

Inhaltsverzeichnis

Kapitel I: Zahlen, Gleichungen und Gleichungssysteme	1
§1. Mengen	1
§2. Natürliche Zahlen	4
2.1 Peanosche Axiome	4
2.2 Vollständige Induktion	5
2.3 Geometrische Summenformel	8
2.4 Permutationen	9
2.5 Der binomische Lehrsatz	9
§3. Mathematische Beweismethoden	11
§4. Reelle Zahlen	13
4.1 Zahlenmengen und Operationen	13
4.2 Die Rechengesetze für reelle Zahlen	14
4.3 Potenzrechnen	16
4.4 Logarithmen	17
4.5 Anordnung der reellen Zahlen	18
§5. Gleichungen und Ungleichungen mit MAPLE	20
5.1 Gleichungen	20
5.2 Ungleichungen	23
§6. Lineare Gleichungssysteme	24
6.1 Ein Einführungsbeispiel	24
6.2 Begriffsbildung und Notation	26
6.3 Das Lösen von linearen Gleichungssystemen	27
§7. Lösen von linearen Gleichungssystemen mit MAPLE	33
Zusammenstellung der MAPLE-Befehle	36
Aufgaben zu Kapitel I	38
 Kapitel II: Vektorrechnung	 41
§1. Vektoren im $\mathbb{R}^2$	42
1.1 Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	42
1.2 Addition zweier Vektoren	43
1.3 Die Länge (der Betrag) eines Vektors	43
1.4 Das Skalarprodukt zweier Vektoren	45
1.5 Geometrische Anwendung	47
§2. Vektoren im $\mathbb{R}^3$	50
2.1 Rechenregeln für Vektoren	50
2.2 Projektion eines Vektors	53
2.3 Das Vektorprodukt (Kreuzprodukt) zweier Vektoren	54
2.4 Das Spatprodukt von drei Vektoren	58
§3. Vektorrechnung mit MAPLE	60
§4. Geraden und Ebenen im $\mathbb{R}^3$	63
4.1 Vektorielle Darstellung von Geraden	63
4.2 Lage zweier Geraden zueinander	64

4.3	Abstandsberechnung zu Geraden	66
4.4	Vektorielle Darstellung von Ebenen	69
4.5	Lage zweier Ebenen zueinander	71
4.6	Abstandsberechnung zu Ebenen	73
4.7	Berechnung des Schnittes einer Geraden mit einer Ebene	75
§5.	Punkte, Geraden und Ebenen mit MAPLE	77
5.1	Definition der geometrischen Objekte	77
5.2	Beziehungen von geometrischen Objekten zueinander	79
5.3	Die MAPLE-Prozedur <code>geom</code>	83
§6.	Vektorräume	85
6.1	Vektorrechnung im $\mathbb{R}^n$	85
6.2	Vektorräume	87
6.3	Linearkombination und Erzeugnis	90
6.4	Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit	92
6.5	Basis und Dimension	95
	Zusammenstellung der MAPLE-Befehle	99
	Aufgaben zu Kapitel II	100
Kapitel III: Matrizen und Determinanten		106
§1.	Matrizen	106
1.1	Einführung, spezielle Matrizen	106
1.2	Rechenoperationen für Matrizen	108
1.3	Inverse Matrix	111
1.4	Das Matrizenrechnen mit MAPLE	115
1.5	Lineare Abbildungen	118
1.6	Anwendungsbeispiele	119
§2.	Determinanten	122
2.1	Einführung	122
2.2	Rechenregeln für zweireihige Determinanten	123
2.3	n -reihige Determinanten	125
2.4	Anwendungen von Determinanten	129
§3.	Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen	131
3.1	Lineare Gleichungssysteme, Rang	131
3.2	Anwendungen	136
	Zusammenstellung der MAPLE-Befehle	140
	Aufgaben zu Kapitel III	142
Kapitel IV: Elementare Funktionen		145
§1.	Grundbegriffe und allgemeine Funktionseigenschaften	145
1.1	Grundbegriffe	145
1.2	Elementare Funktionen in MAPLE	149
1.3	Allgemeine Funktionseigenschaften	155
§2.	Polynome	163
2.1	Festlegung von Polynomen durch Wertepaare	164

