Schubexkursionen), [5.15], [B.20]: Der Spalt A zwischen den Seitenscheiben von Laufrad und Leitrad ist dabei relativ eng zu wählen: $2 A/d_2 = 0,007$ bis $0,01$ und die Überdeckung $x/A = 2$ bis 4 auszuführen, Bild 9.1.

9.2 Axialschub

9.2.1 Axialkraftberechnung allgemein

Zur Dimensionierung des Axiallagers der Pumpe und eines eventuell vorgesehenen Axialschubausgleichs muß die resultierende Axialkraft auf den Pumpenrotor bekannt sein. Sie setzt sich aus folgenden Anteilen zusammen (Bild 9.5): Kräfte aus der Druckverteilung, die auf beide Radseitenwände wirken F_{Ts} und F_{Ds} , Impuls F_I und unausgeglichene Wellenschübe F_w ; bei Vertikalpumpen tritt noch das Rotorgewicht hinzu. Als Randbedingung für die Druckverteilung wird der statische Druck p_2 am Laufradaustritt benötigt; er berechnet sich aus der statischen Druckerhöhung im Laufrad, die bei drallfreier Zuströmung durch Gl. (T9.2.1) gegeben

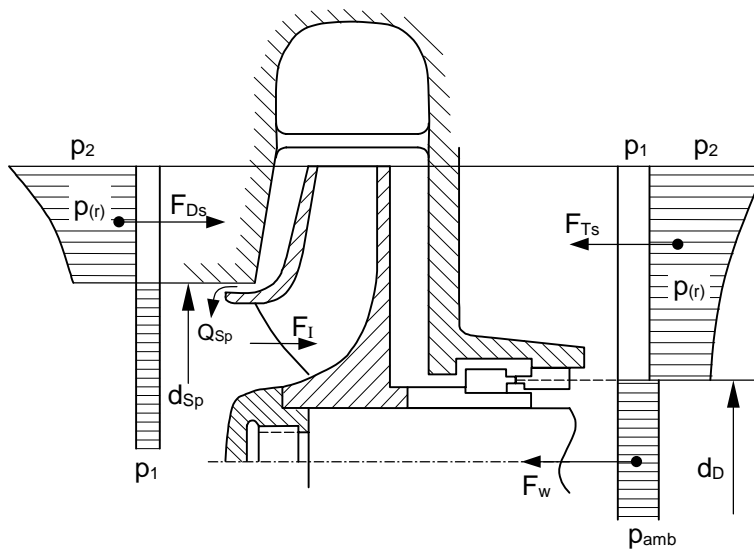


Bild 9.5. Druckverteilungen und Axialkräfte am Laufrad einer einstufigen Pumpe

ist, Tafel 3.7(1). Bei der Berechnung der Axialkräfte auf die Radscheiben kommt es nur auf Druckdifferenzen gegenüber dem Druck p_1 am Laufradeintritt an. Da der Unterschied zwischen c_{1m} und c_{2m} in Gl. (T9.2.1) unbedeutend ist, läßt sich der Druck am Laufradaustritt auch näherungsweise aus Gl. (T9.2.2) ermitteln, ohne daß die Geschwindigkeiten in Gl. (T9.2.1) berechnet zu werden brauchen. Oft

wird in dieser Gleichung auch $\eta_{h,La}/\eta_h = 1$ gesetzt, wodurch p_2 einige Prozent zu tief veranschlagt wird.

Die Axialkräfte auf die Radscheiben ergeben sich aus dem Integral über die durch Gl. (9.2) gegebene Druckverteilung zu $F = 2 \pi \int p r dr$. Dabei erstreckt sich die Integration von r_{sp} oder r_D bis r_2 . Im allgemeinen ist die Integration für Trag- und Deckscheibe getrennt durchzuführen. Hierzu stehen zwei Möglichkeiten offen: **A.** Man setzt für den Rotationsfaktor einen Mittelwert ein, der aus Gl. (T9.1.3 und ggf. 4) oder aus Bild 9.3 bestimmt wird und erhält die Kraft auf *eine* Radscheibe zu:

$$F = \pi r_2^2 \left\{ (1 - x^2) p_2 - \frac{\rho}{4} u_2^2 \bar{k}^2 (1 - x^2)^2 \right\} \quad (9.3)$$

Für die Deckscheibe gilt $x = x_{sp} = d_{sp}/d_2$ und für die Tragscheibe $x = x_D = d_D/d_2$. Diese Rechnung mit einem Mittelwert k ist dann zweckmäßig, wenn die Leckage null oder sehr gering ist.

B. Sucht man den Einfluß der Leckage genauer zu erfassen, wird zunächst Gl. (T9.1.9) wie oben beschrieben integriert; daraus kann sodann nach Tafel 9.1 der Axialkraftsenkungsbeiwert c_A errechnet werden. Dieser Beiwert erfaßt die durch die Rotation des Fluids hervorgerufene Verringerung ΔF der Axialkraft gegenüber dem Fall mit $p = p_2 = \text{konstant}$ (gleichbedeutend mit $k = 0$). Die Reduktion wird auf eine Kraft F_{Ref} bezogen, die einer Druckverteilung mit $k = 1$ entspricht und auf die Fläche πr_2^2 wirkt. Der Beiwert c_A ist somit definiert als:

$$c_A = \frac{\Delta F}{F_{Ref}} = \frac{4 \Delta F}{\pi \rho u_2^2 r_2^2} \quad c_A \equiv \frac{8 \int_0^1 \Delta p r dr}{\rho u_2^2 r_2^2} = 4 \int_0^1 c_p x dx \quad (9.4)$$

Mit seiner Hilfe errechnet sich die Kraft auf eine Radscheibe zu:

$$F = \pi r_2^2 \left\{ (1 - x^2) p_2 - \frac{\rho}{4} u_2^2 c_A \right\} \quad (9.5)$$

Aus c_A läßt sich ebenfalls ein Mittelwert \bar{k}_A bestimmen, der mit Gl. (9.3) auf die gleiche Axialkraft führt wie Gl. (9.5); er berechnet sich aus Gl. (T9.1.8a). Wegen der aufwendigeren Berechnung der Rotation nach Gl. (T9.1.9) und der ohnehin vorhandenen Unsicherheiten empfiehlt sich in vielen Fällen die Berechnung mit Mittelwerten von k gemäß A. Für eine Empfindlichkeitsanalyse des Leckageinflusses hingegen wäre auf Methode B zurückzugreifen.

Die Resultierende der Kräfte auf Trag- und Deckscheibe $F_{HY} = F_{Ts} - F_{Ds}$ errechnet sich im allgemeinen Fall $k_{Ts} \neq k_{Ds}$ aus Gl. (T9.2.8). Werden die Rotationsfaktoren auf Trag- und Deckscheibe hingegen als gleich angenommen, vereinfacht sich die Berechnung auf Gl. (T9.2.7).

9 Hydraulische Kräfte

Grundsätzlich wären in Gl. (T9.2.3, 7 und 8) Mittelwerte für k_A entsprechend Gl. (9.1.8a) einzusetzen. Berechnet man den Axial Schub mit dem Mittelwert k nach Gl. (9.1.8) anstatt mit k_A aus Gl. (9.1.8a), ergeben sich höhere Kräfte; die Rechnung liegt daher meist auf der sicheren Seite. Die Unterschiede dürften bei kleinen Leckagen und nicht allzu kleinen Radienverhältnissen meist unbedeutend sein.

Nach dem Impulssatz (Kap. 1.2.3) wirkt als weitere Axialkraft der Impuls des Förderstromes auf das Laufrad; er beträgt $F_I = \rho Q (c_{1m} - c_{2m} \cos \varepsilon_2)$, wenn ε_2 der Winkel zwischen der mittleren Stromlinie am Laufradaustritt und der Rotorachse ist (90° bei Radialrädern).

Unausgeglichene Wellenschübe F_w sind für jeden Pumpentyp gesondert zu analysieren. Bei der einstufigen Pumpe mit überhängendem Laufrad nach Bild 9.5 ist: $F_w = \pi/4 d_D^2 (p_{amb} - p_1)$.

Der Axial Schub auf den Rotor ist die Resultierende der oben besprochenen Kräfte: $F_{ax} = F_{HY} - F_I + F_w + F_{Kupl}$ (bei mehrstufigen Pumpen sind diese Kräfte für jede Stufe zu analysieren und für den Rotor zu summieren). Wenn die verwendete Kupplung Axialkräfte übertragen kann, ist der Kupplungsschub F_{Kupl} zu berücksichtigen.

Eine in Richtung Saugseite wirkende Kraft wird positiv gezählt. Liegt der Zulaufdruck über dem Atmosphärendruck, wird der Anteil F_w negativ; er entlastet das Axiallager entsprechend.

Die hier besprochenen Zusammenhänge gelten grundsätzlich für geschlossene radiale oder halbaxiale Laufräder. Ist die statische Druckerhöhung im Laufrad an Deck- und Tragscheibe verschieden, sind Gln. (T9.2.3 u. 4) für Trag- und Deckscheibe mit $\Delta p_{La,Ts}$, k_{Ts} und $\Delta p_{La,Ds}$, k_{Ds} getrennt auszuwerten.

Tafel 9.1 Rotation des Fluids im Radseitenraum		Gl.
Definitionen	$\varphi_{Sp} = \frac{Q_{Sp}}{\pi r_2^2 u_2} \quad x = \frac{r}{r_2} \quad Re_u = \frac{u_2 r_2}{\nu}$	9.1.1
Rotation des Fluids	$k = \frac{c_u}{u} = \frac{\beta}{\omega}$	9.1.2
Rotation des Fluids bei nicht durchströmtem Radseitenraum ($\varphi_{Sp} = 0$)	$k_0 = \frac{1}{1 + \left(\frac{r_w}{r_2}\right)^2 \sqrt{\left(\frac{r_w}{r_2} + 5 \frac{s}{r_2}\right) \frac{\lambda_w}{\lambda_R}}}$	9.1.3
Schätzwert für mittleren Rotationsfaktor	$\frac{\bar{k}}{k_0} = 1 + 300 \frac{Q_{Sp}}{\pi r_2^2 u_2} \left(\frac{r_2}{r} - 1\right) \quad \text{nur für } \frac{r}{r_2} > 0,4$	9.1.4
Druckabsenkungsbeiwert $\Delta p \equiv p - p_2$ c_p ist negativ	$c_p \equiv \frac{\Delta p}{\frac{\rho}{2} u_2^2} = 2 \int_x^1 k^2 x \, dx \quad c_p = -k_0^2 (1 - x^2)$	9.1.5

