

1

Leichtbauprinzipien

1.1

Vorbild Natur

Helga Lichtenegger

Kurzfassung

Leichte Konstruktionen und sparsamer Materialeinsatz spielen in der Natur eine große Rolle. Eine Methode des Leichtbaus ist der gezielte Einsatz von Hohlräumen. Beispiele auf Werkstoffebene sind zelluläre Strukturen wie Holz oder trabekulärer Knochen. Zelluläre Strukturen können auch kombiniert mit Vollmaterial, z. B. als Sandwich- oder Röhren-Konstruktionen auftreten. Weiter bestehen viele biologische Werkstoffe aus leichten Grundkomponenten. Als Beispiele werden die organischen Faserverbunde Holz und Knochen näher beschrieben. Ein weiteres Spezifikum biologischer Werkstoffe ist deren hierarchischer Aufbau. An vereinfachten fraktalen Strukturen konnte gezeigt werden, dass eine höhere Anzahl von Hierarchieebenen die Materialeffizienz erhöhen kann. Zusätzlich haben biologische Strukturen die Fähigkeit, sich an geänderte Belastungen anzupassen, und gegebenenfalls sogar nachträglich Material einzusparen. In Knochen beispielsweise findet durch laufenden Auf- und Abbau ständig Strukturoptimierung statt.

1.1.1

Einleitung

Aufgrund der zunehmend verfeinerten technischen Möglichkeiten erlangen Leichtkonstruktionen und Leichtmaterialien in verschiedenen Bereichen wie Architektur, Fahrzeugbau, Luft- und Raumfahrt etc. immer größere Wichtigkeit. Der Vorteil liegt auf der Hand: Bieten Leichtbaukonzepte doch einerseits Materialersparnis, andererseits aber auch Energieersparnis im Antrieb bei beweglichen Konstruktionen.

In der Natur ist dieses Konzept seit jeher weit verbreitet. Der Grund dafür ist einerseits die sehr begrenzte Verfügbarkeit von Grundbausteinen und damit verbundene Erfordernis zum sparsamen Materialeinsatz, aber auch die Tatsache, dass biologische Organismen für die Materialsynthese metabolische Energie benötigen.

Weiter spielen auch funktionale Gesichtspunkte eine Rolle: Essenziell ist Leichtbau beispielsweise bei fliegenden Organismen, um überhaupt Flugtauglichkeit zu erreichen. Nicht zuletzt verbessert Leichtbau auch die Stabilität von großen Konstrukten, die ihr eigenes Gewicht tragen müssen (z. B. Baumstämme).

Zusätzlich sind biologische Organismen noch mit weiteren Anforderungen konfrontiert, die für vom Menschen hergestellte Bauteile und Konstruktionen (meist) keine Rolle spielen. Biologische Organismen müssen über die gesamte Lebensdauer voll funktionsfähig sein und bleiben, und das bei veränderlichen Umweltbedingungen. Wartung, Reparatur oder Austausch von Ersatzteilen stehen außer Diskussion, jede Beseitigung von Schäden oder Anpassung muss „bei laufendem Betrieb“ erfolgen. Die Natur begegnet diesen Anforderungen mit hochkomplexen, an typische Lastfälle äußerst gut angepasste Konstruktionen, die sich durch Selektion über sehr lange Zeiträume hinweg entwickelt haben und ihre Zusammensetzung, Struktur und damit auch mechanischen Eigenschaften laufend anpassen können. Ein guten Überblick über Struktur und Eigenschaften von biologischen Materialien erhält man beispielsweise in [1–4]. In diesem Kapitel sollen einige Beispiele biologischen Leichtbaus, vorwiegend auf Werkstoffebene, kurz erläutert werden.

1.1.2

Materialersparnis durch Hohlräume

Eine nahe liegende Strategie ein Objekt leichter zu machen ist es, Material gezielt dort wegzulassen, wo typischerweise die geringsten Belastungen auftreten. Auf diese Weise erhält man Konstruktionen in Fachwerk- bzw. Skelettbauweise. Weiter können auch Werkstoffe selbst schaumartig oder zellular strukturiert sein. Zusätzlich zu Material- und Gewichtsersparnis bietet der zelluläre Aufbau die Möglichkeit Hohlräume anderweitig zu verwenden, z. B. für den Stofftransport oder für metabolische Zwecke.

1.1.2.1 Zellulare Materialien

Beispiele für zellulare Materialien in der Natur sind zahlreich, z. B. Holz, Kork, trabekulärer Knochen etc. Morphologie, typische Zellgröße und relativer Volumenanteil von Material und Hohlräumen können stark variieren. Der relative Anteil von Vollmaterial (relative Dichte ϱ^*/ϱ_s , wobei ϱ^* die scheinbare Dichte ist und ϱ_s die Dichte des Vollmaterials) reicht von 0,05 bis 0,3 für trabekuläre Knochen und 0,2 für Balsaholz (*Ochroma lagopus*) bis zu über 0,8 für die dichtesten Holzarten (Ebenholz und Guajak). Typischerweise liegen Zellgrößen im Bereich von wenigen bis mehreren Hundert Mikrometern [5].

Holzzellen: prismatische Wabenstruktur Holz besteht aus röhrenförmigen Holzzellen, die entlang der Längsrichtung des Stammes oder Astes ausgerichtet sind und je nach Holzart einen Durchmesser von 10 bis 500 μm und Wandstärken zwischen 1 und 8 μm erreichen können (Abb. 1.1.1c) [6]. Holzzellen haben einerseits die Aufgabe Wasser und Nährstoffe zu leiten und fungieren andererseits

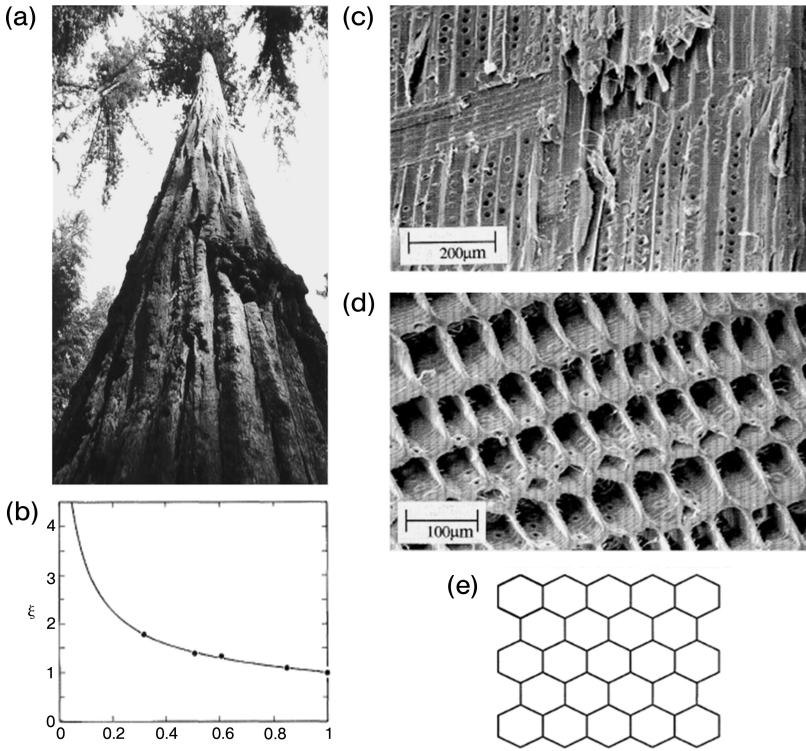


Abb. 1.1.1 (a) Küstenmammutbaum (*Sequoia sempervirens*), (b) Materialeffizienz für Druckbelastung versus relative Dichte (1 bezieht sich auf Vollmaterial), experimentelle Daten aus Modellstruktur, (c) Holzzellen im Längsschnitt, (d) Holzzellen im Querschnitt, (e) idealisierte Wabenstruktur (b–e aus [10]).