2.2	Koeffizientenvergleich	165
2.3	Teilbarkeit durch einen Linearfaktor	166
2.4	Nullstellenproblem	167
2.5	Interpolationspolynome mit dem Newton-Algorithmus	170
2.6	Polynome mit MAPLE	173
§3.	Rationale Funktionen	177
3.1	Rationale Funktionen	177
3.2	Anwendung: Übertragungsfunktion bei LC-Kreisen	181
3.3	Rationale Funktionen mit MAPLE	182
§4.	Potenz- und Wurzelfunktionen	185
§5.	Exponential- und Logarithmusfunktion	187
5.1	Exponentialfunktion	187
5.2	Logarithmusfunktion	189
§6.	Trigonometrische Funktionen	192
6.1	Grundbegriffe	192
6.2	Sinus- und Kosinusfunktion	192
6.3	Tangens- und Kotangensfunktion	197
6.4	Arkusfunktionen	199
	Zusammenstellung der Vereinfachungsbefehle von MAPLE	205
	Aufgaben zu Kapitel IV	206
Kapitel V: Die komplexen Zahlen		209
§1.	Darstellung komplexer Zahlen	210
1.1	Algebraische Normalform	210
1.2	Trigonometrische Normalform	212
1.3	Exponentielle Normalform	212
1.4	Umformungen der Normalformen	213
1.5	Komplexe Zahlen mit MAPLE	215
§2.	Komplexe Rechenoperationen	217
2.1	Addition	218
2.2	Subtraktion	218
2.3	Multiplikation	219
2.4	Division	221
2.5	Potenz	223
2.6	Wurzeln	224
2.7	Fundamentalsatz der Algebra	226
§3.	Komplexe Rechnung mit MAPLE	227
§4.	Anwendungen	229
§5.	Übertragungsfunktion für RCL-Filterschaltungen	242
5.1	Übertragungsfunktion für lineare Ketten	246
5.2	Beispiele	250
5.3	Dimensionierung von Hoch- und Tiefpässen	254
	Aufgaben zu Kapitel V	259

Kapitel VI: Differential- und Integralrechnung	262
§1. Grenzwert und Stetigkeit einer Funktion	262
1.1 Reelle Zahlenfolgen	262
1.2 Funktionsgrenzwert	268
1.3 Stetigkeit einer Funktion	273
§2. Differentialrechnung	276
2.1 Einführung	276
2.2 Rechenregeln bei der Differentiation	282
2.3 Anwendungsbeispiele aus Physik und Technik	295
2.4 Differential einer Funktion	298
2.5 Anwendung der Differentialrechnung in der Mathematik	303
2.6 Extremwertaufgaben (Optimierungsprobleme)	310
2.7 Sätze der Differentialrechnung	315
2.8 Spektrum eines strahlenden schwarzen Körpers	320
§3. Integralrechnung	323
3.1 Das Riemann-Integral	323
3.2 Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung	329
3.3 Grundregeln der Integralrechnung	338
3.4 Integrationsmethoden	340
3.5 Uneigentliche Integrale	357
3.6 Anwendungen der Integralrechnung	360
Zusammenstellung der MAPLE-Befehle	379
Aufgaben zu Kapitel VI	380
 Kapitel VII: Funktionenreihen	 386
§1. Zahlenreihen	388
1.1 Beispiele	390
1.2 Konvergenzkriterien	395
§2. Potenzreihen	401
§3. Taylorreihen	410
§4. Taylorreihen mit MAPLE	420
§5. Anwendungen	423
5.1 Näherungspolynome einer Funktion	423
5.2 Integration durch Potenzreihenentwicklung	429
§6. Komplexwertige Funktionen	431
6.1 Komplexe Potenzreihen	431
6.2 Die Eulersche Formel	433
6.3 Eigenschaften der komplexen Exponentialfunktion	434
6.4 Komplexe Hyperbelfunktionen	436
6.5 Differentiation und Integration	437
Zusammenstellung der MAPLE-Befehle	440
Aufgaben zu Kapitel VII	441

Kapitel VIII: Numerisches Lösen von Gleichungen	444
§1. Intervallhalbierungs-Methode	446
§2. Pegasus-Verfahren	452
§3. Banachsches Iterationsverfahren	455
§4. Newton-Verfahren	468
§5. Regula falsi	473
§6. Bestimmung von Polynom-Nullstellen	474
Aufgaben zu Kapitel VIII	477
Kapitel IX: Numerische Differentiation und Integration	478
§1. Numerische Differentiation	478
1.1 Differenzenformeln für die erste Ableitung	478
1.2 Differenzenformeln für die zweite Ableitung	485
1.3 Differenzenformeln für die n -te Ableitung	486
§2. Numerische Integration	487
2.1 Die Rechteckregel	488
2.2 Die Trapezregel	490
2.3 Die Simpson-Regel	491
Zusammenstellung der MAPLE-Befehle	493
Aufgaben zu Kapitel IX	494
Anhang A: Lösungen zu den Übungsaufgaben	495
Anhang B: Einführung in MAPLE	507
Anhang C: Die CD-ROM	517
Literaturverzeichnis	521
Index	523
Verzeichnis der MAPLE-Befehle	533