<p>Axialkraftabsenkung infolge der Fluidrotation c_A ist positiv</p>	$c_A \equiv \frac{r_2}{\rho u_2^2 r_2^2} \int_0^{r_2} \Delta p r dr = 4 \int_0^1 c_p x dx$ $c_A = k_0^2 (1-x^2)^2$	<p>9.1.6</p>
<p>Druckverlauf im Radseitenraum</p>	$p = p_2 - \frac{\rho}{2} u_2^2 \bar{k}^{-2} \left(1 - \frac{r^2}{r_2^2} \right)$	<p>9.1.7</p>
<p>Berechnung des mittleren Rotationsfaktors aus Messung einer Druckdifferenz im Radseitenraum</p>	$\bar{k} = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho u_2^2 \left(1 - \frac{r^2}{r_2^2} \right)}} = \sqrt{\frac{c_p}{1-x^2}}$	<p>9.1.8</p>
<p>Berechnung des mittleren Rotationsfaktors aus dem Axialschubbeiwert</p>	$\bar{k}_A = \frac{\sqrt{c_A}}{1-x^2}$	<p>9.1.8a</p>
<p>Schrittweise Berechnung von Rotation, Druckabsenkung und Axialschubabsenkung: Nur für $\varphi_{sp} Re_u^{0.2} > 0,005$ 1. Spaltstrom radial einwärts: φ_{sp} ist positiv. Berechnung von k von außen nach innen 2. Spaltstrom radial auswärts: φ_{sp} ist negativ. Berechnung von k von innen nach außen</p>	$\varphi_{sp} \frac{dk}{dx} = \frac{0,079 x^{8,5}}{Re_u^{0,2}} \left\{ \left(\frac{1-k_0}{k_0} \cdot k \right)^{7/4} + 1-k ^{7/4} \right\} \cdot 2 \frac{k}{x} \varphi_{sp}$	<p>9.1.9</p>
	$k_{n+1} = k_n + \frac{dk}{dx} (x_{n+1} - x_n)$	<p>9.1.10</p>
	$c_{p,n+1} = c_{p,n} + (x_n k_n^2 + x_{n+1} k_{n+1}^2) (x_{n+1} - x_n)$	<p>9.1.11</p>
	$c_{A,n+1} = c_{A,n} + 2(x_n c_{p,n} + x_{n+1} c_{p,n+1}) (x_{n+1} - x_n)$	<p>9.1.12</p>
<p>Bild 9.6a. Laufrad mit Entlastungsbohrungen</p>	<p>Bild 9.6b. Doppelflutiges Laufrad</p>	

9 Hydraulische Kräfte

Tafel 9.2 Axialkraftberechnung		Gl.
Druckerhöhung im Laufrad (gegenüber Laufradeintritt)	$p_2 = \eta_{h,LA} \frac{\rho}{2} \left(u_2^2 - w_2^2 + c_1^2 \right)$	9.2.1
	$p_2 \approx \rho g H \left(1 - \frac{\psi}{4\eta_h} \right) \frac{\eta_{h,LA}}{\eta_h}$	9.2.2
Kraft auf eine Radscheibe F_{Ts} und F_{Ds} (a)	Deckscheibe: $x = x_{sp} = d_{sp}/d_2$	9.2.3
	$F = \pi r_2^2 \left\{ \left(1 - x^2 \right) p_2 - \frac{\rho}{4} u_2^2 k^{-2} \left(1 - x^2 \right)^2 \right\}$	
	Tragscheibe: $x = x_D = d_D/d_2$	9.2.4
	$F = \pi r_2^2 \left\{ \left(1 - x^2 \right) p_2 - \frac{\rho}{4} u_2^2 c_A \right\}$	
Dimensionslose Kraft auf Radscheibe	$f = \psi_p (1 - x^2) - \frac{k^{-2}}{2} (1 - x^2)^2 = \psi_p (1 - x^2) - \frac{c_A}{2}$	9.2.5
Axialkraft auf Laufrad	$F_{Hy} = F_{Ts} - F_{Ds}$ $F_{Ts} = \text{Kraft auf Tragscheibe}$ $F_{Ds} = \text{Kraft auf Deckscheibe}$	9.2.6
Axialkraft auf Laufrad $k = k_{Ds} = k_{Ts}$	$F_{Hy} = \frac{\pi}{4} \left(d_{sp}^2 - d_D^2 \right) \left\{ p_2 - \frac{\rho}{2} k^{-2} u_2^2 \left(1 - \frac{d_s^2 + d_D^2}{2 d_2^2} \right) \right\}$	9.2.7
Axialkraft auf Laufrad $k_{Ds} \neq k_{Ts}$	$F_{Hy} = \pi r_2^2 \left\{ p_2 \left(x_s^2 - x_D^2 \right) - \frac{\rho}{4} u_2^2 \left[k_D^{-2} \left(1 - x_D^2 \right)^2 - \frac{9.2.8}{k_s} \left(1 - x_s^2 \right)^2 \right] \right\}$	
Impulsschub (b)	$F_I = \rho Q (c_{1m} - c_{2m} \cos \epsilon_2)$	9.2.9
Unausgeglichener Wellenschub	$F_w = \pi/4 d_D^2 (p_{amb} - p_1)$	9.2.10
Resultierende Kraft auf Rotor	$F_{ax} = F_{Hy} - F_I + F_w + F_{Kupl}$ $F_{Kupl} = \text{Axialkraft der Kupplung}$	9.2.11
Faustformel (radial und halbaxiale LA)	$F_{ax} = (0.7 \text{ bis } 0.9) \rho g H A_{ne} = \frac{\pi}{4} \left(d_{sp}^2 - d_D^2 \right)$	9.2.12
Unterschiedliche Dichtspaltdurchmesser, Bild 9.6	$F_{Hy} = \frac{\pi}{4} \left(d_{sp}^2 - d_D^2 \right) \left\{ p_2 - \frac{\rho}{2} k^{-2} u_2^2 \left(1 - \frac{d_s^2 + d_D^2}{2 d_2^2} \right) \right\}$	9.2.13
Resultierende Kraft bei Laufrad mit Entlastungsbohrungen	$F_{ax} = (0,1 \text{ bis } 0,2) F_{Hy,Gl.9.2.7} + F_{Hy,Gl.9.2.13} - F_I + F_w + F_{Kupl}$	9.2.14

Doppelflutige Laufräder	$k_{ax} = \frac{F_{ax}}{\frac{\rho}{2} u_2^2 (d_2^2 - d_{sp}^2)}$	Stationär $f_{ax,stat} = 0,01 \div 0,02$ Instationär $f_{ax,dyn} = 0,02 \div 0,06$	9.2.15
Halbaxiale Laufräder, geschlossen	$F_{ax} = \rho g H f_{ha} \frac{\pi}{4} (d_{sp}^2 - d_D^2)$	$f_{ha} = 0.4 n_q^{0.17}$	9.2.16
Halbaxiale Laufräder, offen	$F_{ax} = \rho g H f_{ha} \frac{\pi}{4} (d_{sp}^2 - d_D^2)$	$f_{ha} = 4.4 n_q^{-0.28}$ für $n_q < 200$	9.2.17
Axiale Laufräder	$F_{ax} = (1 \text{ bis } 1.1) \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_n^2) \rho g H$		9.2.18
<p>(a) Bei halbaxialen Laufrädern ist die Druckerhöhung an äußerer und innerer Stromlinie verschieden: $\Delta p_{La,Ds} \neq \Delta p_{La,Ts}$ (b) ε_2 = Winkel zw. mittlerer Stromlinie am Laufradaustritt und Rotorachse (90° bei Radialrädern) Indices: Ts = Tragscheibe; Ds = Deckscheibe; D = Dichtungsdurchmesser (Wellendichtung)</p>			

Die Axialkraftberechnung ist mit Unsicherheiten behaftet, weil folgende Größen nicht genau bekannt sind: a) Laufradverluste und damit p_2 ; b) die Rotationsfaktoren k_{Ts} und k_{Ds} bzw. der Betrag der Leckagen; c) eventuelle Unterschiede zwischen $p_{2,Ts}$ und $p_{2,Ds}$ (besonders bei Teillast), bei Radialrädern mit hoher spezifischer Drehzahl und bei halbaxialen Pumpen; d) geometrische Toleranzen wie Spaltspiele, axiale Rotorstellung und Gußtoleranzen des Laufrades. Wegen dieser Berechnungsunsicherheiten sind Sicherheitszuschläge bei der Auslegung der Axiallager angezeigt. Da die Rechnung ohnehin ungenau ist, werden zur Axialkraftabschätzung auch Faustformeln verwendet, für radiale und halbaxiale geschlossene Laufräder z.B. Gl. (T9.2.12). Solche Formeln zu verwenden, ist sinnvoll, wenn das Axiallager aus konstruktiven Gründen überdimensioniert ist oder man über entsprechende Erfahrung verfügt, daß die so gewählten Axiallager zweckmäßig bemessen sind. Die Formeln in Tafel 9.1 und 9.2 sind für genauere Untersuchungen und Empfindlichkeitsanalysen geeignet, um die Wirkung einzelner Parameter – z.B. des Spaltspieles – auf den Axialschub abzuschätzen.

9.2.2 Einstufige Pumpen mit einflutigem, überhängendem Laufrad

Wird das Laufrad nicht entlastet (Bild 9.5), erfolgt die Berechnung nach 9.2.1. Der Anteil des Impulses ist meist gering. Betrag und Richtung (Vorzeichen) des Wellenschubes können aber in Sonderfällen zu Problemen führen und sind entsprechend zu analysieren. So kann es bei hohen Zulaufdrücken (z.B. Kessel-Umwälzpumpen) zur Schubumkehr kommen: die resultierende Kraft wirkt in Richtung Druckseite, was bei der Lagerauswahl zu berücksichtigen ist.

Für Anwendungen mit reinen Flüssigkeiten werden die Laufräder nach Bild 9.6a (Tafel 9.1) häufig mit einem zweiten Dichtspalt auf der Tragscheibe und

Entlastungsbohrungen ausgeführt. Gleiche Dichtspaltdurchmesser, gleiche Drücke p_2 , gleiche Leckagen und gleiche Radseitenraumgeometrie vorausgesetzt, sind die Kräfte auf beide Seiten zwischen d_{sp} und d_2 ausgeglichen. Im entlasteten Raum auf der Tragscheibe stellt sich auf dem Durchmesser der Entlastungsbohrungen – bei richtiger Dimensionierung – im wesentlichen der Zulaufdruck ein; die Rotation in diesem Raum führt auf eine Druckverteilung, die mit einem Rotationsfaktor gemäß Tafel 9.1 berechnet werden kann. Da in Realität keine vollständige Symmetrie herrscht, empfiehlt es sich, den Axialschub eines *nicht entlasteten* Rades nach Gl. (T9.2.7) zu berechnen und für das entlastete Rad 10 bis 20 % dieses Wertes als Restschub anzunehmen. Hinzu kommen noch unausgeglichene Wellenschübe F_w und der Impuls F_I sowie die Anteile aus etwaigen Unterschieden zwischen d_{sp} und d_{s2} , so daß sich Gl. (T9.2.14) für die Berechnung der resultierenden Axialkraft auf den Rotor ergibt. Man kann nämlich den Dichtspaltdurchmesser auf der Tragscheibe verschieden von d_{sp} ausführen, um einen definierten Schub zu erhalten oder um einen hohen Wellenschub in Richtung Druckseite auszugleichen. Der Schub berechnet sich nach Gl. (T9.2.7), wozu d_D durch d_{s2} ersetzt wird. Dies führt auf Gl. (T9.2.13).

Meist wird pro Laufradkanal eine Entlastungsbohrung angebracht. Damit der Druck im entlasteten Radseitenraum nicht infolge Drosselung in den Entlastungsbohrungen über den Zulaufdruck steigt, soll die Summe aller Entlastungsbohrungen mindestens einen 4- bis 5-mal größeren Querschnitt aufweisen als dem Spaltspiel entspricht; dabei ist etwaiger Dichtspaltverschleiß während des Betriebes zu berücksichtigen. Entlastungsbohrungen verdoppeln die Dichtspaltverluste nach Tafel 3.7(1) und beeinträchtigen somit den Wirkungsgrad der Pumpe. Zudem wird die Strömung am Laufradeintritt gestört. Oberhalb von $n_q = 50$ kann man etwa mit 1 % Wirkungsgradeinbuße rechnen.