als mechanische Stütze. Die Röhren können runden bis etwa sechseckigen Querschnitt (Abb. 1.1.1d) haben und sind wesentlich länger als breit (ca. 1 mm lang), weshalb Holz mit einer prismatischen Wabenstruktur angenähert werden kann (Abb. 1.1.1e) [7]. Holz weist in Längsrichtung eine große Steifigkeit (Elastizitätsmodul E) bezogen auf seine Dichte ρ auf. Insbesondere erhält man einen sehr hohen Wert für den Materialparameter $\xi = E^{1/2}/\rho$ – das ausschlaggebende Materialkriterium für den Bau eines möglichst leichten und steifen Balkens, der sich elastisch wenig biegt (siehe Abschnitte 2.1 und 2.3) [7]. Balsaholz in Längsrichtung erreicht Werte von $\xi = 14,1 \text{ GPa}^{1/2} (\text{Mg m}^{-3})^{-1}$ und übertrifft damit sogar künstliche Hochleistungswerkstoffe wie unidirektionalen Kohlefaserverbund [8].

Am Beispiel Holz lässt sich der Vorteil eines zellularen Aufbaus sehr deutlich sehen. Mit sinkender Dichte steigt der Parameter ξ (auch als Materialeffizienz bezeichnet) im Vergleich zu einem (hypothetischen) Vollmaterial mit Dichte ρ_s (Abb. 1.1.1b). Bei einer relativen Dichte von $\rho^*/\rho_s = 0,3$, wie sie für Fichtenholz

typisch ist, ergibt das eine doppelt so hohe Materialeffizienz im Vergleich zum Vollmaterial.

Dreidimensional: trabekulärer Knochen Knochen ist in mehrerer Hinsicht als Leichtbaumaterial einzustufen. Zunächst umgibt auf makroskopischer Ebene eine kompakte Schale einen weniger dichten Kern. Das Innere von Knochen ist mit Knochenmark und teilweise mit schwammartiger Knochenstruktur gefüllt, auch trabekulärer oder spongioser Knochen genannt. Trabekulärer Knochen besteht aus balkenförmigen bzw. plattenförmigen Verstrebungen als tragenden Elementen und ist ein typisches Beispiel für eine dreidimensionale zelluläre Struktur. Die Dicke der Trabekel liegt im Bereich von 100 bis 300 μm .

Die mechanischen Eigenschaften von trabekulärem Knochen hängen stark von dessen Dichte ab. Es konnte gezeigt werden, dass die Deformation von trabekulärem Knochen hauptsächlich mit der Biegung und – bei entsprechend hohen Lasten – Knickung der Trabekel einhergeht. Daraus lässt sich ableiten, dass E-Modul und Druckfestigkeit proportional zum Quadrat der Dichte sind [7]. Ein entsprechender Zusammenhang zeigt sich auch empirisch, allerdings ist die Streubreite beachtlich, da bei gleicher Dichte starke Unterschiede in der Trabekelarchitektur auftreten [9]. So können die Trabekel als annähernd zylindrische Balken oder als perforierte Platten vorliegen (Abb. 1.1.2c, d). Erstere Struktur findet sich hauptsächlich bei trabekulärem Knochen geringer Dichte tief im (wenig belasteten) Inneren von Knochen, Letztere oft knapp unter der kompakten Außenhaut. Weiter kann durch Vorzugsausrichtung der Trabekel in Belastungsausrichtung strukturelle und mechanische Anisotropie auftreten. Dadurch verändert sich der Zusammenhang zwischen E-Modul bzw. Druckfestigkeit und Dichte und wird bei besonders starker Vorzugsorientierung (prismatische Struktur) in Längsrichtung linear [9].

1.1.2.2 Sandwich- und Röhren-Strukturen

Eine andere weit verbreitete Variante natürlichen Leichtbaus sind Sandwich- und Röhren-Konstruktionen. Erstere bestehen aus zwei dichten äußeren Schichten und einer weniger dichten Mittelschicht, die oft mit zellularem Material gefüllt ist. Einen solchen Aufbau findet man beispielsweise in Pflanzenblättern (Abb. 1.1.3e, f) oder auch in der Schädeldecke (Abb. 1.1.3d). Die Verbindung der dichten äußeren Schichten durch eine zelluläre Mittelschicht bewirkt ein erhöhtes Flächenmoment im Vergleich zum Vollmaterial und verbessert dadurch den Widerstand gegen Biegung und Knicken. Setzt man umgekehrt eine bestimmte Biegesteifigkeit voraus, so erhält man durch eine Sandwich-Konstruktion eine Reduktion des Gesamtgewichts, und zwar sowohl gegenüber einer Konstruktion aus Vollmaterial als auch einer aus zellularem Material.

Röhren-Strukturen sind vor allem bei Pflanzenstängeln zu finden. Der Stängel besitzt eine dichte äußere Hülle, das Innere besteht aus einer Waben- oder Schaumstruktur. Dabei kann die Schaumstruktur als Mittelschicht innerhalb einer Doppelwand eingesetzt werden (Abb. 1.1.3a, b) oder den gesamten Innenraum ausfüllen. Auch in der Tierwelt ist diese Konstruktion durchaus verbreitet und fin-

