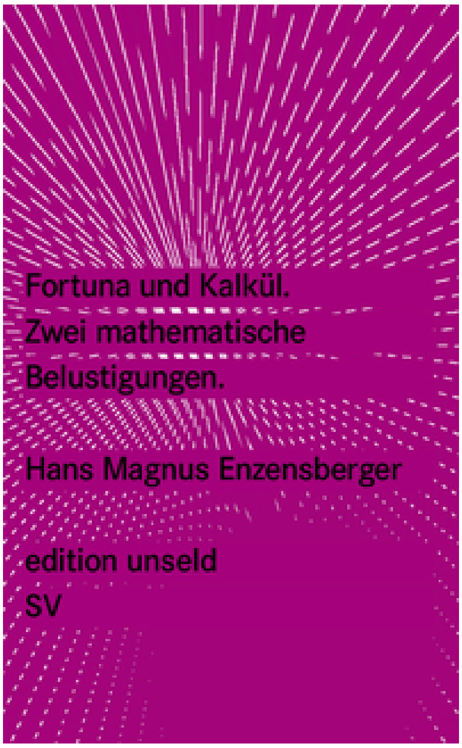
Suhrkamp Verlag

Leseprobe



Enzensberger, Hans Magnus
Fortuna und Kalkül

Zwei mathematische Belustigungen

edition unseld 22
978-3-518-26022-7

edition unseld 22

Von Beginn an hat die Menschheit Praktiken erfunden, um mit den scheinbar unberechenbaren Wechselfällen ihrer Existenz fertig zu werden. Mit den alten Beschwörungsformeln der Schamanen und Magier aber hat die Moderne sich nicht zufriedengeben wollen. So trat an die Stelle von Aberglauben und Unvernunft das Kalkül, und nicht mehr vom Schicksal war die Rede, sondern vom Zufall.

An der vordersten Front dieser Offensive standen die Mathematiker. Sie entwickelten Modelle, die beim Glücksspiel ebenso von Nutzen sein sollten wie bei gewichtigeren Vorhersagen. »Wahrscheinlichkeitstheorie« wurde das Zauberwort, mit dem das Unbekannte beherrscht, mindestens aber in Formeln gebannt werden sollte.

Hans Magnus Enzensberger folgt auf ebenso ernsthafte wie amüsante Weise der Geschichte der mathematischen Theorien, die uns Sicherheit und Glück verschaffen wollen: von der Gaußschen Normalverteilung bis zur Monte-Carlo-Methode, von den großen »Vermutungen« und Hypothesen der epochalen Mathematiker Fermat, Goldbach, Riemann, Mertens und anderer bis zur Wettervorhersage und Versicherungsmathematik, zur Prognose von Aktienkursen und ihrem Scheitern. Hier, aber auch bei Abenteuerreisen und den mathematisch berechenbaren Erfolgsaussichten der Partnersuche, ist und bleibt es prekär mit unserem Glück bestellt. Und wo schließlich der Begriff des Unendlichen ins Spiel kommt, zeigt auch die Mathematik metaphysische Mucken. In Gott sah Leibniz den größten aller Mathematiker, und Kurt Gödel, einer der bedeutendsten Mathematiker des zwanzigsten Jahrhunderts, hat sogar versucht, den im Mittelalter erdachten ontologischen Gottesbeweis mit Hilfe der Prädikatenlogik hieb- und stichfest zu machen.

Hans Magnus Enzensberger, geboren 1929, lebt als Dichter, Schriftsteller und Übersetzer in München. Zuletzt erschienen die literarische Biographie *Hammerstein oder Der Eigensinn* (2008) und ein neuer Gedichtband unter dem Titel *Rebus* (2009).

Fortuna und Kalkül
Zwei mathematische Belustigungen

Hans Magnus Enzensberger

Suhrkamp

Die *edition unseld* wird unterstützt durch eine Partnerschaft mit dem Nachrichtenportal *Spiegel Online*. www.spiegel.de

edition unseld 22
Erste Auflage 2009

Originalausgabe

Druck: Druckhaus Nomos, Sinzheim
Umschlaggestaltung: Nina Vöge und Alexander Stublić
Printed in Germany
ISBN 978-3-518-26022-7

1 2 3 4 5 6 – 14 13 12 11 10 09

Inhalt

Fortuna und Kalkül 7
Von den metaphysischen Mucken der Mathematik 47

Bibliographische Hinweise 69

Fortuna und Kalkül

Die schönste Weltordnung ist wie ein
aufs Geratewohl hingeschütteter Kehrichthaufen.
Heraklit aus Ephesus: Fragmente. Diels 124.