An Stelle von Entlastungsbohrungen können Rückenschaufeln auf der Tragscheibe angeordnet werden, um den Axialschub teilweise auszugleichen. Diese Art der Entlastung spart Herstellkosten und ist z.B. bei Säurepumpen gebräuchlich. Sie wird immer dann eingesetzt, wenn die Förderflüssigkeit mit Feststoffen beladen ist (z.B. Abwasser- oder Feststoffpumpen), da die Rückenschaufeln den Radseitenraum weitgehend frei von Feststoffen halten. Die Berechnung wird in 9.2.7 behandelt.

9.2.3 Mehrstufige Pumpen

Bei mehrstufigen Hochdruckpumpen treten Axialkräfte von vielen Tonnen auf, so daß ein hydraulischer Axialschubausgleich notwendig ist. Dennoch ist immer ein Axiallager erforderlich, dessen Größe weitgehend durch die Genauigkeit beeinflußt wird, mit der die Axialkräfte vorausberechnet werden können. Eine Bewertung der in 9.2.1 besprochenen Unsicherheiten der Schubberechnung zeigt, daß die Bandbreite des erwarteten Schubes – verglichen mit einer wirtschaftlich vertretbaren Lagergröße – bedeutend ist. Daher werden Lagergröße und Axialschubausgleichssystem mehrstufiger Pumpen häufig aufgrund von Axialschubmessungen für den jeweiligen Pumpentyp bestimmt. Will man dennoch Rechnungen ausfüh-

ren, so muß man auf Gl. (T9.2.3 bis 5 oder 8) zurückgreifen, wobei die unterschiedliche Richtung der Leckage auf Trag- und Deckscheibe (außer bei der letzten Stufe) zu beachten ist. Die Leckage auf der Tragscheibe *reduziert* den Rotationsfaktor auf $k < 0,5$ und erhöht somit die Kraft auf die Tragscheibe; dagegen wächst die Rotation auf der Deckscheibe infolge der radial einwärts strömenden Leckage auf $k > 0,5$ und verringert so die Kraft auf die Deckscheibe: beide Effekte *addieren* sich (s. Bild 9.8) und führen zu einem erhöhten Schub. Bei Spielvergrößerung im Betrieb verstärkt sich dieser Mechanismus und vergrößert so den Axialschub weiter. Folglich müssen Ausgleichsvorrichtung und Lager sowohl für Neuspiel als auch für die maximal zugelassene Spielvergrößerung dimensioniert werden.

Die axiale Rotorstellung kann einen Einfluß auf den Axialschub haben, besonders dann, wenn Radseitenraum und Hauptströmung nicht genügend entkoppelt sind, dergestalt, daß die Teillastrückströmung ungehindert in den Radseitenraum eindringen kann (Spalt A in Bild 9.1 groß). Bild 5.33 zeigt ein Beispiel für eine so verursachte Schubumkehr bei Rotorverschiebung. Dabei ist zu bedenken, daß der *Restschub nur einen Bruchteil der hydraulischen Kräfte auf den Rotor ausmacht und kleine Toleranzen in der Berechnung des hydraulischen Schubes große Änderungen im Restschub* bedeuten. Dieser Sachverhalt ist für Axialkraftberechnungen mehrstufiger Pumpen stets zu beachten.

Bei mehrstufigen Pumpen verdienen auch unausgeglichene Wellenschübe eine sorgfältige Analyse, da sie infolge der hohen Drücke erhebliche Werte annehmen

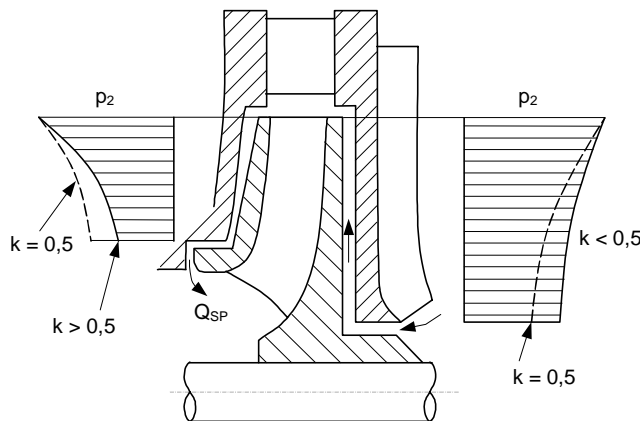


Bild 9.8. Druckverteilung am Laufrad einer mehrstufigen Pumpe

können. Wegen der oft komplizierten Rotorkonstruktion und der unterschiedlichen Drücke in den verschiedenen Stufen, besteht die Gefahr, diese Anteile zu übersehen oder falsch zu behandeln.

Für den Axialschubausgleich mehrstufiger Pumpen gibt es eine Reihe von Möglichkeiten:

9 Hydraulische Kräfte

- Entlastungsscheiben (Bild 9.10a) erzeugen eine dem Axial Schub entgegengerichtete Kraft und ermöglichen bei richtiger Dimensionierung eine selbsttätige Kompensation des Axial Schubes, indem sich im Radialspalt an der Scheibe infolge axialer Verschiebung des Rotors der notwendige Druck aufbaut. Da sich der Schub selbsttätig ausgleicht, sind die Berechnungsunsicherheiten weniger gravierend. Probleme treten aber z.B. infolge Transienten auf, bei denen das Wasser im Spalt verdampfen könnte (Gegenmaßnahme: nachgeschalteter Drosselspalt).
- Ein Entlastungskolben (Bild 9.10b) liefert eine dem Axial Schub entgegengerichtete Kraft, die sich annähernd aus der Kolbenfläche und dem Druck vor dem Kolben berechnet. Da keine selbsttätige Anpassung (wie bei der Scheibe) vorhanden ist, muß der Axial Schub für die Dimensionierung des Kolbens möglichst genau bekannt sein. Ein relativ großes Axiallager ist erforderlich, um den Restschub aufzunehmen, der durch die Unsicherheiten der Berechnung, Schubänderungen als Funktion der Last und Spielvergrößerungen im Betrieb bedingt ist. Dem Vorteil einer sehr robusten Konstruktion mit hoher betrieblicher Zuverlässigkeit steht der Nachteil einer erhöhten Leckage und eines größeren Axiallagers mit entsprechenden Verlusten gegenüber.
- Mit Stufenkolben (Bild 9.10c) versucht man, die Vorteile von Entlastungsscheibe und Entlastungskolben zu verbinden und deren Nachteile zu mildern.
- Gegenläufige Anordnung der Laufräder. Bei mehrstufigen, doppelflutigen Pumpen nach Bild 2.8 ergibt sich ein praktisch vollkommener Ausgleich für den Axial Schub ohne Wirkungsgradeinbuße (Kap. 9.2.4). Bei einflutigen Pumpen mit gegenläufiger Anordnung nach Bild 2.7 ist der Axial Schub weitgehend ausgeglichen; die Umführungskanäle bedingen aber komplizierte Gußstücke. Andererseits verbessert der Kolben in Pumpenmitte das rotodynamische Verhalten erheblich (Kap. 10.6).
- Die Einzelentlastung der Laufräder, ähnlich Bild 9.6a in Tafel 9.1, ist bei vertikalen Pumpen nach Bild 2.9 mit halbaxialen Lauf- und Leiträdern gebräuchlich. Bei Hochdruckpumpen wird sie aus wirtschaftlichen Gründen (Wirkungsgrad, Baukosten) kaum angewandt, zumal eine Entlastungsvorrichtung ohnehin notwendig ist, um den Druck vor der Wellendichtung auf ein zulässiges Maß zu senken.
- Man könnte auch Rückenschaufeln (s. Kap. 9.2.7) einsetzen. Dies ist jedoch bezüglich Wirkungsgrad bei mehrstufigen Pumpen wesentlich ungünstiger als die oben beschriebenen Ausgleichssysteme, weil mit Rücksicht auf Bautoleranzen und Dehnungen keine genügend engen Axialspiele zwischen Rückenschaufeln und Gehäuse ausgeführt werden können und eine Entlastungsdrossel mit Rücksicht auf die Wellendichtung ohnehin nötig ist.

Bei allen Entlastungssystemen mit Scheiben oder Kolben wird das Entlastungswasser mit einer Rohrleitung zum Saugstutzen zurückgeführt, so daß auf der Niederdruckseite der Entlastungseinrichtung im wesentlichen der Zulaufdruck ansteht (zuzüglich des meist geringen Druckverlustes in der Entlastungsleitung).

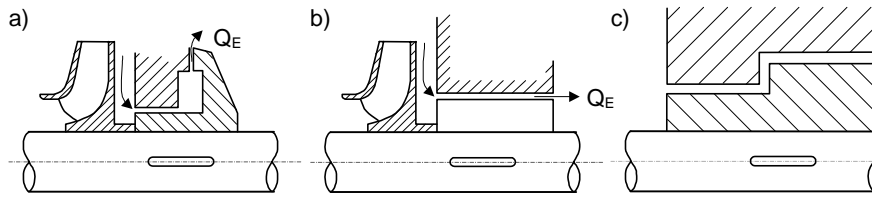


Bild 9.10. Axialschubentlastung mehrstufiger Pumpen. **a** Entlastungsscheibe; **b** Entlastungskolben; **c** Stufenkolben

9.2.4 Doppelflutige Laufräder

Bei doppelflutigen Laufrädern ist der Axialschub zwar theoretisch vollständig ausgeglichen, infolge unsymmetrischer Teillastrückströmungen, unvermeidbarer Toleranzen in der Laufradgeometrie, der Zuströmung zu beiden Radhälften und in den Spaltspielen (unterschiedliche Leakage und damit unterschiedliche Rotationsfaktoren) treten aber in der Praxis sowohl stationäre als auch instationäre Axialschübe auf. Der instationäre Anteil ist häufig größer als der stationäre, so daß eine Schubumkehr mit niedriger Frequenz auftreten kann. Sie ist manchmal mit bloßem Auge als eine axiale Rotorbewegung mit einer Periode von etwa 1 bis mehreren Sekunden wahrnehmbar. (Bei höheren Frequenzen ist nicht genügend Energie vorhanden, um den schweren Rotor mit sichtbaren Amplituden zu bewegen.) Wenn das Axiallager ausreichend dimensioniert ist und keine ungewöhnlich großen Erregerkräfte auftreten, sind solche Rotorbewegungen jedoch unschädlich – es sei denn, die Amplituden würden mit Rücksicht auf die Wellendichtung unzulässig groß.

Man kann die Dichtspaltdurchmesser an beiden Laufradhälften unterschiedlich ausführen, um einen definierten Axialschub zu erhalten. Der Durchmesserunterschied kann aber kaum so groß gewählt werden, daß der resultierende statische Schub wirklich größer wird als die instationären Anteile. Die Berechnung – auch z.B. des Einflusses von unterschiedlichen Leckagen auf beiden Laufradseiten) – erfolgt nach Gl. (T9.2.8), wobei $x_D = d_{s2}/d_2$ gesetzt wird; d_{s2} ist hier gemäß Bild 9.6b der kleinere Dichtspaltdurchmesser (Tafel 9.1). Wenn $d_{s2} \neq d_{sp}$ ausgeführt und auf beiden Seiten der gleiche Rotationsfaktor angenommen wird, kann auch Gl. (T9.2.13) verwendet werden. Der resultierende Impulsschub ist bei doppelflutigen Laufrädern null.

Aus Messungen an doppelflutigen Pumpen wurden Axialschubbeiwerte f_{ax} abgeleitet, die einen Anhaltspunkt für die Lagerdimensionierung entsprechend Gl. (T9.2.15) liefern können. Der Bereich für die stationären und instationären Schubanteile ist in Tafel 9.2 bei Gl. (T9.2.15) aufgeführt. Die untere Grenze gilt jeweils für Betrieb in Bestpunktnähe; die obere für Teillastbetrieb unterhalb etwa $q^* \approx 0,40$.