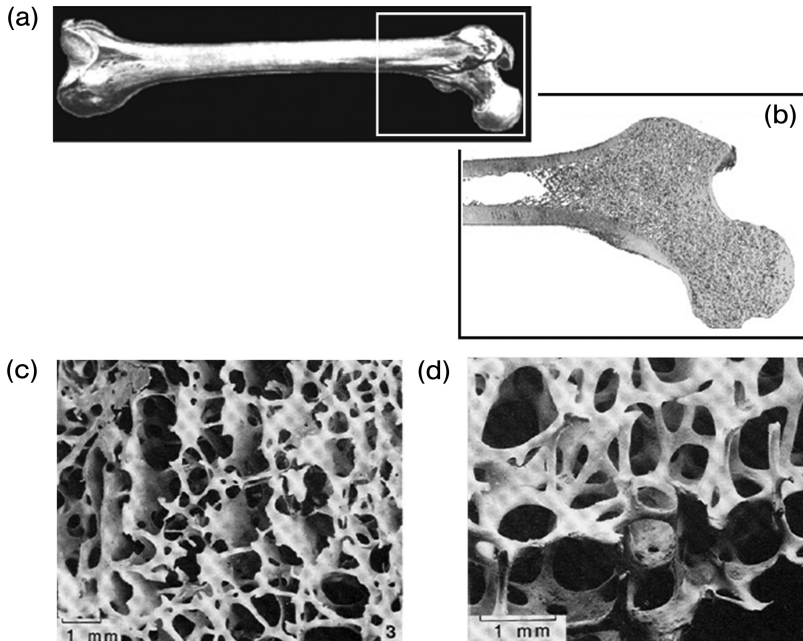


Abb. 1.1.2 (a) Menschlicher Oberschenkelknochen (Femur), (b) Oberschenkelkopf im Längsschnitt: außen kompakter Knochen, innen trabekulärer Knochen, (c) trabekulärer Knochen aus dem Gelenksknorren Richtung Knie: orientierte plattenförmige Struktur, (d) trabekulärer Knochen aus dem Oberschenkelkopf: stabförmige Trabekel mit zufälliger Ausrichtung (a, b aus [3]; c, d aus [7]).

det sich beispielsweise in Federkielen oder Stacheln (Abb. 1.1.3c). Dabei wirkt der zelluläre Kern als elastische Unterstützung der äußeren Schale, nimmt Deformationen auf und erhöht so den Widerstand gegen Knicken [7, 10].

1.1.3

Organische Fasern und Faserverbunde

Leichtbaukonstruktionen erfordern neben geeigneter Architektur auch möglichst leichte Grundkomponenten. In biologischen Materialien bieten sich dafür vor allem organische Faserverbunde an. Beispiele sind Haut, Haare, Sehnen oder Pflanzenzellwände. Sie bestehen aus longitudinal steifen, organischen Fasern, die in eine weichere, ebenfalls organische, Matrix eingebettet sind. Je nach Gewebe können die Fasern aus Protein (z. B. Kollagen, Keratin) oder Polysacchariden (Zellulose, Chitin) bestehen; gemeinsam ist ihnen jedenfalls die relativ niedrige Dichte im Bereich von 1,2 bis 1,4 g/cm³. Faserverbunde bieten eine Reihe von Vorteilen wie leichte Herstellbarkeit im Wachstumsprozess oder große Variationsbreite von mechanischen Eigenschaften bei gleichen Grundkomponenten. Nachteilig ist al-

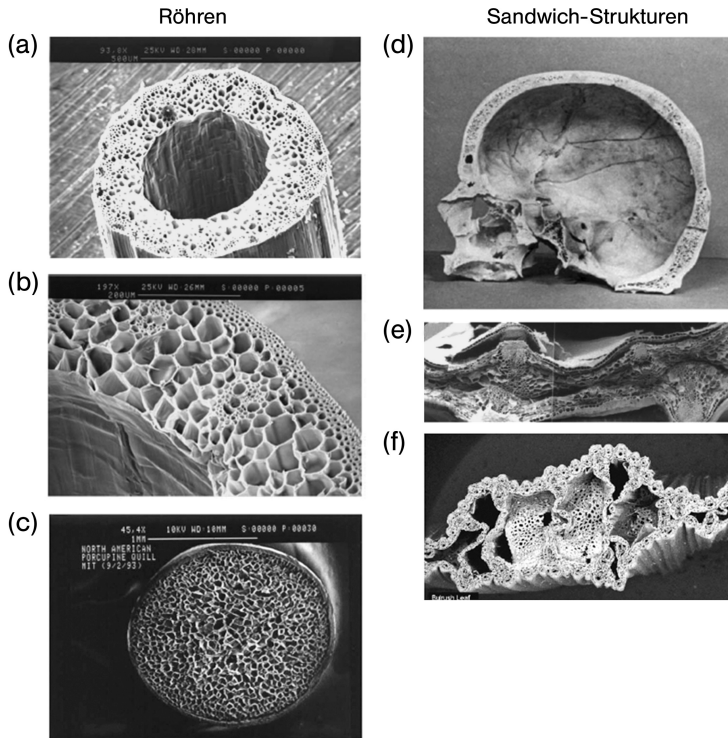


Abb. 1.1.3 Beispiele für Röhren-Konstruktionen und Sandwich-Strukturen in der Natur: (a, b) Grasstängel (gewöhnliche Quecke, *Elytrigia repens*), (c) Stachel vom Stachelschwein, (d) menschliche Schädeldecke, (e) Querschnitt durch Blatt der Schwertlilie (Iris), (f) Querschnitt durch Blatt von Rohrkolben (*Typha*); angepasst aus [7].

lerdings die Gefahr des Materialversagens durch Faserknicken unter Druck. In der Natur finden sich einige Strategien diese Schwächen zu beheben, wie zum Beispiel die Vorspannung der Fasern unter Zug (in Pflanzenzellwänden durch Wachstumsspannungen und Zellinnendruck) oder die laterale Unterstützung der Fasern durch eine mechanisch stabile Matrix.

1.1.3.1 Zellulosefaserverbund in der Holzzellwand

Ein typisches Beispiel für einen natürlichen Faserverbund stellt die Holzzellwand dar. Sie besteht aus ca. 2,5 nm dicken teilkristallinen Zellulosefibrillen, die in eine amorphe Matrix aus Hemizellulose und Lignin eingebettet sind. Die Zellwand ist aus mehreren Schichten aufgebaut, wobei die Zellulosefibrillen in verschiedenen Schichten unterschiedlich orientiert sind [6] (Abb. 1.1.4a). In der dicksten Schicht (der Sekundärwand 2, auch S2) laufen die Zellulosefibrillen spiralförmig um die röhrenförmige Holzzelle, wobei der Kippwinkel gegen die Längsrichtung (Mikrofibrillenwinkel, MFA) in ein und demselben Baum an unterschiedlichen Stellen