I

Immer diese Ungewißheit! Nur wer tot ist, geht kein Risiko mehr ein. Solange das Gedächtnis der Menschheit zurückreicht, hat sie Praktiken erfunden, um mit den scheinbar unberechenbaren Wechselfällen ihrer Existenz fertig zu werden. Ohne Schamanen, Wahrsager, Magier, Sterndeuter und Priester ist keine frühe Gesellschaft ausgekommen. Orakel, Amulette, Beschwörungsformeln gehörten zu den unentbehrlichen Techniken, um das Schicksal des Kollektivs und des Einzelnen zu deuten und zu beeinflussen. Alle diese Mittel erfreuen sich bekanntlich auch heute noch großer Beliebtheit.

Unter den alten Göttern waren es die Tyche der Griechen und die Fortuna der Römer, an die man sich zu halten hatte, um einen Zipfel des Glücks zu erhaschen. Diese launischen Gottheiten waren nicht für die ewige Seligkeit zuständig, sondern für die Chancen, die das irdische Dasein zu vergeben oder zu verweigern hat. Dabei kam es darauf an, den richtigen Moment zu wählen. Diesen

Bezug zur Zeit verkörperte ein ganz besonderer kleiner Gott oder Dämon: der Kairos. In der Mythologie gilt er als der jüngste Sohn des Zeus. An der Haartracht ist er leicht zu erkennen; an seinem Hinterkopf gleitet nämlich jeder Griff ab, denn er ist kahl. Man muß ihn schon von vorn packen, am Schopf, um den glücklichen Moment zu erhaschen.
Mit diesen uralten und bewährten Methoden hat die Moderne sich natürlich nicht zufriedengeben wollen. Das wissenschaftliche Denken war im Gegenteil entschlossen, mit dem, was sie Aberglauben nannte, radikal aufzuräumen. An die Stelle der Unvernunft sollte das Kalkül treten – ein Projekt, das nichts Geringeres im Sinn hatte als die Rationalisierung des Glücks. Nicht mehr vom Schicksal sollte fortan die Rede sein, sondern von seiner bis auf die Knochen abgemagerten Schwundstufe: vom Zufall.

II

An der vordersten Front dieser Offensive standen die Mathematiker. Girolamo Cardano veröffentlichte im Jahre 1663 *De ludo aleae*, eine Abhandlung über das Würfelspiel. Mit diesem Werk beginnt die Geschichte der Wahrscheinlichkeitstheorie. Der Renaissance-Gelehrte aus Pavia war ein leidenschaftlicher Anhänger des Glücksspiels. Neben seinen mathematischen Berechnungen hielt er in seinem Buch allerdings auch Ratschläge für Trickster und Betrüger bereit, und ihm selber wurden allerhand anrüchige Methoden, um nicht zu sagen Gaunereien nachgesagt. Das ist vielleicht kein Zufall (obwohl es bei seinen Überlegungen gerade darauf ankam, den Zufall zu überlisten).

Auch spätere Champions der Wahrscheinlichkeitsrechnung wie Fermat und die Bernoullis waren von der Wette und vom Glücksspiel fasziniert. Pascal ging sogar so weit, den Glauben an Gott als ein Spiel darzustellen, bei dem es um eine Entscheidung für ›Kopf oder Zahl‹ gehe. Er behauptet, daß es klüger wäre, sich für die Existenz Gottes zu entscheiden; wer darauf wettet und gewinnt, gewinne alles; wer aber verliere, verliere nichts. Abgesehen davon, daß ein solches Kalkül schon aus logischen Gründen nicht sehr stichhaltig ist, mag man es obendrein sonderbar oder abwegig finden, aber sicherlich war es ernst gemeint; denn nichts hätte einem gläubigen Jansenisten wie Pascal ferner gelegen als ein frivoler Umgang mit religiösen Fragen.

(Schon die Götter des Olymps waren allerdings dem Würfelspiel verfallen: Die drei Brüder Zeus, Poseidon und Hades sollen sich auf diese Weise die Welt geteilt haben; so fiel dem Zeus der Himmel, dem Poseidon das

Meer und dem Hades die Unterwelt zu. Übrigens geht das Wort *Kalkül* auf den lateinischen Ausdruck *calculus* zurück, der soviel wie Steinchen bedeutet – ursprünglich dienten solche schwarzen und weißen Steine als Orakel, als Talismane oder als Andenken an glückliche oder unglückliche Ereignisse; später wurden sie verwendet, um über Verurteilung oder Freispruch abzustimmen, und erst am Ende ihrer Karriere sind sie auf dem Spielbrett gelandet.)