9.2.5

Halbaxiale Laufräder

Geschlossene halbaxiale Laufräder lassen sich grundsätzlich nach Kap. 9.2.1 und den Tafeln 9.1 und 9.2 behandeln. Da $d_{2a} > d_{2i}$ ist, muß die Berechnung stets nach Gl. (T9.2.3 u. 4) für Trag- und Deckscheibe getrennt durchgeführt werden, wobei entsprechend r_{2a} und r_{2i} einzusetzen sind. Die Unsicherheiten der Berechnung werden aber noch dadurch vergrößert, daß auf der äußeren und inneren Stromlinie unterschiedliche statische Drücke herrschen, die – besonders bei Teillast – nicht genau bekannt sind. Man verwendet daher für die Lagerdimensionierung Faustformeln oder Messungen. Für geschlossene Laufräder können Gl. (T9.2.12 o. 16) angewandt werden. In diesen Gleichungen ist für nicht entlastete Laufräder der Wellendurchmesser und für entlastete Laufräder der Durchmesser d_{s2} des Dichtspaltes auf der Tragscheibe einzusetzen, (Bild 9.6, Tafel 9.1). Der empirische Faktor f_{ha} (nach Versuchen in [B.18]) berechnet sich für geschlossene Laufräder aus Gl. (T9.2.16). Für halboffene Laufräder wird der empirische Faktor f_{ha} aus Gl. (T9.2.17) ermittelt, wobei $d_{sp} = d_1$ einzusetzen ist, [B.18][B.2].

9.2.6

Axialpumpen

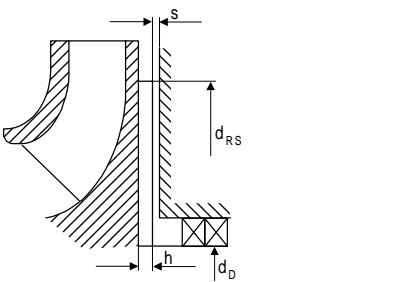
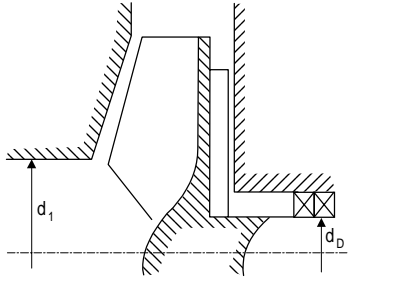
Zur Berechnung des Axialschubes von Propellerpumpen kann man die axiale Komponente des Schaufeltriebese über die Schaufelhöhe integrieren. Dieser Aufwand lohnt sich jedoch nur in Sonderfällen. Oft wird man sich mit einer Faustformel gemäß Gl. (T9.2.18) begnügen können. Hinzu kommt noch der unausgeglichene Wellenschub, der sich nach Kap. 9.2.1 analog Bild 9.5 berechnen läßt. Die Impulsanteile von Ein- und Austritt heben sich auf. Da Axialpumpen sehr steile Kennlinien haben, ist der Axialschubanstieg bei Teillast zu beachten.

9.2.7

Rückenschaufeln

Durch Hilfsschaufeln („Rückenschaufeln“) auf der Tragscheibe läßt sich die Rotation des Fluids im Radseitenraum intensivieren und so der Axialschub reduzieren. Häufig werden Rückenschaufeln auch eingesetzt, um den Druck an der Wellendichtung zu verringern oder um den Radseitenraum von Fremdkörpern frei zu halten (Abwasser- und Feststoffpumpen). Rückenschaufeln werden vorwiegend als radiale Rippen mit Rechteckquerschnitt ausgeführt, manchmal auch als rückwärts gekrümmte Hilfsschaufeln. Als Spaltweite zwischen Gehäuse (Schleißwand) und Hilfsschaufeln wird das konstruktive Minimum gewählt, das sich aus Herstell- und Montagetoleranzen, Wärmedehnung und Verformungen unter Last ergibt.

Die Fluidrotation steigt mit der Anzahl und der Höhe h der Hilfsschaufeln und sinkt mit zunehmender Spaltweite s (Bild 9.7 in Tafel 9.3). Erhöhte Rotation bedeutet einen zusätzlichen Leistungsaufwand gegenüber glatter Radscheibe, so daß der Wirkungsgrad der Pumpe sinkt. Die Wirkungsgradeinbuße steigt mit abneh-

Tafel 9.3 Halboffene Laufräder. Rückenschaufeln		Gl.	
Halboffene Laufräder	$F_{ax} = \frac{\pi}{4} d_2^2 \left[p_2 \left(1 - \frac{d_D^2}{d_2^2} \right) - \frac{\rho}{4 k_D} u_2^2 \left(1 - \frac{d_D^2}{d_2^2} \right)^2 - \frac{p_2}{2} \left(1 - \frac{d_1^2}{d_2^2} \right)^2 \right]$		9.3.1
Rückenschaufeln Rotationsfaktor k _o aus Gl. (T9.1.3)	$k_{RS} = \frac{1}{1 + 0.13 \frac{s}{s+h} \sqrt{\frac{r_2}{h z}}}$	Schaufelzahl z: d ₂ < 200 mm: z = 4 d ₂ > 200 mm: z = 6 + 8 d _{RS} /d ₂ = 0,75 ÷ 0,85 h/r ₂ = 0,03 ÷ 0,05 s/r ₂ = 0,008 ÷ 0,015 s/h = 0,1 ÷ 0,2. Schaufelbreite = 2 h.	9.3.2
	$\bar{k} = \sqrt{\left(\frac{d_{RS}}{d_2} \right)^{2-0,9 \frac{d_{RS}}{d_2}} \left\{ k_{RS}^2 - k_0^2 \right\} + k_0^2}$		9.3.3
Leistungsverlust ζ _{RS} ≡ $\frac{P_{RS}}{\rho \omega^3 r_2^5}$	$\zeta_{RS} \equiv \frac{P_{RS}}{\rho \omega^3 r_2^5} = \frac{0,1}{Re_u^{0,2}} \left[\left(\frac{d_R}{d_2} \right)^4 \left(\frac{h+s}{r_2} + 0,24 \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{h+s}{r_2} \right)^{0,1} \left\{ 1 - \left(\frac{d_R}{d_2} \right)^5 \right\} \right]$		9.3.4
Die Axialschubberechnung der Laufräder mit Rückenschaufeln erfolgt nach Tafel 9.2			
			
Bild 9.7. Laufrad mit Rückenschaufeln		Bild 9.9. Halboffenes Laufrad	

mender spezifischer Drehzahl und fällt unterhalb n_q = 20 stark ins Gewicht. Wie bei der Radreibung steigt die Verlustleistung mit der 5. Potenz des Durchmessers. Da die Drücke nur dem Quadrat des Durchmessers proportional sind, ist es sinnvoll, die Hilfsschaufeln auf einem Durchmesser d_{RS} < d₂ enden zu lassen: man spart erheblich an Verlustleistung bei nur geringer Einbuße an Schubausgleich.

Werden Rückenschaufeln eingesetzt, verzichtet man meist auf Entlastungsbohrungen. Außerdem ist der Einfluß der Leckage auf die Rotation bei Hilfsschaufeln

wesentlich geringer als bei glatter Radscheibe. Die Berechnung erfolgt daher ohne Leckage. Der Rotationsfaktor im beschaukelten Teil ist im wesentlichen unabhängig vom Radius; er berechnet sich nach Tafel 9.3, Gl. (T9.3.2).

Werden die Schaufeln außen abgedreht, stellt sich im Bereich zwischen d_{RS} und d_2 infolge Impulsaustausches zwischen beschaukeltem und glattem Teil eine Rotation ein, die größer ist als k_o nach Gl. (T9.1.3) und kleiner als k_{RS} nach Gl. (T9.3.2); der Mittelwert über die ganze Radscheibe läßt sich abschätzen aus Gl. (T9.3.3). Mit diesem Mittelwert für k läßt sich aus Gl. (T9.1.7) der Druck an der Wellendichtung ermitteln (Zulaufdruck beachten). Gleichung (T9.2.3 oder 8) liefert die Axialkraft.

Die Verlustleistung der beschaukelten Radscheibe läßt sich aus Gl. (T9.3.4) abschätzen. Diese Formel ist sowohl für volle Beschaukelung ($d_{RS} = d_2$) als auch für abgedrehte Schaufeln ($d_{RS} < d_2$) verwendbar. Alle Gleichungen stammen aus den Untersuchungen in [9.4], wurden aber für die Praxis etwas vereinfacht.

In Tafel 9.3 finden sich auch Angaben für die zweckmäßige Bemessung der Rückenschaufeln.

Bei Feststoffpumpen werden manchmal auch Hilfsschaufeln auf der Deckscheibe angebracht, um den Verschleiß zu reduzieren; der Axialschub erhöht sich dadurch entsprechend. Die Berechnung folgt dem oben behandelten Vorgehen, wobei Deckscheibe und Tragscheibe separat zu behandeln sind.

9.2.8 Halboffene Laufräder

Fehlt die Deckscheibe, spricht man von halboffenen Laufrädern; in diesem Fall wird die Axialkraft größer als bei geschlossenen Rädern, weil der Druck im *schaufellosen* Radseitenraum grundsätzlich über dem Druck im Laufrad liegt. Nimmt man im Laufrad einen mit dem Radius linearen Druckanstieg an, ergibt sich der Axialschub für das halboffene Laufrad aus Gl. (T9.3.1), s. Bild 9.9 in Tafel 9.3. Dazu treten noch der unausgeglichene Wellenschub und der Impuls. Für k_{TS} ist bei glatter Tragscheibe k_o aus Gl. (T9.1.3) oder bei Rückenschaufeln k_{RS} aus Gl. (T9.3.2 u. 3) einzusetzen. Halboffene Laufräder werden häufig durch Rückenschaufeln entlastet.

Der Axialschub läßt sich auch dadurch reduzieren, daß Teile der Tragscheibe ausgespart werden; man spricht dann von „offenen“ Laufrädern (Bild 9.11); etwaige Rückenschaufeln folgen der Laufschaufelkontur. Bei der Berechnung offener Laufräder wird angenommen, daß die Axialkräfte bis zum kleinsten Durchmesser der Tragscheiben-Aussparungen ausgeglichen sind.

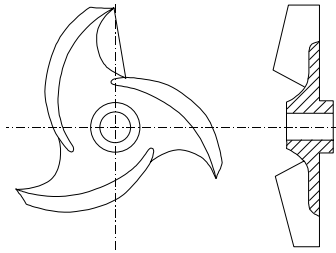


Bild 9.11. Offenes Laufrad

9.2.9 Instationärer Axialschub

Beim Anfahren treten größere Schübe auf als im stationären Betrieb, weil es einige Sekunden dauert, bis sich die Rotation im Radseitenraum voll ausgebildet, während der Druckaufbau im Laufrad praktisch trägheitslos mit dem Quadrat der Drehzahl steigt. Bei vertikalen Pumpen kann dabei kurzzeitig ein Schub nach oben entstehen, was bei der Wahl des Axiallagers zu berücksichtigen ist. Werden solche Pumpen mit offenem Schieber angefahren, tritt ein hoher Impulsschub auf, der ebenfalls nach oben gerichtet ist.