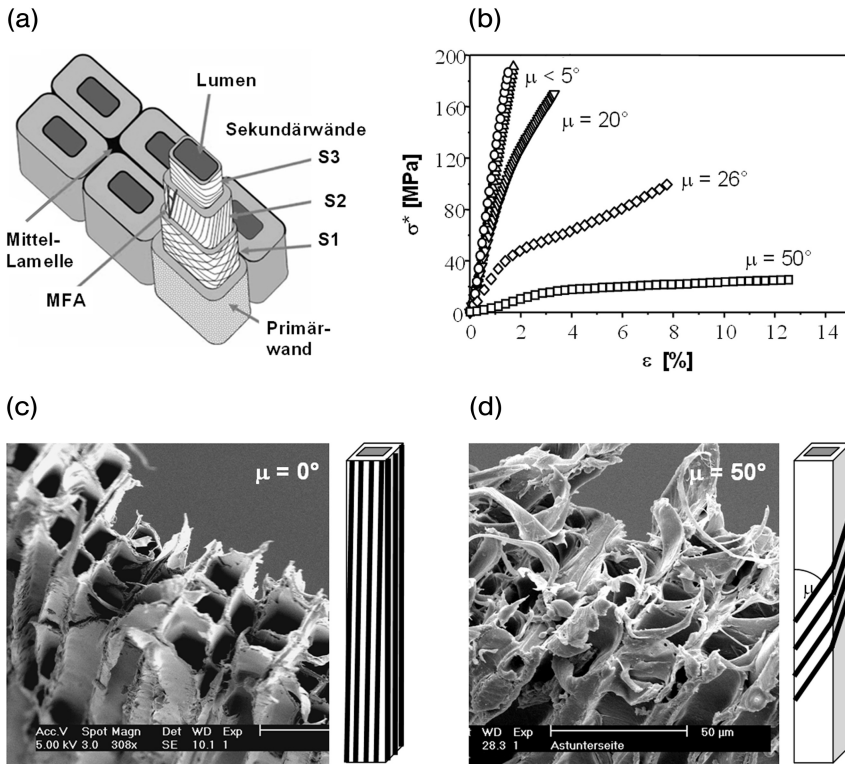


Abb. 1.1.4 Zellulosefaserverbund in der Holzzellwand: (a) schichtförmiger Aufbau der Holzzelle, Orientierung der Zellulosefibrillen in der S2, gekennzeichnet als MFA (aus [29]), (b) Spannungs-Dehnungskurven von Fichten-

holz mit verschiedenem MFA im Zugversuch (aus [13]), (c, d) Bruchflächen von Fichtenholz im Zugversuch mit MFA = 0° und MFA = 50° (Prinzipischnen der Zellulosefaserorientierung jeweils rechts); angepasst aus [14].

stark variieren kann. So finden sich beispielsweise im Zentrum von Stämmen und an der Unterseite von Ästen vorwiegend Holzzellen mit Zellulosefibrillen, die eine eher flache Spirale beschreiben (großer Mikrofibrillenwinkel), während an der Außenseite von älteren Stämmen vorwiegend Holz mit kleinerem Mikrofibrillenwinkel zu finden ist [11]. Tatsächlich ergibt eine Änderung des Mikrofibrillenwinkels von beinahe null (fast senkrechte Fibrillen) auf bis zu 50 Grad bei ansonsten weitgehend gleicher Struktur und Morphologie das Absinken des makroskopischen E-Moduls um einen Faktor 10, während die maximale Dehnung um einen Faktor 12 ansteigt (Abb. 1.1.4b) [12, 13].

Ebenso gravierend ändert sich das Bruchverhalten: im Fall von MFA = 0° verformt sich Holz zunächst elastisch, um dann spröde zu brechen (Abb. 1.1.4c); im Fall von MFA = 50° erfolgt starke plastische Verformung, die von einem Herausziehen spiralförmiger Bruchstücke begleitet wird, und so wesentlich zu einer erhöhten Zähigkeit des Werkstoffs beiträgt [14] (Abb. 1.1.4d). Konsequenterweise finden sich hohe MFA hauptsächlich in jungen Bäumen und Ästen, wo Fle-

xibilität essenziell ist [11]. Weiter ist Holz mit großem MFA für Druckbelastung wesentlich besser geeignet, weil der Spiralaufbau der Holzzelle die Stabilität gegen Knicken wesentlich erhöht. Druckholz an der Unterseite von Nadelholzstäben weist daher immer besonders große MFA und einen höheren Anteil an Lignin auf (harter Klebstoff in der Holzzellwand), wobei Letzteres die laterale Stabilität noch zusätzlich erhöht.

1.1.3.2 Insektenpanzer: von hart bis weich mit Chitinfasern

Ein weiteres Beispiel eines organischen Faserverbundwerkstoffs mit äußerst variablen mechanischen Eigenschaften ist der Chitinpanzer von Insekten. Chitin ist wie Zellulose ein Polysaccharid, das – ebenso wie natürliche Zellulose – in Form von steifen, kristallinen Fasern vorliegt (E-Modul ca. 150 GPa [15]). Anders als bei Pflanzengewebe, besteht die Matrix des Insektenpanzers jedoch aus Protein. Ebenso wie bei Holz werden die mechanischen Eigenschaften stark durch die Faserorientierung bestimmt. So findet man zum Beispiel in Sehnen von Heuschrecken Chitinfasern, die fast völlig parallel in Längsrichtung orientiert sind (da Sehnen ausschließlich unter Zug beansprucht werden). Der E-Modul von Heuschreckensehnen wird in [1] mit $E = 11$ GPa in Längsrichtung und 0,15 GPa in Querrichtung angegeben. Im Gegensatz dazu müssen die plattenförmigen Elemente des Außenskeletts unterschiedliche Belastungsarten aushalten. Daher findet man dort einen schichtweisen Aufbau mit unterschiedlicher Faserorientierung in den einzelnen Schichten (oft mit einem genau definierten Winkel zwischen Nachbarschichten: helikoidaler Aufbau, siehe Abb. 1.1.5a). Dies hat eine Reduktion des E-Moduls auf $3/8$ dessen der Sehne zur Folge. Allerdings gewinnt man auf diese Weise Isotropie in der Ebene und vor allem auch eine erhöhte Bruchzähigkeit [1].

Im Vergleich zu Holz ist die Variationsbreite von mechanischen Eigenschaften in Chitinfasergewebe noch wesentlich ausgeprägter: Der E-Modul variiert über 7(!) Größenordnungen, und zwar von ca. 1 kPa für intersegmentale Membranen bis zu 20 GPa für trockenes Chitingewebe aus Flügel oder Schädeldecke (Abb. 1.1.5b) [15]. Diese Variationsmöglichkeit ist biologisch notwendig, da das gesamte Insekt – vom Außenpanzer bis zu sämtlichen Organen – aus Chitinfasergewebe besteht. Zusätzlich zur Faserorientierung (siehe oben) können noch weitere Parameter variiert werden, wie z. B. der relative Anteil von steifen Fasern (Chitin) und Matrix (Protein). Weiter können die mechanischen Eigenschaften durch die Zusammensetzung und den Vernetzungsgrad der Proteinmatrix eingestellt werden [15, 16].