III

Scheinbar ist es der klassischen Theorie gelungen, Wahrscheinlichkeiten beim Würfelspiel oder beim Münzenwurf bis auf die letzte Kommastelle exakt zu berechnen. Allerdings setzt dies nicht nur ideale Münzen und Würfel voraus, wie sie in der realen Welt nicht existieren, sondern das Kalkül unterliegt auch dem Gesetz der großen Zahl, das Jakob Bernoulli gegen Ende des siebzehnten Jahrhunderts gefunden hat. Nur wenn das Experiment beliebig oft wiederholt wird, stellt sich der berechnete Grenzwert ein. Leider sitzt niemand unendlich lang am Spieltisch, schon weil das menschliche Leben ziemlich kurz ist.

Außerdem kann schon die simple Frage »Kopf oder Wappen? Rot oder Schwarz?« dem *common sense* schwer zu schaffen machen. Angenommen, Sie spielen Roulette, und zwanzig- oder dreißigmal bleibt die Kugel auf einem roten Feld liegen. Glauben Sie nicht, eine solche Serie sei extrem unwahrscheinlich? Juckt es Sie nicht in den Fingern, auf Schwarz zu setzen, weil Sie sich einbilden, die Chance eines solchen Resultats steige mit jedem neuen Spiel? Irrtum! Jeder neue Wurf der Kugel ist unempfindlich gegen alle vorangegangenen Würfe. Ja, die Sache sieht sogar noch schlimmer für Sie aus. Nach dem Gesetz der großen Zahl nähert sich zwar das Verhältnis zwischen schwarzen und roten Würfen immer mehr dem Gleichstand 50:50 an, je länger gespielt wird. Doch können die tatsächlichen Ergebnisse davon stark abweichen. Aus solchen und andern Gründen scheitern auch sämtliche Systeme, mit deren Hilfe viele Glücksspieler hoffen, dem Zufall ein Schnippchen zu schlagen. Solche unfehlbaren Tricks werden häufig im Internet angeboten. Das erinnert an jene berühmte Anzeige, in der jemand gegen Einsendung von fünf Dollars ein sicheres Mittel verspricht, rasch und risikolos reich zu werden. Das Rezept, das der Erfinder preisgibt, lautet: »Machen Sie es wie ich.« Fest steht beim Glücksspiel nur eines: daß auf die Dauer stets die Bank gewinnt. (Das Zahlenlotto schüttet nur rund 50 Prozent der eingezahlten Beträge wieder aus. Die andere Hälfte stecken die Veranstalter ein.)

Wenn Sie also Ihrer Intuition vertrauen, sind Sie auf lan-

ge Sicht verloren. Das zeigt sich auch beim heiteren Geburtstagsraten. Nehmen Sie an, Sie hätten zu einer Party 23 Leute eingeladen. Mit den Gastgebern wären dann 25 Personen anwesend. Was glauben Sie, wie stehen die Chancen dafür, daß zwei von ihnen an ebendiesem Tag Geburtstag haben? Weil das Jahr 365 Tage hat, werden Sie vielleicht denken: Ich teile diese Zahl durch zwei; dann müßten also nicht 25 Personen, sondern 183 anwesend sein, damit eine Chance von 50 : 50 dafür besteht, daß zwei der Gäste auf Ihrer Party Geburtstag feiern können. Hoffentlich ist kein Mathematiker unter Ihnen; denn der würde sofort rufen: »Falsch! Die Wahrscheinlichkeit, daß dieser Fall eintritt, liegt ziemlich genau bei 57 Prozent.«
Weniger unterhaltsam sind solche Überraschungen, wenn es um Leben und Tod geht, wie in der Krebsmedizin. Angenommen, in einer Population, der Sie angehören, wird jeder Hundertste früher oder später von einem bestimmten Krebsleiden heimgesucht. Das ist keine angenehme Vorstellung, und so beschließen Sie vielleicht, sich einem jener Tests zu unterziehen, die von den Krankenkassen im Namen der Vorsorge angepriesen werden. Keiner dieser Tests ist allerdings unfehlbar. Nehmen wir weiter an, es hätte sich empirisch herausgestellt, daß das Verfahren, das der Arzt anwendet, sich in 79 Prozent der Fälle als zuverlässig erwiesen hat. Das bedeutet natürlich umgekehrt, daß es bei 21 Prozent der Probanden zu ei-