Instationäre Axialkräfte treten mit einem Spektrum nieder- und hochfrequenter Anteile auf – ähnlich wie bei Druckpulsationen. In der Praxis bereiten derartige Axialkraftschwankungen höchst selten Schwierigkeiten. Messungen an mehrstufigen Pumpen in [B.20] ergaben $k_{ax} = 0,005$ bei $q^* = 0$ und $0,0025$ bei $q^* = 1$, wobei k_{ax} ein instationärer Axialschubbeiwert pro Stufe nach Gl. (T9.2.15) ist. Er gilt als RMS-Wert (Effektivwert) im Bereich $f = (0,2 \text{ bis } 1,25) n/60$; im Bereich $f < 0,2 n/60$ sind die anregenden Kräfte etwa halb so groß wie die obigen Zahlen.

9.3 Radialschub

9.3.1 Definition und Abgrenzung

Die auf ein Laufrad wirkende Radialkraft (der „Radialschub“) muß für die Berechnung der Radiallager sowie der Wellenspannungen und -durchbiegungen bekannt sein. Grundsätzlich werden Radialkräfte erzeugt durch eine über den Laufradumfang ungleichförmige Verteilung des statischen Druckes. Eine solche Störung kann sowohl durch Strömungsunsymmetrien im Leitapparat als auch durch nicht rotationssymmetrische Zuströmung zum Laufrad hervorgerufen werden.

Da die Druckverteilung am Laufradaustritt instationär ist, ergibt ihre Integration einen zeitlichen Mittelwert, den *statischen* Radialschub, sowie ein Spektrum zeitlich veränderlicher Radialkraftkomponenten, die man als *dynamische* Radialschubanteile bezeichnet. Bei letzteren handelt es sich also um hydraulische Kräfte,

9 Hydraulische Kräfte

die erzwungene Schwingungen erregen; sie werden im Kapitel 10.7 „Hydraulische Schwingungsanregung“ behandelt.

Die zeitlich veränderliche Druckverteilung an einem Laufrad mit Deckscheibe wird durch verschiedene physikalische Effekte beeinflusst:

(A) **Erregerkräfte**, die unabhängig von der Rotorschwingung sind und stationäre wie instationäre Komponenten haben:

- (1) die ungleichförmige Strömung in der Leitvorrichtung, die über die Laufradaustrittsbreite und die Projektion der Radseitenwände wirkt, sofern diese nicht senkrecht auf der Pumpenachse stehen.
- (2) Ungleichförmigkeiten in der Radseitenraumströmung, die sowohl durch die Druckverteilung im Leitapparat als auch durch ungleichförmige Spaltströmung verursacht werden, z.B. wenn das Laufrad mit einer gewissen Exzentrizität im Dichtspalt läuft (was meistens der Fall ist). Werden die Gehäuse- und Radseitenwände nicht bearbeitet, treten ebenfalls Störungen in der Umfangssymmetrie auf.
- (3) Wenn das Laufrad infolge Wellendurchbiegung exzentrisch in den Dichtspalten läuft, entsteht eine ungleichförmige Druckverteilung, die stationäre Spaltkräfte erzeugt (Kap. 10.6.2).

(B) **Instationäre Reaktionskräfte**, die durch Rotorschwingungen verursacht werden:

- (4) Hydraulische Laufradwechselwirkung (Kap. 10.6.3)
- (5) Kräfte in Spaltdichtungen (Kap. 10.6)

Alle diese Effekte lassen sich meßtechnisch nicht streng voneinander trennen und entziehen sich auch einer genauen Vorausberechnung, bei der die Strömung in Laufrad und Leitvorrichtung dreidimensional modelliert werden müßte. Zur Abschätzung von Radialkräften werden daher üblicherweise Radialkraftbeiwerte verwendet, die aus Versuchen ermittelt wurden und somit statistische Werte darstellen; sie umfassen meist eine Kombination der Effekte (1) bis (3) und gelten für Laufräder mit axial durchströmten Spaltdichtungen üblicher Spaltweite. Zwei Definitionen solcher Radialschubbeiwerte (k_R und k_{Ru}) werden verwendet, deren Zahlenwerte sich um den Faktor der Druckzahl unterscheiden (es gilt $k_{Ru} = \psi k_R$):

$$k_R = \frac{F_R}{\rho g H d_2 b_{2ges}} \quad (9.6) \quad k_{Ru} = \frac{2 F_R}{\rho u_2^2 d_2 b_{2ges}} \quad (9.7)$$

F_R ist die Radialkraft, und $b_{2,ges}$ ist die Laufradaustrittsbreite inklusive der Wandstärken von Trag- und Deckscheibe am Laufradaustritt. Der Koeffizient k_R läßt sich auch als $k_R = \Delta p_{La}/(\rho g H)$ deuten, wobei Δp_{La} die mittlere Druckdifferenz darstellt, die auf die projizierte Fläche $d_2 b_{2,ges}$ wirkt.

Sofern nicht durch einen zusätzlichen Index („dyn“ für instationäre Schubanteile, oder „ges“ für die Summe aus stationären und instationären Anteilen) gekennzeichnet, stellen im folgenden alle k_R nur den „statischen“ (d.h. stationären) Radialschubbeiwert dar. Wie zahlreiche Untersuchungen zeigen, ist der Radialkraftbeiwert im praktisch wichtigen Bereich unabhängig von der Drehzahl bzw.

der Reynolds-Zahl; für geometrisch ähnliche Pumpen ist er unabhängig von der Größe, z.B. [10.22]. Für eine gegebene Pumpe hängt er primär von q^* ab.

9.3.2

Messung von Radialkräften

Zur Messung von Radialkräften stehen verschiedene Methoden zur Verfügung, deren Hauptmerkmale im folgenden besprochen werden. Um die Bedeutung experimenteller Radialschubbeiwerte richtig beurteilen zu können, muß man sich nämlich darüber Rechenschaft abgeben, wie und unter welchen Bedingungen sie gemessen wurden. Soweit bekannt, erfolgt die Messung grundsätzlich an einstufigen Pumpen. Einzelheiten über Instrumentierung und Auswertung findet man in der zitierten Literatur sowie in [9.7] und [9.8].

Integration der Druckverteilung: Zur Bestimmung der Radialkraft wird die Druckverteilung über dem Laufradumfang mittels Wandbohrungen oder Strömungssonden gemessen und integriert, z.B. [9.9 u. 9.10]. Beschränkt man sich auf Bohrungen in der Gehäusewand zur Messung des statischen Druckes, ist dieses Verfahren einfach, weil keine spezielle Instrumentierung benötigt wird. Die Genauigkeit ist gering bis mäßig – je nach Anzahl der Wandbohrungen. Wenn man mit Sonden ein dichtes Netz von Meßpunkten über die Umfangsfläche legt, läßt sich der effektive Radialschub ohne Verfälschung durch Spaltkräfte bestimmen.

Lagerkraftmessungen: In den meisten Untersuchungen wurden die Lagerkräfte der Pumpe mittels Kraftmeßdosen oder Dehnmeßstreifen ermittelt. Verwendet man Dehnmeßstreifen, sind diese an Konstruktionselementen (oft Stegen, die das Lager halten) anzubringen, die so elastisch sein müssen, daß die durch den Radialschub erzeugten Deformationen genügend genau meßbar werden. Durch derartig flexible Elemente werden die Eigenfrequenzen entsprechend herabgesetzt; der Frequenzbereich ist deshalb so zu wählen, daß die Messungen nicht durch Resonanzen verfälscht werden. Dies läßt sich überprüfen, indem man eine bekannte mechanische Unwucht an Stelle des Laufrades einbaut: in dem Drehzahlbereich, in dem die gemessenen Kräfte proportional zum Quadrat der Drehzahl sind, liegt keine Verfälschung durch Resonanzeffekte vor. Die mechanische Unwucht dient ebenfalls zur Eichung der Meßanordnung.

Die Lagerkraftmessung liefert die Resultierende aller am Laufrad angreifenden Kräfte; eine Trennung der Spaltkräfte ist nicht möglich (es sei denn, man verwende ein radial durchströmtes Labyrinth, dessen Radialkräfte klein sind). Die so ermittelten Radialkräfte hängen also von den Eigenschaften der Spaltdichtung ab – besonders von der Spaltweite und der Art der Spaltoberflächen (glatt oder gerillt).

Messung der Wellendurchbiegung: Wird die Wellendurchbiegung mittels Abstandsgebern gemessen, lassen sich, bei entsprechender Eichung der Meßvorrichtung, ebenfalls die Radialkräfte – unter Berücksichtigung der Durchbiegung unter Eigengewicht – bestimmen. Die Eichung erfolgt wiederum mit einer mechanischen Unwucht und/oder mit statischen Kräften (z.B. Gewichten). Wie bei der Messung der Lagerkräfte ist die dynamische Eichung wichtig, um Verfälschungen durch Resonanzeffekte zu vermeiden. Dem Lagerspiel ist besondere Beachtung zu schenken, da es die Meßergebnisse verfälscht. Dieses Meßverfahren ist relativ einfach,

aber nicht sehr genau (Lagerspiel, Rundlauffehler und Dynamik der Meßeinrichtung). Wie im vorigen Abschnitt kann man nur die Resultierende aus Radialschub und Spaltkräften messen.

Messung der Wellenspannungen: Durch auf der Welle angebrachte Dehnmeßstreifen lassen sich die auf das Laufrad wirkenden resultierenden Kräfte und Momente vollständig messen [9.11] und [10.22]. Diese sehr aufwendige Methode wird man nur dann einsetzen, wenn instationäre Kräfte im Vordergrund des Interesses stehen. Auch hier erfolgt die dynamische Eichung mittels Unwucht.

Kraftmessung mit Magnetlagern: Aktive Magnetlager lassen sich verwenden, um Kräfte zu messen. Dabei wird der Rotor durch zwei Magnetfelder zentriert, die von um den Rotor angeordneten Elektromagneten erzeugt werden. Der Strom in den Magneten wird über Abstandsgeber und eine Elektronik so geregelt, daß der Rotor in seiner zentrischen Lage gehalten wird. Die Lagerkräfte lassen sich aus der gemessenen Stromstärke und dem Luftspalt zwischen Rotor und Magnet (d.h. aus dem Abstandsgebersignal) ermitteln, [9.12]. Ein Vorteil dieses Meßverfahrens besteht darin, daß man die Versuchspumpe so steif bauen kann, daß Resonanzprobleme vermieden werden. Mit der Weiterentwicklung der Magnetlagertechnik kann diese Methode in Zukunft an Bedeutung gewinnen.

9.3.3 Pumpen mit Einfachspirale

Welche physikalischen Mechanismen den Radialschub erzeugen, sei am Beispiel der Einfachspirale betrachtet, die gemäß dem Erhaltungssatz für den Drehimpuls dimensioniert ist (Kap. 3.7 u. 4.2). Betrachten wir hierzu Bild 9.12, in dem Strömung und Druckverteilung in einer abgewickelten Spirale für verschiedene Förderströme skizziert sind: beim Auslegungsförderstrom entspricht der Laufradabströmwinkel etwa dem Zungenwinkel, die Verzögerung der Strömung erfolgt weitgehend nach dem Drallsatz, und die Druckverteilung ist nahezu gleichförmig; sie wird nur im Bereich der Zunge etwas gestört.