1.1.4

Hierarchischer Aufbau

Viele natürliche Werkstoffe weisen ausgeprägte Strukturen auf mehreren verschiedenen Längenskalen auf, weshalb sie auch als „hierarchisch“ aufgebaut bezeichnet werden. Markante Beispiele sind Holz, Knochen oder Sehnen. Typischerweise folgen Hierarchieebenen mit sehr unterschiedlicher Architektur aufeinander und ergeben zusammen einen hierarchischen Verbund, der im Allgemeinen ein hoch komplexes Spektrum von funktionellen Anforderungen erfüllt. Inzwischen

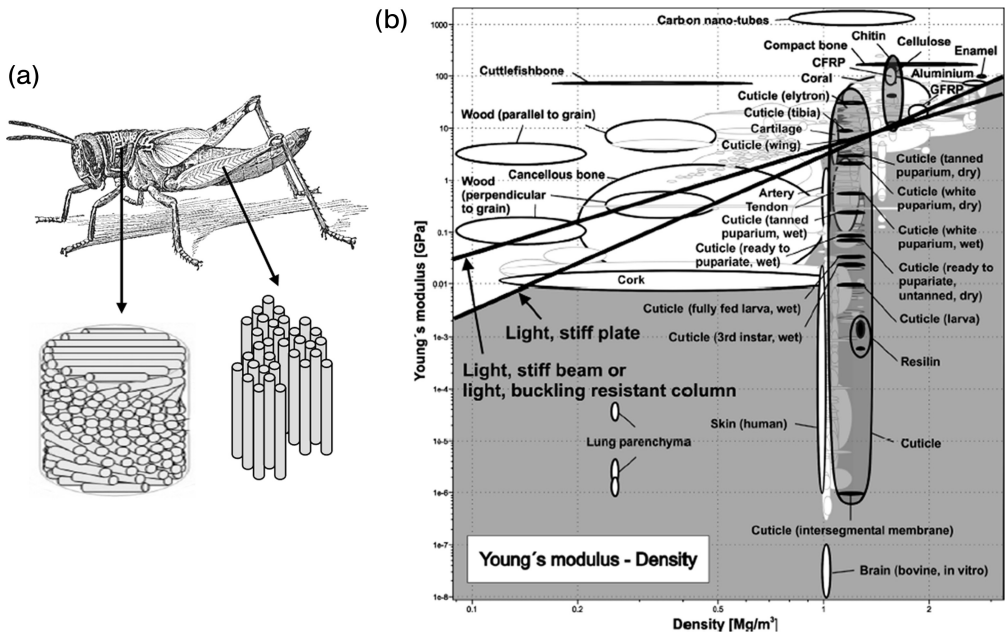


Abb. 1.1.5 (a) Chitinfasergewebe in Heuschrecken: helikoidale Faserorientierung im Außenpanzer; parallele Faserrichtung in der Heuschreckensehne, (b) Ashby-plot E-Modul versus Dichte (siehe Abschnitt 3.3) von Chitinfasergewebe in Insekten im Vergleich zu anderen biologischen Materialien [15].

ist allgemein anerkannt, dass der hierarchische Aufbau jedenfalls für die ausgezeichneten mechanischen Eigenschaften biologischer Werkstoffe eine große Rolle spielt [4, 17–19]. Allerdings ist das Zusammenspiel der Hierarchieebenen noch wenig verstanden, da die einzelnen Strukturebenen experimentell schwer getrennt werden können.

Interessant im Zusammenhang mit Leichtbaukonzepten ist vor allem, ob und wie ein hierarchischer Aufbau die mechanische Effizienz steigern kann. Mathematische Ansätze basierend auf vereinfachten fraktalen Modellstrukturen liefern erste Hinweise. Fraktale Modelle besitzen strukturelle Hierarchieebenen, die – anders als in biologischen Materialien – untereinander ähnlich sind. Ein Beispiel ist eine Wabenstruktur, deren Zellwände wieder aus Waben bestehen, deren Zellwände aus noch kleineren Waben bestehen (und so weiter). Lakes [19] zeigte an einer fraktalen Wabenstruktur, dass eine höhere Anzahl der Hierarchieebenen die relative Festigkeit unter Druck (bezogen auf die Festigkeit des Vollmaterials) erhöhen kann (Abb. 1.1.6). Der Grund dürfte darin liegen, dass diese Konstruktion ein Knicken verhindert. Ebenso zeigte sich ein positiver, allerdings geringerer, Effekt bei orientierten Schaumstrukturen – einer Morphologie wie sie in trabekulärem Knochen auftritt [19]. Die mechanische Effizienz einer Platte mit hierarchischer Verstrebnungsstruktur unter Biegebelastung und einer hierarchischen Schalenkon-

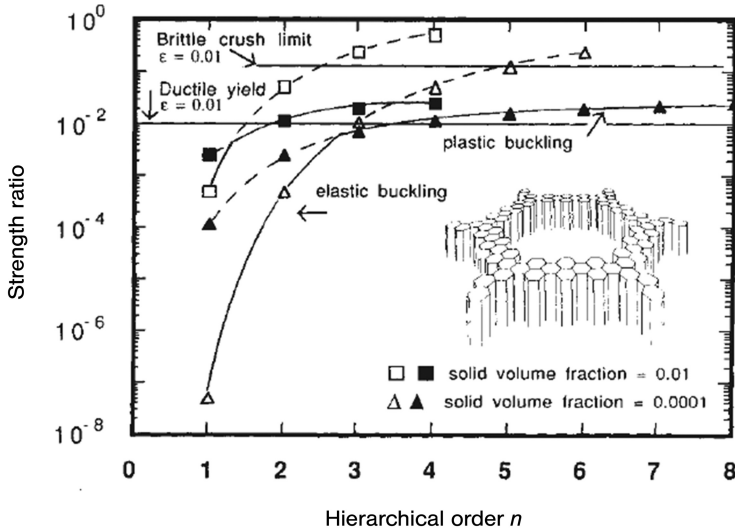


Abb. 1.1.6 Verhältnis von Festigkeit des hierarchischen Materials mit relativer Dichte $\rho^*/\rho_s = 0,01$ bzw. $0,0001$ zur Festigkeit des Vollmaterials aufgetragen gegen die Anzahl der Hierarchieebenen (nach [19]).

struktur unter Druckbelastung erreicht (unter bestimmten Voraussetzungen, wie elastische Verformung unter zumindest teilweiser Druckbelastung) eine größere Effizienz für eine größere Anzahl von Hierarchieebenen [20, 21].

Die Tatsache, dass ein fraktaler Aufbau eine Materialersparnis bringen kann, lässt die Vermutung zu, dass biologische Werkstoffe mit ihren vielen, strukturell unterschiedlichen Hierarchieebenen noch ein weit größeres Optimierungspotenzial haben, da auf unterschiedlichen Längenskalen im Prinzip jeweils andere Parameter optimiert werden können. Dies könnte sich auch in einer vorteilhaften Kombination von Eigenschaften niederschlagen: Knochen beispielsweise weist eine höhere Festigkeit auf als seine Grundkomponenten (Kollagen, Hydroxyapatit-Mineral) einzeln und bietet gleichzeitig einen sehr guten Kompromiss zwischen Steifigkeit und Zähigkeit.