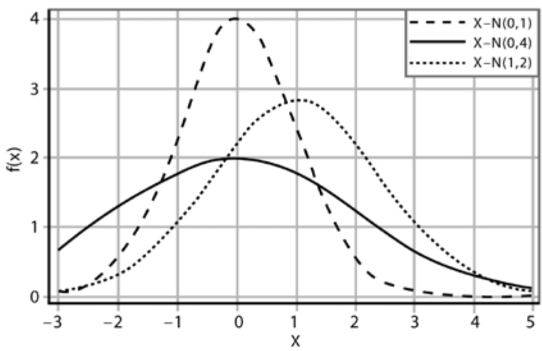
nem falschen Alarm kommen wird. Wenn der Spezialist Ihnen nun verkündet, Sie seien »positiv«, was in der Sprache der Mediziner soviel wie negativ bedeutet, so wird Ihnen das vermutlich schlaflose Nächte bereiten. Aber wie hoch ist nun die Wahrscheinlichkeit einzuschätzen, daß Sie tatsächlich Krebs haben? Nicht nur Sie, auch die meisten Ärzte werden dieses Risiko überschätzen; vielleicht meinen Sie sogar, es liege bei 79 Prozent. In Wirklichkeit sind es jedoch nur 4,6 Prozent! Tja, wird Ihnen der Mathematiker sagen, das kommt davon, wenn Sie das Theorem von Bayes nicht kennen. Man ist verblüfft, und man ahnt, welche Paradoxien und Schwierigkeiten einem blühen, der sich auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung einläßt.

IV

Dabei hört sich ihr Grundprinzip ganz einfach an. In der Formulierung von Laplace: »Die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Ereignisses errechnet sich aus der Anzahl der Arten, auf die es eintreten kann, dividiert durch die Anzahl aller Arten aller möglichen Ereignisse – vorausgesetzt, diese sind, wie beim Würfelspiel, alle gleich wahrscheinlich« (*Théorie analytique des probabilités,* 1812).
Aber das ist natürlich gewöhnlich nicht der Fall, sondern

manche »Ereignisse« treten häufiger ein als andere. Auch das läßt sich berechnen, wenn genügend Daten zur Verfügung stehen. Abraham de Moivre, ein französischer Emigrant, der nach England geflohen war und sich mit Newton anfreundete, hat in seinem Werk *The Doctrine of Chance* (1733) gezeigt, wie es dabei zugeht – eine Entdeckung, die meistens Gauß zugeschrieben wird, was ein wenig ungerecht ist. Es kommt in einem solchen Fall zu der sogenannten Normalverteilung, einer symmetrischen Funktion, bei der sich die Werte der Zufallsvariablen in der Mitte konzentrieren und mit größerem Abstand vom Durchschnittswert immer seltener werden. Wenn man sie in einem Koordinatensystem abbildet, entsteht jedesmal die berühmte Glockenkurve, die verführerischerweise sofort einleuchtet:

Dichtefunktionen normalverteilter Zufallsgrößen mit unterschiedlichen Parameterwerten



Und dabei geht es keineswegs nur um irgendwelche Würfelspiele, sondern um alle möglichen meßbaren Größen, die man statistisch erfassen kann, ganz egal, ob es sich um die Lebenserwartung handelt, um zufällige Meßfehler, um die Brownsche Molekularbewegung, um die Modellierung von Schadensdaten bei einer Versicherung oder um die Berechnung von Renten. Wenn man zum Beispiel die Körpergröße möglichst vieler Leute mißt, stellt sich bald heraus, daß es verhältnismäßig wenig Riesen und Zwerge gibt. Beim Mittelwert erreicht die Kurve ihr Maximum. Das ist gut zu wissen, wenn man ein Schuhfabrikant ist. Denn es wäre nicht ratsam, alle Größen zwischen 34 und 46 in gleichen Mengen herzustellen; man bliebe bei einem solchen Vorgehen auf einer gewaltigen Menge von Ladenhütern sitzen.

V

Und so lassen sich viele ökonomische, technische und physikalische Phänomene einigermaßen genau, meistens aber wenigstens in guter Annäherung beschreiben. Leider hat die Sache ein paar Haken, und auch das ist leider kein Zufall; denn wo es um Wahrscheinlichkeiten geht, scheint es immer einen Haken zu geben. Erstens ist nicht ganz klar, wie groß die Stichprobe sein muß, wenn das Ergebnis halbwegs brauchbar sein soll. Wie viele Füße muß der Schuhfabrikant messen, um sicher zu sein, daß sein Angebot mit der Nachfrage übereinstimmt? Auch darüber haben sich die Statistiker natürlich den Kopf zerbrochen, selbst wenn ihre Antworten manchmal zu wünschen übriglassen.