Bei Teillast ($q^* \ll 1,0$) ist der Spiralgehäusequerschnitt an jeder Stelle des Umfangs zu groß; das Fluid wird also von c_2 auf c_{sp} (mittlere Geschwindigkeit in der Spirale) verzögert. Der Sporn wird falsch angeströmt, so daß sich bei seiner Umströmung ein Unterdruck gegenüber dem mittleren Druck am Laufradaustritt einstellt. Der statische Druck nimmt folglich von einem Minimum hinter dem Sporn in Umfangsrichtung entsprechend der Verzögerung von c_2 auf c_{sp} zu. Bei tiefer Teillast – insbesondere bei $Q = 0$ – zirkuliert ein zunehmendes Fluidvolumen im Gehäuse; denn die Flüssigkeit in der Spirale kann wegen der Rotation des Laufrades auch bei $Q = 0$ nicht in Ruhe sein. Diese Zirkulation wird durch die Spiralgehäusezunge behindert, bei deren Umströmung Ablösungen auftreten (s. Bild 9.12b). Der Unterdruck verstärkt sich entsprechend.

Da die Strömungs- und Druckverteilung im Auslegungspunkt wenig über dem Laufradumfang variiert, ergibt ihre Integration nur eine kleine resultierende Radialkraft; bei unendlich dünner Zunge geht sie theoretisch gegen null. Dagegen führt die Ungleichförmigkeit der Strömung bei Teillast zu einer starken Änderung des Druckes über dem Laufradumfang, aus der eine Radialkraft resultiert, die

(meist) bei $Q = 0$ ihr Maximum erreicht. Wegen der Ablösung hinter der Zunge findet dort ein geringerer Druckrückgewinn statt als im weiteren Verlauf der Spirale, daher weist die Radialkraft bei Teillast in Richtung dieses Druckminimums, s. Bild 9.13a.

Bei Überlast ($q^* > 1,0$) sind die Spiralgehäusequerschnitte zu klein; die Strömung wird nach dem Laufradaustritt beschleunigt; der statische Druck nimmt von

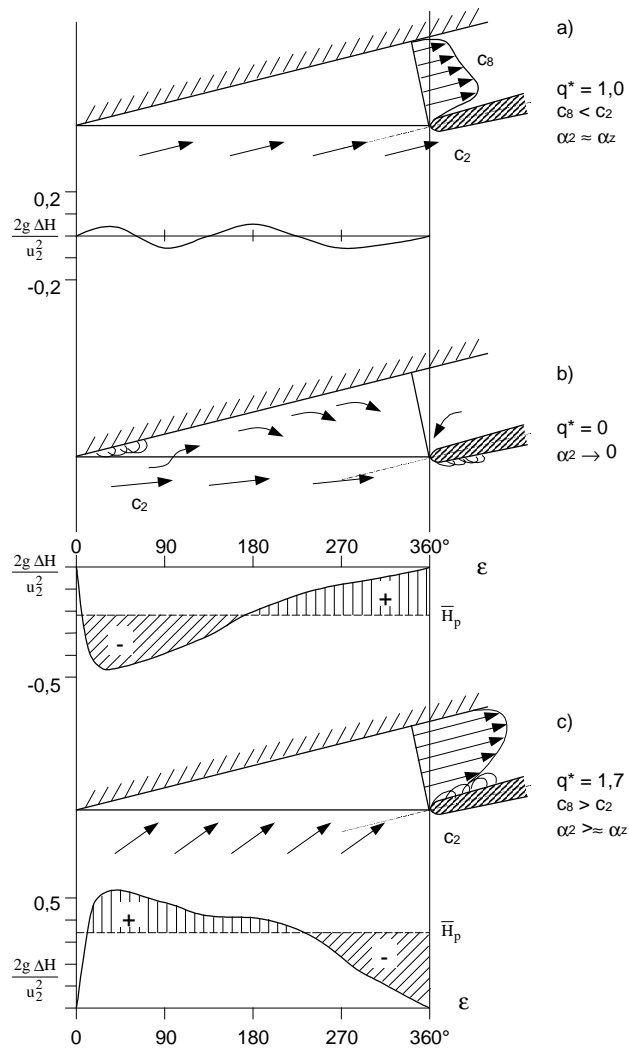


Bild 9.12. Druckverteilung und Strömungsverhältnisse in Spiralgehäusen

einem Maximum (Staupunkt) am Sporn in Umfangsrichtung entsprechend ab. Der Anströmwinkel der Gehäusezunge wird zu groß, und es treten Ablösungen im Druckstutzen auf. Stromabwärts der zu steil angeströmten Zunge liegt eine Stau-

9 Hydraulische Kräfte

strömung vor, so daß dort das Druckmaximum liegt; die Radialkraft weist demzufolge im wesentlichen von der Zunge weg, s. Bilder 9.12c und 9.13b.

Wie in Kap. 1.4.1 besprochen, ist die Druckverteilung in einer Kreiselpumpe ausschließlich eine Folge der Geschwindigkeitsverteilung. Die Strömung erfolgt im Absolutsystem auf gekrümmten Bahnen, und die örtliche Druckverteilung stellt sich nach Gl. (1.26) so ein, daß sie der durch die Bahnkrümmung erzeugten Zentrifugalkraft das Gleichgewicht hält. Wenn in einem Spiralgehäuse über dem Laufradumfang unterschiedliche Drücke gemessen werden, muß folglich auch die Strömung um die Laufschaufeln über den Umfang variieren. Somit ändern sich auch die Schaufelkräfte über dem Laufradumfang: ihre Resultierende ergibt den Radialkraftanteil auf die Schaufeln. Wenn also eine Radialkraft auf das Laufrad beobachtet wird, folgt daraus, daß die Schaufeln in jeder Umfangsstellung in einem anderen Betriebspunkt arbeiten. Diese extrem raschen Änderungen der Strömungsverteilung um die Schaufeln erfolgen – soweit erkennbar, und abgesehen von Druckschwankungen – trägheitsfrei.

Der statische Druck per se erzeugt nur dann eine Kraft, wenn er auf eine Wand wirkt; er ruft demnach eine resultierende Radialkraft an Trag- und Deckscheibe hervor, die sich zur Resultierenden der radialen Schaufelkraftkomponenten addiert.

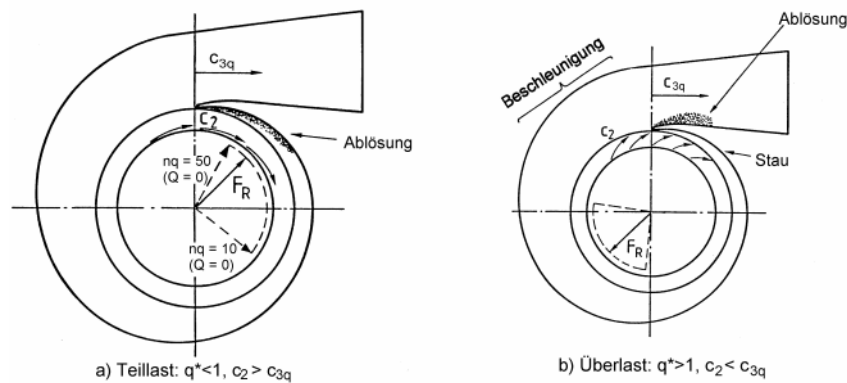


Bild 9.13. Radialschub in Einfachspiralen

Aus dem besprochenen Strömungsverhalten und den Bildern 9.12 und 9.13 ergeben sich folgende Zusammenhänge, die durch zahlreiche Untersuchungen bestätigt wurden:

- Die Radialkraft nimmt im Auslegungspunkt des *Spiralgehäuses* einen Minimalwert an, der im wesentlichen durch Unsymmetrien der Zungenanströmung (endliche Zungendicke), geometrische Toleranzen und dadurch bedingt ist, daß die Reibungsverluste, die den Druckaufbau in der Spirale beeinflussen, über dem Umfang nicht konstant sind. Wie in Kap. 7.8.2 erläutert, werden zudem nicht alle Spiralgehäuse streng nach Drallsatz ausgelegt.

- Der Förderstrom, bei dem das Radialkraftminimum auftritt, wird durch den Auslegungspunkt des *Spiralgehäuses* bestimmt, weil sich dort die gleichförmigste Strömung in der Spirale einstellt. Weicht der Auslegungsförderstrom des Laufrades von dem der Spirale ab, so hat das nur einen untergeordneten Einfluß. Betreibt man also zwei verschiedene Laufräder in einem gegebenen Spiralgehäuse, so findet man das Radialkraftminimum nach [9.14] beim gleichen Förderstrom. Verwendet man dagegen ein gegebenes Laufrad in zwei verschiedenen Spiralgehäusen, verschiebt sich das Radialkraftminimum mit wachsendem Spiralgehäusequerschnitt zu größeren Förderströmen.
- Der Förderstrom, bei dem die Radialkraft minimal wird, hängt von der spezifischen Drehzahl ab. Nach [9.17] liegt das Radialkraftminimum bei einem relativen Förderstrom $q^*(F_{R,\min})$, der aufgrund verschiedener Messungen aus der Literatur durch Gl. (9.8) mit einer Toleranz von $\pm 10\%$ gegeben ist:

$$q^*(F_{R,\min}) = 0,75 + 0,25 \frac{n_q}{40} \quad \text{für } n_q < 70 \quad (9.8)$$

- Die Radialkraft steigt bei Teillast und Überlast an; sie erreicht bei Teillast ein relatives Maximum, das meist bei $Q = 0$ liegt (siehe hierzu Bild 9.14, in dem der Radialkraftverlauf für Einfachspiralen und andere Gehäusebauarten dargestellt ist).
- Je größer die Spiralquerschnitte für einen gegebenen Grundkreis sind, desto höher werden die Ungleichförmigkeiten bei Teillastströmung. Der Radialschubbeiwert von Einfachspiralen steigt deshalb mit wachsender spezifischer Drehzahl bis zu einem Maximalwert an, der im Bereich $n_q = 50$ bis 60 liegt, siehe Bild 9.17 in Tafel 9.4. Das Maximum wird vermutlich dadurch bedingt, daß sich die Ungleichförmigkeit der Druckverteilung über dem Laufradumfang bei hohem n_q durch Rückströmungen vom Spiralgehäuse in den Saugraum teilweise abbaut, wenn bestimmte Grenzwerte der örtlichen Schaufelbelastung überschritten werden.
- Die Radialkraft auf das Laufrad wirkt bei Teillast in Richtung auf einen Punkt, der stromabwärts der Zunge liegt, Bild 9.13. Oberhalb des Auslegungspunktes der Spirale wirkt die Radialkraft in eine Richtung, die etwa um 180° gegenüber der Richtung bei Teillast versetzt ist. Im Bestpunktbereich wechselt also die Radialkrafttrichtung um 180° ; die Richtung ist daher im Bestpunkt unsicher.
- Für eine gegebene Pumpe variiert die Radialkrafttrichtung mit q^* . Betrachten wir verschiedene Pumpen, so hängt die Radialkrafttrichtung von der Gehäuseform und somit von der spezifischen Drehzahl ab. In Bild 9.13 ist diese Abhängigkeit nach Messungen in [9.2] für $Q = 0$ angegeben.
- Alle Angaben über Größe und Richtung der Radialkraft sind mit Unsicherheiten behaftet, weil der Flächenverlauf im Spiralgehäuse und die Radseitenräume die Druckverteilung – und damit den Radialschub – beeinflussen.
- Wie oben ausgeführt, läßt sich der eigentliche Radialschub nicht ohne Sondermaßnahmen von den Spaltkräften trennen; bei axialen Spaltdichtungen beeinflusst das Spaltspiel folglich die gemessenen Radialkräfte. Daher sind in Tafel 9.4 Radialschubbeiwerte für „normale“ und doppelte Spaltspiele angegeben; Normalspiele entsprechen etwa den Werten nach Gl. (3.12).