1.1.5

Funktionsgerechtes Wachstum und Anpassung

Im Gegensatz zu vom Menschen hergestellten Konstruktionen, deren Bauteile bei Bedarf ausgetauscht und repariert werden können, sind biologische Organismen auf die ständige Verfügbarkeit und Funktionsfähigkeit ihrer Teile und bei Schäden und Verletzungen auch auf deren Selbstheilungsfähigkeit angewiesen. Zusätzlich müssen sie auch für Veränderungen in den Umweltbedingungen gewappnet sein. Im Wesentlichen gibt es zwei Strategien, um mechanische Eigenschaften anzupassen: den Materialanbau und den Materialumbau. Die erst genannte Strategie

findet man beispielsweise in Holz, wo Material an der Außenseite, direkt unter der Rinde des Stammes oder Astes hinzugefügt wird [22], und zwar selektiv dort, wo es benötigt wird, um die lokalen Spannungen möglichst gleichmäßig zu verteilen [23]. Relevanter für den Leichtbau – und daher im vorliegenden Zusammenhang interessanter – ist die Strategie des Materialumbaus, bei der sowohl Material hinzugefügt als auch entfernt werden kann, d.h. auch Gewicht eingespart werden kann. Materialumbau findet in vielen biologischen Geweben statt, besonders offensichtlich ist die Anpassung an geänderte Lastverhältnisse in Knochen.

Der Anatom Wolff (1836–1902) erkannte als Erster, dass lebender Knochen sich verändert, je nach Art der Spannungen und Dehnungen, die er erfährt [24]. Das kann Veränderungen der äußeren Form oder der inneren Struktur zur Folge haben, im letzteren Fall beobachtet man Veränderungen der Porosität, des Mineralgehaltes und der Dichte. Die mechanische Optimierung erfolgt nach zwei Hauptprinzipien: Minimierung der Spannungen und geeignete Verteilung des Materials, um ein möglichst geringes Gewicht zu erzielen. Der Umbau des Knochens findet laufend statt und ermöglicht so eine zwar langsame, aber kontinuierliche Anpassung [2, 25].

Zu beobachten ist dieser Prozess sehr gut an Veränderungen in trabekulärem Knochen. Roschger *et al.* [26] untersuchten die trabekuläre Struktur in menschlichen Wirbelkörpern in pränatalem und adultem Zustand (Alter: von 15 Wochen nach Empfängnis bis 97 Jahre). Dabei konnten die Autoren eine Entwicklung der Trabekelarchitektur von vorwiegend radialer Ausrichtung in pränatalem Wachstumsknorpel hin zu orthogonaler Architektur (vertikal in Belastungsrichtung und normal dazu Stütztrabekel) in adultem Knochen beobachten. Diese Veränderung setzt direkt nach der Geburt ein, wenn die Wirbelsäule vertikale, mechanische Belastungen durch Gravitation aufnehmen muss. Ebenso wurden Veränderungen auf Nanometerebene beobachtet: Auf dieser Längenskala ist Knochen ein Verbund von Kollagenfasern und Hydroxyapatit-Mineralplättchen. Während in pränatalen Wirbelkörpern (mineralisierter Wachstumsknorpel) zufällige Ausrichtung der Mineralplättchen [27] vorherrscht, entwickelt sich mit der Zeit eine starke Vorzugsorientierung in Trabekel-Längsrichtung (Abb. 1.1.7).

Obwohl die Veränderungen in trabekulärem Knochen in den ersten Lebensjahren am auffälligsten sind, gibt es auch Beispiele für Anpassung im fortgeschrittenen Lebensalter. Die Ausbildung atypischer, diagonal ausgerichteter Trabekel bei einem 85-jährigen Mann in einem Wirbelkörper, der aufgrund eines Knochenauswuchses (Osteophyt) unter asymmetrischer Belastung stand, wurde in [3, 28] beschrieben. Kommt es umgekehrt zu verminderter Belastung (etwa durch längeren Aufenthalt in der Schwerelosigkeit bei Astronauten oder lokal durch ein schlecht angepasstes Implantat), wird Material eingespart. Diese – aus dem Blickwinkel des Leichtbaus – „intelligente“ Reaktion kann allerdings zu physiologisch unerwünschten Resultaten, nämlich zu vermehrtem Abbau von Knochen (Knochenschwund) und damit erhöhter Bruchanfälligkeit führen.

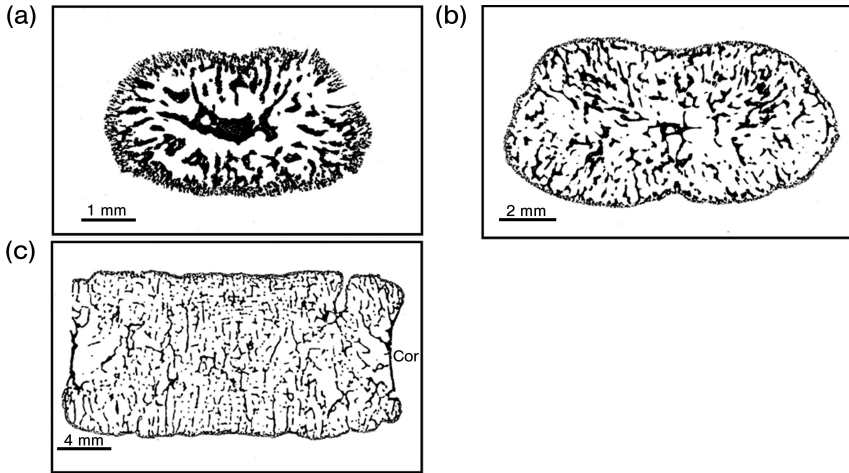


Abb. 1.1.7 Menschlicher Wirbelknochen, Trabekelarchitektur: (a) 17 Wochen nach Empfängnis, (b) 5 Wochen nach der Geburt, (c) 8 Jahre nach der Geburt [26].

1.1.6

Ausblick für technische Konstruktionen

Zusammenfassend darf festgestellt werden, dass biologische Materialien weiterhin als nachahmenswerte Beispiele für neue Leichtmaterialien und Leichtkonstruktionen dienen können. Manche Konzepte, wie zum Beispiel die Skelettbauweise, haben schon lange in die Technik Eingang gefunden – nicht zuletzt auch durch Bauprinzipien, die Wissenschaftler und Ingenieure aus der Natur entlehnt haben. So ließ sich Gustav Eiffel für die Verstrebungen des Eiffelturms durch die Trabekulärstruktur des menschlichen Oberschenkelknochens inspirieren. Allerdings bleibt noch vieles zu verwirklichen: Etwa eine hierarchische Strukturierung oder gar die Fähigkeit der laufenden Selbstanpassung würden weitere Möglichkeiten zur Steigerung der mechanischen Effizienz bieten.

Literaturnachweis

- 1 Vincent, J.F.V. (1990) *Structural Biomaterials*, revised edn, Princeton University Press, Princeton.
- 2 Elices, M. (ed.) (2000) *Structural Biological Materials – Design and Structure-Property Relationships*, Pergamon, Amsterdam, Lausanne, NY, Oxford, Singapore, Tokyo.
- 3 Fratzl, P., Weinkamer, R. (2007) Nature's hierarchical materials. *Prog. Mater. Sci.*, 52, 1263–1334.
- 4 Meyers, M.A., Chen, P.Y., Lin, A.Y.M., Seki, Y. (2008) Biological materials: Structure and mechanical properties. *Prog. Mater. Sci.*, 53, 1–206.
- 5 Grosser, D. (1977) *Die Hölzer Mitteleuropas*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- 6 Fengel, D., Wegener, G. (1989) *Wood – Chemistry, Ultrastructure, Reactions*, Walter de Gruyter, Berlin, New York.