So kann der theoretische Wert des Integrals der Glockenkurve niemals 100 Prozent erreichen, da die Kurve die Abszisse (also links und rechts vom Maximum) erst im Unendlichen schneidet. Das macht nichts, wird der Statistiker sagen, denn Riesen mit einer Körpergröße von zwei Metern fünfzig sind so extrem unwahrscheinlich, daß man sie vernachlässigen kann. Ein wenig anders verhält es sich schon, wenn der Kriminalist einen Verdächtigen mit einer DNA-Probe überführen will. Man schätzt die Wahrscheinlichkeit, daß dabei ein Fehler passiert, sehr gering ein. Wie die Molekulargenetiker versichern, soll so etwas nur in einem von einer Milliarde Fällen vorkommen. Schwamm drüber, wird der Richter sagen und den Angeklagten ohne größere Skrupel verurteilen.

Gleiche oder verschiedene DNA, Schuhgröße 34 oder 46, Krebs oder kein Krebs, das sind immerhin Fragen, die eine klare Antwort zulassen. Je weicher hingegen die Daten, desto dünner die Aussagen, die sich auf sie stützen. Ein Blick auf die üblichen Intelligenztests genügt, um das einzusehen. Mit dem beliebten IQ messen ihre Urheber lediglich das, was sie selbst unter Intelligenz verstehen. Je näher jemand ihrem Selbstporträt kommt, desto günstiger schneidet er ab. Auf diese Weise können die Forscher zwar mit einer schönen Glockenkurve aufwarten, sie scheitern aber regelmäßig, wenn sie es mit den kognitiven Fähigkeiten von Leuten zu tun haben, die ihren Biedersinn nicht teilen. Die Leistungen von Amazonas-Indianern, Schizophrenen oder phantasiebegabten Komödianten können bei ihren Experimenten nur stören, weil sie den Beweis für die schlichte Tatsache liefern, daß Intelligenz nicht meßbar ist.

Vielleicht noch anspruchsloser gehen die Marktforscher und die Demoskopen vor. Das sind die Klatschbasen der Statistik, deren Aufgabe darin besteht, sich überall umzuhören und weiterzusagen, was ihnen erzählt wird. Während die einen sich dafür interessieren, welche Zahnpastafarbe die Mehrheit bevorzugt, wollen die andern wissen, welche Stimmungen in der Bevölkerung vorherrschen, welcher Politiker ihr am gründlichsten mißfällt und welche Vorurteile sie beschäftigen. Bei solchen Erkundigungen hantieren diese harmlosen Spitzel gewöhnlich nicht mit neunstelligen Zahlen. Sie kommen mit erstaunlich kleinen Stichproben aus. Meistens geben sie sich mit 1000 bis 2000 Probanden zufrieden, die »zufällig« ausgewählt werden. Diese Menge wird dann als »repräsentativ« bezeichnet.

Natürlich hängen die Antworten auch von der Art der Fragestellung ab, und das Ergebnis wird oft noch im nachhinein aufgrund arkaner Kriterien modifiziert, bevor es die Öffentlichkeit erreicht. In der Branche nennt man das »die Daten massieren«. Außerdem verhalten sich Menschen ganz anders als Würfel. Sie sind nämlich in der Lage, zu lügen. Zwar teilen heutige Forscher, durch bittere Erfahrungen gewitzt, nicht mehr die unglaubliche Naivität des armen Alfred Kinsey, der alles für bare Münze nahm, was seinen Probanden zum Thema ihrer sexuellen Gewohnheiten einfiel. Sie versuchen deshalb, den Befragten durch Kontrollfragen auf die Schliche zu kommen. Bei diesem Katz-und-Maus-Spiel kommt es natürlich darauf an, wer der Schlauere ist: der unterbezahlte Mitarbeiter des Instituts an der Haustür oder am Telefon oder der vermeintliche Repräsentant der Gesamtbevölkerung, von dem, nicht immer zu Recht, angenommen wird, daß er die Fangfragen nicht durchschaut.

Ein ähnliches Tauziehen spielt sich ab, wenn erfahrene Kandidaten sich mit prüfenden Instanzen messen. Sie nehmen vor jedem Examen und jedem Bewerbungsgespräch die Usancen, Kriterien und Marotten ihres Gegenübers unter die Lupe und richten ihre Antworten darauf ein. Auf diese Weise prüfen sie gewissermaßen ihre Prüfer, was die Aussagekraft der Ergebnisse natürlich er-