9 Hydraulische Kräfte

- Wenn der Abstand der Spiralgehäusezunge vom Laufrad stark vergrößert wird, behindert die Zunge bei $Q = 0$ die Zirkulation des Fluids weniger und der Radialschub sinkt gegenüber dem Wert bei kleinem Zungenabstand um einige Prozent.

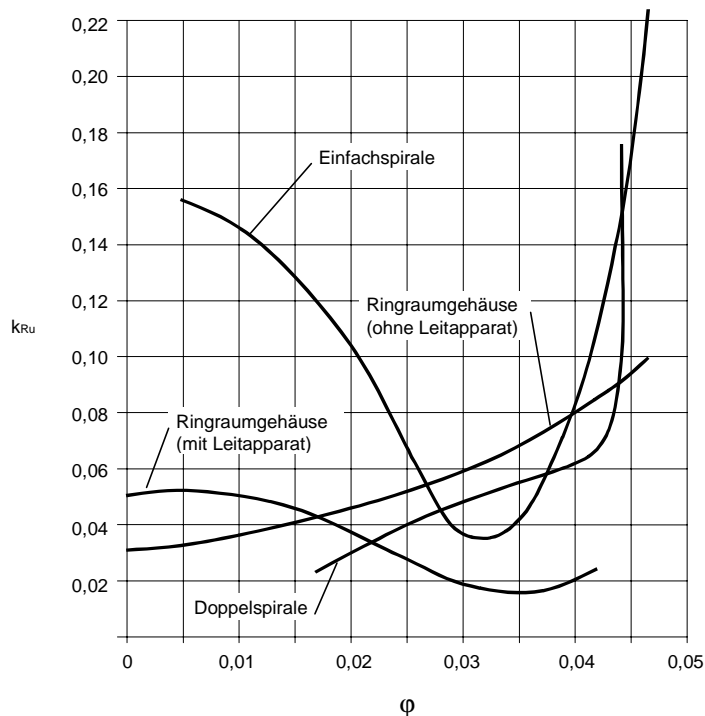


Bild 9.14. Radialschub in verschiedenen Gehäusebauarten, $n_q = 19$, [9.15]

9.3.4 Pumpen mit Doppelspirale

Doppelspiralen werden eingesetzt, um den Radialschub zu verringern. Führt man 180° gegenüber der Spiralgehäusezunge eine zweite Zunge ein, wird gemäß Bild 9.15 offensichtlich die Umfangssymmetrie verbessert. Die Druckverteilung in beiden Teilspiralen (über einen Umschlingungswinkel von 180°) verhält sich analog zu Bild 9.12, wie Messungen aus [5.37] zeigen. Gemäß Bild 9.15 genügt schon eine kurze Rippe, um den Radialschub bei $Q = 0$ weitgehend auszugleichen (Versuch 4). Durch Verlängern der Rippe bis zur vollen Doppelspirale, Versuch 2, ergibt sich ein über dem Förderstrom nahezu konstanter Radialkraftverlauf. Im Bereich von $q^* = 0$ bis etwa 1,1 findet man daher häufig, daß die Abhängigkeit des Radialschubes vom Förderstrom schwach und unsystematisch ist, z.B. [9.2]. Auch die Radialkrafttrichtung ist bei Doppelspiralen unsicher.

Bei Förderströmen, die den Auslegungspunkt des Spiralgehäuses wesentlich übersteigen, kann der Radialschub von Doppelspiralen hingegen stark zunehmen, wie aus Bild 9.14 hervorgeht. Der Schubanstieg kommt dadurch zustande, daß innerer und äußerer Kanal unterschiedliche Strömungswiderstände aufweisen. Folglich wird der Durchfluß durch beide Kanäle verschieden groß, so daß das Laufrad in beiden Halbspiralen in unterschiedlichen Betriebspunkten auf der Kennlinie läuft. Auf diese Weise erzeugt das Laufrad in beiden Halbspiralen unterschiedliche Spaltdrücke, die eine entsprechende Radialkraft hervorrufen. Da die Strömungswiderstände quadratisch mit dem Förderstrom wachsen, kann die Radialkraft bei $q^* > 1$ steil ansteigen, während die Wirkung bei Teillast gering ist.

Wenn die beiden Spiralgehäusezungen nicht um 180° versetzt sind, was aus konstruktiven Gründen manchmal der Fall ist (mittengeeilte Pumpen oder Entwässerung der unteren Spirale), wird die Umfangssymmetrie gestört und der Radialschub steigt gegenüber der 180° -Spirale wieder an, dergestalt, daß eine um 90° versetzte Spiralgehäusezunge überhaupt keine ausgleichende Wirkung mehr hat, wie das durch den Faktor F_{Dsp} in Bild 9.18, Tafel 9.4, belegt wird, [9.13].

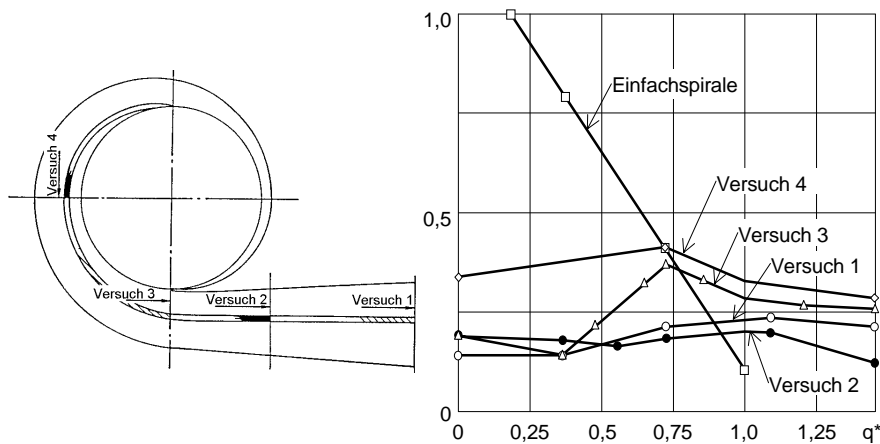


Bild 9.15. Radialschubausgleich durch Doppelspiralen (Radialschub bezogen auf Schub in Einfachspirale bei $Q = 0$), [B.9]

9.3.5 Pumpen mit Ringraum

Wie oben besprochen, kommt der Radialschub von Einfachspiralen bei $Q = 0$ dadurch zustande, daß die Zunge die Rotation des Fluids im Gehäuse beim Betrieb gegen geschlossenen Schieber behindert und somit stromabwärts der Zunge durch Ablösungen ein Druckminimum entsteht. Im unbeschaukelten, konzentrischen Ringraum hingegen kann das Fluid bei $Q = 0$ nahezu frei zirkulieren. Daher nimmt der Radialschub bei Pumpen mit Ringraum bei $Q = 0$ seinen kleinsten Wert an; er steigt dann mit zunehmendem Förderstrom etwa linear an, Bild 9.14. Bei Überlast, wenn der Ringraum wesentlich zu klein für den geförderten Volumenstrom ist, er-

gibt sich ein ausgeprägtes Druckminimum im Bereich stromaufwärts des Druckstutzens; dann steigt auch der Radialschub: der Druckstutzen wirkt wie eine kräftige Senke.

9.3.6 Leitradpumpen

Der Radialschub in Leitradpumpen entsteht durch geometrische Toleranzen des Leitrades sowie durch Unsymmetrien in der Abströmung wie sie z.B. durch den Druckstutzen hervorgerufen werden können. Dies besonders dann, wenn das Leitrad kurze Kanäle mit nur geringer Überdeckung aufweist. (Durch einen Stüttschaufelring, der im wesentlichen aus wirkungsfreien Schaufeln besteht, läßt sich der Radialschub also kaum verringern.) Die vorliegenden Messungen lassen keine eindeutige Abhängigkeit der Radialschubbeiwerte von der spezifischen Drehzahl oder sonstigen geometrischen Parametern erkennen. Einzig eine Exzentrizität des Laufrades gegenüber dem Leitrad führt zu definierten Radialschüben, die etwa proportional zur Exzentrizität sind und dezentrierend wirken, [9.16]. Da meist nur geringe Exzentrizitäten auftreten, haben diese Radialkraftanteile wenig praktische Bedeutung; sie sind in den statistischen Meßdaten in Tafel 9.4 implizit enthalten.

9.3.7 Radialschub infolge ungleichförmiger Zuströmung

Einlaufkammern von Pumpen mit durchgehender Welle (mehrstufige oder doppel-flutige, einstufige Pumpen) erzeugen vor dem Laufrad eine über dem Umfang ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilung, Kap. 7.13. Insbesondere stellt sich über eine Hälfte des Laufrades vorwiegend ein Mitdrall ein, während die andere Hälfte im wesentlichen mit Gegendrall beaufschlagt wird, Bild 7.44. Diese Variation in der Umfangskomponente c_{1u} führt nach der Euler-Gleichung zu unterschiedlicher Arbeitsübertragung in den verschiedenen Segmenten des Laufrades. Hierdurch entsteht eine stationäre Radialkraft, die als Funktion des Förderstromes nach Größe und Richtung wechselt. Bild 9.16 zeigt Messungen aus [B.20] an einem Laufrad mit $n_q = 33$: bei Versuch 1 war ein Einlauf montiert, wie er bei mehrstufigen Pumpen verwendet wird, während bei Versuch 2 ein Einsatz mit Rippen vorhanden war, der die Zuströmung zum Laufrad vergleichmäßigte. Nach diesen Versuchen wachsen die durch ungleichförmige Zuströmung erzeugten Radialkräfte besonders bei $q^{*} \gg 1$ stark an, weil die durch das Einlaufgehäuse hervorgerufenen Störungen mit zunehmenden Trägheitskräften (wachsender Geschwindigkeit) steigen. Die Kraftrichtung hängt stark vom Förderstrom ab. Derartige Variationen beeinflussen die Lagerbelastung und damit das Schwingungsverhalten von Hochdruckpumpen (s. Kap. 10). Diese Ergebnisse bestätigen, daß verschiedene Sektoren eines Laufrades stationär bei unterschiedlichen Strömungszuständen – das bedeutet auch bei verschiedenen Punkten auf der Kennlinie – arbeiten können.

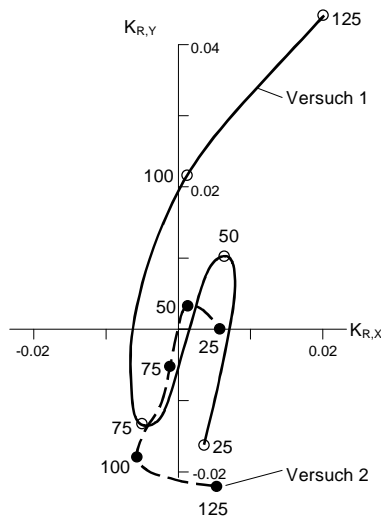


Bild 9.16. Einfluß der Zuströmung auf die statischen Radialschubbeiwerte nach Richtung und Betrag. Die Zahlenwerte bedeuten q^* in Prozent. *Versuch 1*: mit Einlaufgehäuse mehrstufiger Pumpen; *Versuch 2*: mit Rippen, die eine weitgehend rotationssymmetrische Zuströmung liefern, [B.20].

9.3.8 Axialpumpen

Radialkräfte an Axialpumpen werden im wesentlichen durch ungleichförmige Zu- und Abströmung (Eintrittskrümmung oder andere Störungen) verursacht. Störungen der Umfangssymmetrie in der Abströmung hinter dem Laufrad tragen ebenfalls zum Radialschub bei. Die Radialkraftbeiwerte werden gemäß Tafel 9.4 mit dem Laufradaußendurchmesser gebildet. Nach Messungen in [9.15] betragen die stationären Radialkraftbeiwerte $k_{R,D} = 0,02$ für $q^* < 1,2$; bei noch größerem Durchfluß steigen sie infolge zunehmender Ungleichförmigkeiten der Zu- und Abströmung stark an. Die instationären Radialschubbeiwerte liegen bei $k_{R,D} = 0,01$.