- 7 Gibson, L.J. (2005) Biomechanics of cellular solids. *J. Biomech.*, **38**, 377–399.
- 8 Ashby, M.F., Gibson, L.J., Wegst, U., Olive, R. (1995) The Mechanical Properties of Natural Materials; I. Material Property Charts. Proceedings: Mathematical and Physical Sciences, **450**, 123–140.
- 9 Gibson, L.J. (1985) The mechanical behavior of cancellous bone. *J. Biomech.*, **18**, 317–328.
- 10 Gibson, L.J., Ashby, M.F., Karam, G.N., Wegst, U., Shercliff, H.R. (1995) The Mechanical Properties of Natural Materials; II. Microstructures for Mechanical Efficiency. Proceedings: Mathematical and Physical Sciences, **450**, 141–162.
- 11 Lichtenegger, H., Reiterer, A., Stanzl-Tschegg, S.E., Fratzl, P. (1999) Variation of cellulose microfibril angles in softwoods and hardwoods – A possible strategy of mechanical optimization. *J. Struct. Biol.*, **128**, 257–269.
- 12 Cave, D., Walker, J.C.F. (1994) Stiffness of Wood in Fast-Grown Plantation Softwoods – the Influence of Microfibril Angle. *Forest Products Journal*, **44**, 43–48.
- 13 Reiterer, A., Lichtenegger, H., Tschegg, S., Fratzl, P. (1999) Experimental evidence for a mechanical function of the cellulose microfibril angle in wood cell walls. *Philos. Mag. A*, **79**, 2173–2184.
- 14 Reiterer, A., Lichtenegger, H., Fratzl, P., Stanzl-Tschegg, S.E. (2001) Deformation and energy absorption of wood cell walls with different nanostructure under tensile loading. *J. Mater. Sci.*, **36**, 4681–4686.
- 15 Vincent, J.F.V., Wegst, U.G.K. (2004) Design and mechanical properties of insect cuticle. *Arthropod Struct. Dev.*, **33**, 187–199.
- 16 Andersen, S.O., Peter, M.G., Roepstorff, P. (1996) Cuticular sclerotization in insects. *Comp. Biochem. Physiol. B-Biochem. Mol. Biol.*, **113**, 689–705.
- 17 Aizenberg, J., Weaver, J.C., Thanawala, M.S., Sundar, V.C., Morse, D.E., Fratzl, P. (2005) Skeleton of *Euplectella* sp.: Structural hierarchy from the nanoscale to the macroscale. *Science*, **309**, 275–278.
- 18 Baer, E., Hiltner, A., Jarus, D. (1999) Relationship of hierarchical structure to mechanical properties. *Macromol. Symp.*, **147**, 37–61.
- 19 Lakes, R. (1993) Materials with Structural Hierarchy. *Nature*, **361**, 511–515.
- 20 Farr, R.S. (2007) Fractal design for an efficient shell strut under gentle compressive loading. *Phys. Rev. E*, **76**, 056608-1-7.
- 21 Farr, R.S. (2007) Fractal design for efficient brittle plates under gentle pressure loading. *Phys. Rev. E*, **76**, 046601-1-10.
- 22 Niklas, K.J. (1992) *Plant Biomechanics. An Engineering Approach to Plant Form and Function*, University of Chicago Press, Chicago.
- 23 Mattheck, C., Kubler, H., Timell, T.E. (1995) *Wood – The Internal Optimisation of Trees*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- 24 Wolff, G. (1892) *Das Gesetz der Transformation der Knochen*, A. Hirschwald, Berlin.
- 25 Huiskes, R. (2000) If bone is the answer, then what is the question? *J. Anat.*, **197**, 145–156.
- 26 Roschger, P., Grabner, B.M., Rinnerthaler, S., Tesch, W., Kneissel, M., Berzlanovich, A., Klaushofer, K., Fratzl, P. (2001) Structural development of the mineralized tissue in the human L4 vertebral body. *J. Struct. Biol.*, **136**, 126–136.
- 27 Fratzl, P., Gupta, H.S., Paschalis, E.P., Roschger, P. (2004) Structure and mechanical quality of the collagen-mineral nano-composite in bone. *J. Mater. Chem.*, **14**, 2115–2123.
- 28 Mosekilde, L., Ebbesen, E.N., Tornvig, L., Thomsen, J.S. (2000) Trabecular bone structure and strength – remodelling and repair. *J. Musculoskel. Neuron. Interact.*, **1**, 25–30.
- 29 Kretschmann, D. (2003) Natural materials – Velcro mechanics in wood. *Nat. Mater.*, **2**, 775–776.

1.2

Berechnungs- und Design-Konzepte für den Leichtbau

Franz G. Rammerstorfer und Thomas Daxner

Kurzfassung

Dieses Kapitel befasst sich zunächst mit Leichtbau-Berechnungsmethoden und nachfolgend mit Leichtbau-Konstruktionsprinzipien. Diese Reihenfolge wurde gewählt, um im Zuge der Beschreibung der Berechnungsmethoden auf die für Leichtbaukonstruktionen typischen Versagensformen (und deren Vorhersage) eingehen zu können. Dadurch wird die darauf folgende Vorstellung konstruktiver Maßnahmen, die eine effiziente Absicherung gegen diese Versagensarten darstellen, verständlicher.

Bei der Beurteilung und der konstruktiven Auslegung von Leichtbau-Systemen sind sowohl festigkeits- als auch steifigkeitsbezogene Kriterien zu beachten. Da Leichtbau zumeist mit dünnwandigen Strukturen betrieben wird, kommen vermehrt Kriterien zum Tragen, welche die Steifigkeit der Konstruktion zum Inhalt haben, wie z. B. Vermeidung von zu großen Deformationen bzw. Vermeidung von steifigkeitsdominierten Instabilitäten, wie Knicken oder Beulen. Demgemäß wird in diesem Kapitel diesen Versagensformen besonderes Augenmerk zugewandt.

Dem Umstand entsprechend, dass im modernen Leichtbau in vermehrtem Ausmaß Verbundwerkstoffe und Werkstoffverbunde eingesetzt werden, wird auch auf die Berechnung von Sandwich- und Laminatstrukturen eingegangen.

Unter dem Titel „Leichtbau-Konstruktionsprinzipien“ werden Empfehlungen dahingehend gegeben, wie durch bisweilen relativ kleine und einfache Veränderungen in der konstruktiven Gestaltung Masse (und damit Gewicht) eingespart bzw. die Tragfähigkeit der Konstruktion signifikant erhöht werden kann. Es werden die Vor- und Nachteile der Integral- bzw. Differentialbauweise diskutiert, und schließlich wird aufgezeigt, wie Methoden der Topologie-, Form-, Parameter- und Materialoptimierung nutzbringend im Leichtbau eingesetzt werden können.

