

# Inhaltsverzeichnis

<b>I. Normierte Räume</b>	1
I.1 Beispiele normierter Räume	1
I.2 Eigenschaften normierter Räume	23
I.3 Quotienten und Summen von normierten Räumen	34
I.4 Aufgaben	35
I.5 Bemerkungen und Ausblicke	40
<b>II. Funktionale und Operatoren</b>	45
II.1 Beispiele und Eigenschaften stetiger linearer Operatoren	45
II.2 Dualräume und ihre Darstellungen	58
II.3 Kompakte Operatoren	65
II.4 Interpolation von Operatoren auf $L^p$ -Räumen	72
II.5 Aufgaben	80
II.6 Bemerkungen und Ausblicke	87
<b>III. Der Satz von Hahn-Banach und seine Konsequenzen</b>	93
III.1 Fortsetzungen von Funktionalen	93
III.2 Trennung konvexer Mengen	100
III.3 Schwache Konvergenz und Reflexivität	104
III.4 Adjungierte Operatoren	109
III.5 Differentiation nichtlinearer Abbildungen	112
III.6 Aufgaben	126
III.7 Bemerkungen und Ausblicke	131
<b>IV. Die Hauptsätze für Operatoren auf Banachräumen</b>	137
IV.1 Vorbereitung: Der Bairesche Kategoriensatz	137
IV.2 Das Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit	140
IV.3 Der Satz von der offenen Abbildung	151

IV.4 Der Satz vom abgeschlossenen Graphen . . . . .	154
IV.5 Der Satz vom abgeschlossenen Bild . . . . .	158
IV.6 Projektionen auf Banachräumen . . . . .	161
IV.7 Aufgaben . . . . .	164
IV.8 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	170
<b>V. Hilberträume . . . . .</b>	<b>173</b>
V.1 Definitionen und Beispiele . . . . .	173
V.2 Fouriertransformation und Sobolevräume . . . . .	181
V.3 Orthogonalität . . . . .	194
V.4 Orthonormalbasen . . . . .	201
V.5 Operatoren auf Hilberträumen . . . . .	208
V.6 Aufgaben . . . . .	213
V.7 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	220
<b>VI. Spektraltheorie kompakter Operatoren . . . . .</b>	<b>227</b>
VI.1 Das Spektrum eines beschränkten Operators . . . . .	227
VI.2 Die Theorie von Riesz . . . . .	232
VI.3 Kompakte Operatoren auf Hilberträumen . . . . .	240
VI.4 Anwendungen auf Integralgleichungen . . . . .	246
VI.5 Nukleare Operatoren . . . . .	256
VI.6 Hilbert-Schmidt-Operatoren . . . . .	268
VI.7 Aufgaben . . . . .	278
VI.8 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	282
<b>VII. Spektralzerlegung selbstadjungierter Operatoren . . . . .</b>	<b>289</b>
VII.1 Der Spektralsatz für beschränkte Operatoren . . . . .	289
VII.2 Unbeschränkte Operatoren . . . . .	312
VII.3 Der Spektralsatz für unbeschränkte Operatoren . . . . .	326
VII.4 Operatorhalbgruppen . . . . .	329
VII.5 Aufgaben . . . . .	350
VII.6 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	355
<b>VIII. Lokalkonvexe Räume . . . . .</b>	<b>365</b>
VIII.1 Definition lokalkonvexer Räume; Beispiele . . . . .	365
VIII.2 Stetige Funktionale und der Satz von Hahn-Banach . . . . .	372
VIII.3 Schwache Topologien . . . . .	379
VIII.4 Extrempunkte und der Satz von Krein-Milman . . . . .	390
VIII.5 Einführung in die Distributionentheorie . . . . .	399
VIII.6 Aufgaben . . . . .	408
VIII.7 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	415

<b>IX. Banachalgebren</b> . . . . .	425
IX.1 Grundbegriffe und Beispiele . . . . .	425
IX.2 Die Gelfandsche Darstellungstheorie . . . . .	429
IX.3 $C^*$ -Algebren . . . . .	435
IX.4 Aufgaben . . . . .	446
IX.5 Bemerkungen und Ausblicke . . . . .	449
<b>Anhang A. Maß- und Integrationstheorie</b> . . . . .	455
A.1 Das Lebesgueintegral für Funktionen auf einem Intervall . .	455
A.2 Das $d$ -dimensionale Lebesguemaß und abstrakte Integration	463
A.3 Konvergenzsätze . . . . .	465
A.4 Signierte und komplexe Maße . . . . .	467
<b>Anhang B. Metrische und topologische Räume</b> . . . . .	469
B.1 Metrische Räume . . . . .	469
B.2 Topologische Räume . . . . .	475
<b>Symbolverzeichnis</b> . . . . .	483
<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	487
<b>Index</b> . . . . .	493