9.3.9 Radialschubausgleich

Wenn eine Pumpe für den effektiv auftretenden stationären Radialschub nicht ausreichend bemessen und konstruiert wurde, können verschiedene betriebliche Probleme auftreten:

- Zu große Wellendurchbiegung und Dichtspaltverschleiß
- Der Radialschub erzeugt in der Welle Wechsellasten, die zu Wellenbrüchen führen können.
- Überbelastung der Lager und damit Lagerschäden

9 Hydraulische Kräfte

- Schäden an der Wellendichtung (insbesondere bei Gleitringdichtungen) infolge zu großer Wellendurchbiegung. Für Pumpen, die nach [N.7] gebaut werden, ist die Durchbiegung an der Gleitringdichtung auf $50\ \mu\text{m}$ zu begrenzen.

Der stationäre Radialschub läßt sich durch konstruktive Maßnahmen reduzieren:

1. Doppelspiralen oder eine der Spiralgehäusezunge gegenüberliegende Rippe gemäß Bild 9.15. Auch Mehrfachspiralen kommen in Sonderfällen in Betracht.
2. Einbau eines Leitrades, das aber eine genügende Überdeckung der Schaufeln bzw. eine genügende Kanallänge aufweisen muß, um den gewünschten Druckausgleich zu bewirken.
3. Im Teillastgebiet entstehen in Pumpen mit Ringräumen nach Bild 9.14 wesentlich kleinere Radialkräfte als bei Einfachspiralen (zu beachten ist allerdings die Radialschubvergrößerung bei Überlast). Da ein Ringraum bei niedrigen spezifischen Drehzahlen nur eine geringe Wirkungsgradeinbuße bedeutet, kann diese Ausführung durchaus sinnvoll sein. Wie in Kap. 7.12 erläutert, schafft auch die Kombination eines Ringraumes mit einer Spirale günstige Verhältnisse.
4. Wird die Radseitenraumströmung von der Strömung im Spiralgehäuse entkoppelt, indem man zwischen Laufraddeckscheiben und Gehäuse enge Spalte ausführt, wirkt die ungleichförmige Druckverteilung nicht mehr auf die projizierte Deckscheibenfläche und der Radialschub wird entsprechend reduziert. Wenn die Entkoppelung wirksam ist (enge Spalte), gleichen sich etwaige Druckunterschiede über dem Umfang der Radseitenräume weitgehend aus, sofern sie nicht durch exzentrischen Lauf in der Spaltdichtung hervorgerufen werden. Die gezielte Entkoppelung durch konstruktive Maßnahmen wird man nur in Sonderfällen in Betracht ziehen.
5. Weite Radseitenräume fördern den Druckausgleich, wodurch sich der Radialschub – besonders bei Teillast – verringert; bei $Q = 0$ ist die Wirkung am größten.

Die Effekte 4 und 5 sind teilweise gegenläufig, welche Wirkung im Einzelfall überwiegt, läßt sich schwer im voraus beurteilen.

9.3.10 Radialschubberechnung

Zur Dimensionierung der Lager einstufiger Pumpen und für die Berechnung der Welle und deren Durchbiegung müssen die auf das Laufrad wirkenden Radialkräfte über dem gesamten Förderstrombereich bekannt sein. Üblicherweise berechnet man diese Kräfte aus experimentell ermittelten Radialkraftbeiwerten gemäß Gl. 9.6 oder 9.7. Tafel 9.4 liefert die für diesen Zweck benötigten Angaben für Einfach- und Doppelspiralen, Ringgehäuse und Leiträder, [9.13].

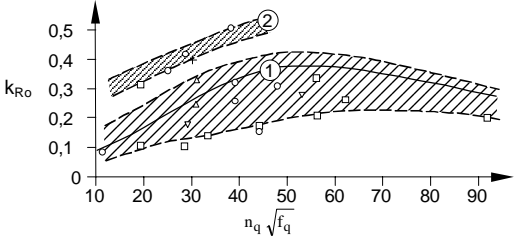
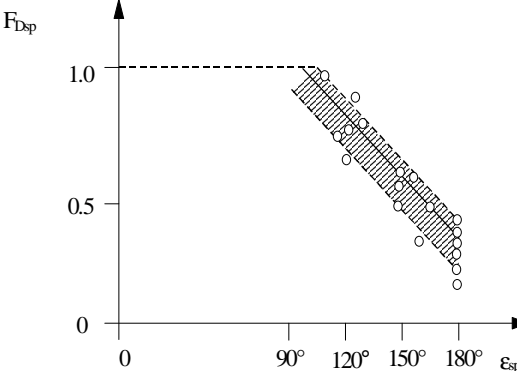
Erläuterungen zu Tafel 9.4:

- (1) In Tafel 9.4 bezieht sich q^* immer auf den *Auslegungsförderstrom des Gehäuses*.
- (2) Für Einfachspiralen gibt Bild 9.17 (in Tafel 9.4) Radialschubbeiwerte k_{R0} für den Betrieb gegen geschlossenen Schieber als Funktion der spezifischen

Drehzahl, die in diesem Fall aber mit dem Auslegungsförderstrom der Spirale zu bilden ist. Bei doppelflutigen Laufrädern ist dies besonders zu beachten. Unter dieser Voraussetzung gilt Bild 9.17 für einflutige und doppelflutige Laufräder.

- (3) Im Bestpunkt wird der Radialschub nicht null, sondern bleibt endlich. Eine Abhängigkeit von n_q konnte nicht gefunden werden.
- (4) Die Daten in Bild 9.17 stammen aus [9.13 u. 9.2] und wurden mit den verfügbaren Literaturangaben verglichen. Bei Spielvergrößerung ergeben sich nach Kurve 2 höhere Koeffizienten. Diese sind auch für radial durchströmte Spaltdichtungen zu verwenden.
- (5) Für Doppelspiralen ist k_{R_0} aus Bild 9.17 mit dem Korrekturfaktor F_{Dsp} aus Bild 9.18 (in Tafel 9.4) zu multiplizieren, der vom Umschlingungswinkel der inneren Spirale abhängt. Der so erhaltene Wert gilt etwa für $q^* = 0$ bis 1,1. Bei $q^* \gg 1$ kann der Radialschub stark ansteigen.
- (6) Sind die Teilspiralen einer Doppelspirale streng symmetrisch („Zwillingsspiralen“ nach Bild 7.34), betragen die Radialkräfte nur 30 bis 50 % der Schübe, welche von Doppelspiralen erzeugt werden, die in einen gemeinsamen Druckstutzen fördern. Zwillingsspiralen findet man z.B. bei mehrstufigen Pumpen nach Bild 2.7.
- (7) Für Ringräume gibt es in der Literatur nur wenig Angaben; man muß daher mit einer großen Unsicherheit rechnen. Der Verlauf $k_R(q^*)$ hängt von der Dimensionierung des Ringraumes ab. Solange das Verhältnis c_R/c_2 klein ist steigt der Schub etwa linear mit dem Förderstrom. Wenn das Fluid im Bereich des Druckstutzens stark beschleunigt wird, steigen die Kräfte vermutlich eher quadratisch mit dem Durchfluß.
- (8) Für die Radialkraftbeiwerte von Leitradpumpen lassen sich weder Abhängigkeiten von n_q noch von geometrischen Parametern angeben.
- (9) Die instationären Radialschübe sind recht ähnlich für alle Gehäusetypen. Die angegebenen Daten sind als Breitband-Effektivwerte für das ganze interessierende Spektrum aufzufassen. Bild 10.14 gibt Breitbandwerte für verschiedene Bereiche des Spektrums, s. a. Kap. 10.7.
- (10) Offene und halboffene Laufräder können etwas höhere Radialkraftbeiwerte haben als geschlossene, weil der Druckausgleich über den Radseitenraum fehlt.
- (11) Kavitation hat nur dann einen wesentlichen Einfluß auf den stationären Radialschub, wenn die Pumpe im Bereich der Vollkavitation arbeitet. Ausgeprägte Kavitation ruft aber häufig instationäre Radialschubanteile hervor, die zu unruhigem Lauf führen, [9.13].
- (12) Für die Berechnung von Lagern und Wellen wird man vorsichtigerweise die Summe aus statischem und dynamischen Radialschüben, $k_{R,ges} = k_R + k_{R,dyn}$, einsetzen. Um die Lagerbelastung genauer zu erfassen, wären die durch instationäre Radialkräfte verursachten Schwingungen zu analysieren. Die Größe der instationären Kräfte kann man hierfür aus Bild 10.14 abschätzen, wenn keine Messungen vorliegen.
- (13) Im allgemeinen ist zu empfehlen, für die mechanische Dimensionierung immer mindestens $k_{R,ges} = 0,15$ einzusetzen.

9 Hydraulische Kräfte

Tafel 9.4 Radialschubberechnung		
q^* bezieht sich auf Auslegungspunkt des <i>Leitapparates</i>		
Radialkraft	$F_R = k_R \rho g H d_2 b_{2ges}$	
1. Stationäre Radialkräfte		
	$q^* = 0$	$0 < q^* < 1$
Einfachspirale	k_{Ro} aus Bild 9.17	$k_R = (k_{Ro} - k_{R,opt})(1 - q^{*2}) + k_{R,opt}$
Doppelspirale	$k_{R,Dsp} = F_{Dsp} k_{Ro}$ mit $F_{Dsp} = (1,75 - 0,0083 \epsilon_{sp}^\circ)$ aus Bild 9.18 ¹⁾	
Zwillingsspirale	$k_{R,Zsp} = (0,3 \text{ bis } 0,5)k_{R,Dsp}$	
Ringraum	$k_{Ro} = 0,03 - 0,1$	$k_R = k_{Ro} (1 + q^* + a q^{*2})$ a hängt ab von Geometrie
Leitrad	$k_{Ro} = 0,02 \div 0,09$	$k_{R,opt} = 0,01 \div 0,06$
2. Instationäre Radialkräfte		
	$q^* < 0,5$	$q^* = 1$
Alle Spiralgehäusetypen und Ringräume	$k_{R,inst} = 0,07 \div 0,12$	$k_{R,inst} = 0,01 \div 0,05$
Leiträder	$k_{R,inst} = 0,04 \div 0,16$	$k_{R,inst} = 0,01 \div 0,09$
3. Axialpumpen		
$F_R = k_{R,D} \rho g H d_2^2$	stationär: $k_{R,D} = 0,02$ für $q^* < 1,2$	instationär: $k_{R,D} = 0,01$
	<p>Kurve 1: Spaltspiel nach Gl. (3.12) Kurve 2: Doppeltes Spiel</p> <p>$f_q = 1$ einflutig $f_q = 2$ doppelflutig</p>	
Bild 9.17. Radialkraftbeiwerte von Einfachspiralen bei Betrieb gegen geschlossenen Schieber ($Q = 0$)		
	<p>ϵ_{sp} = Umschlingungswinkel der inneren Spirale (Tafel 0.2)</p> <p>¹⁾ Bei Doppel- und Zwillingsspiralen hängen F_{Dsp} und k_R unter $q^* \approx 1,1$ wenig vom Durchsatz ab; für $q^* \gg 1$ kann der Radialschub stark ansteigen.</p>	
Bild 9.18. Radialkraftbeiwerte von Doppelspiralen		