1.2.1

Einleitung

„Leichtbau“ ist ein modernes Schlagwort geworden und in nahezu allen Gebieten des modernen Maschinenbaus als eine der vordringlichsten Zielsetzungen zu finden. Damit Leichtbau aber nicht nur ein Schlagwort ist, sind entsprechende Kenntnisse über Leichtbau-Konstruktionskonzepte und Leichtbau-Berechnungsmethoden und deren gezielter Einsatz unverzichtbar.

Was ist nun „Leichtbau“? Leichtbau ist das Gestalten von Bauteilen in der Weise, dass sie – bei Erfüllung der Anforderungen hinsichtlich ihres Einsatzes – möglichst leicht sind; exakter ausgedrückt: möglichst geringe Masse besitzen.

Wenn hier von der „Erfüllung der Anforderungen hinsichtlich des Einsatzes der Bauteile“ die Rede ist, dann bedeutet dies unter anderem, dass bei der Gestaltung auch auf die unterschiedlichen Versagensformen Bedacht zu nehmen ist. Wegen

der aus den Leichtbau-Konzepten resultierenden eher dünnwandigen bzw. schlanken Konstruktionen ist keinesfalls allein auf Festigkeitserfordernisse (Materialversagen), wie sie z. B. im Kapitel 1.3 behandelt werden, sondern – in vermehrtem Ausmaß – auch auf Steifigkeitserfordernisse zu achten: Die Verformungen dürfen nicht unzulässig groß werden, und die Stabilität muss ausreichend gesichert sein. Dies bedeutet, dass die Leichtbau-Konstruktionen hinsichtlich statischer Instabilitäten, wie Knicken, Kippen, Beulen, Durchschlagen oder Erreichen der plastischen Traglast bzw. hinsichtlich Formen von dynamischen Instabilitäten, wie Flattern oder Parameterresonanzen, zu untersuchen sind. Demgemäß haben Konzepte der Stabilitätsanalyse im Leichtbau besondere Bedeutung.

Während die leichtbaugemäße Materialauswahl im Kapitel 2 und der Fertigungsleichtbau im Kapitel 3 näher betrachtet werden, beschäftigt sich das vorliegende Kapitel neben einigen grundsätzlichen Konstruktionsrichtlinien des Leichtbaus und einigen Betrachtungen zu Optimierungsstrategien vorwiegend mit Berechnungsmethoden des Leichtbaus, wie sie z. B. in [1–4] ausführlicher dargestellt sind.

Mit genaueren und zuverlässigeren Berechnungsmethoden können die Auslegungsbedingungen leichtbaugerechter gemacht werden, d. h. Sicherheitszuschläge, die aufgrund von nur ungefähren Abschätzungen oder näherungsweisen Berechnungen als masserhöhend aufgeschlagen wurden, können reduziert werden bzw. ganz entfallen. Sicherheitsfaktoren können – wo es aufgrund genauerer Berechnungsmethoden gerechtfertigt erscheint – näher an 1,0 herangerückt werden, und über Optimierungsverfahren kann erreicht werden, dass die Auslastung des Materials weitgehend gleichmäßig wird und nicht mehr einzelne Details (z. B. Spannungskonzentrationen an Kerben oder Lasteinleitungsstellen) die Wanddicke auch in weniger beanspruchten Gebieten mit bestimmen.

Aufgrund des geringen Ausmaßes an verfügbarem Platz wird im vorliegenden Kapitel bewusst auf tiefergehende Betrachtungen verzichtet; bisweilen wird als Ersatz dafür auf die einschlägige Literatur verwiesen.

1.2.2

Einige Leichtbau-Berechnungsmethoden

Aus der Sicht der Strukturmechanik im Leichtbau ist grundsätzlich zwischen Deformations-/Spannungsanalysen, Stabilitätsanalysen und Schwingungsanalysen zu unterscheiden. Ferner kann zwischen analytischen Methoden und numerischen, d. h. computerunterstützten Methoden, wie z. B. die Methode der Finiten Elemente, unterschieden werden. Die Methode der Finiten Elemente (die ihren Ursprung dem Leichtbau im Flugzeugbau verdankt) ist im Leichtbau unverzichtbar; dennoch würde es den Rahmen dieses Abschnitts sprengen, die Methode zu beschreiben; dazu sei auf die Literatur verwiesen – siehe z. B. [5]. Allerdings sei mit Nachdruck darauf hingewiesen, dass ohne ausreichende Kenntnisse der theoretischen Hintergründe der FE-Methoden und der Grundlagen der Festigkeitslehre die Verwendung noch so benutzerfreundlicher FE-Programme in hohem Maße riskant und somit nicht ratsam ist.

Im Folgenden werden einige Aspekte der analytischen Spannungsanalyse von typischen Leichtbaustrukturen diskutiert, ohne dass vertieft auf die Methoden eingegangen wird. Den Stabilitätsbetrachtungen, der Behandlung von Sandwich-Strukturen und Laminaten sowie der Optimierung werden eigene Abschnitte dieses Buchteils gewidmet.

1.2.2.1 Die Schubfeld-Theorie

Dünnwandige Platten- oder Schalenkonstruktionen sind im Allgemeinen beulgefährdet. Die Beullast bzw. die Beulsicherheit lässt sich durch Steifen bzw. Rippen, welche – sofern sie zur Erzwingung von Knotenlinien in der Beulfigur ausreichend steif sind – die Abmessungen der relevanten Beulfelder reduzieren, beträchtlich erhöhen (siehe Abb. 1.2.1). Rippenrost-Strukturen sind oftmals nicht ausreichend steif und fest gegenüber Schubbelastung (aus Querkraftbiegung und Torsion); diesem Mangel kann durch die Aufbringung einer dünnen „Haut“, welche vorwiegend die Schubbeanspruchungen aufnimmt, abgeholfen werden, und zur Erzeugung wandartiger Leichtbaukonstruktionen werden vielfach Bauteile aus dünnen Blechen, die an relativ steife Gurte angeschlossen sind, gestaltet (vgl. Abb. 1.2.1). In all diesen Fällen entstehen Konstruktionen, welche mittels der im Folgenden skizzierten Schubfeld-Theorie zur näherungsweise Erfassung der Beanspruchungen behandelt werden können.

Die Abb. 1.2.2 zeigt am Beispiel der Querkraftbiegung eines I-Trägers mit hohem, dünnem Steg die grundsätzlichen Näherungen der Schubfeld-Theorie.

Die in Abb. 1.2.2b dargestellte Näherung setzt voraus, dass gilt: $t_s \ll h$ und $t_s h \ll b t_G$ (allg. $A_s \ll A_G$). Die hier gezeigten Vereinfachungen lassen sich auch auf komplexere Leichtbau-Strukturen, die aus Stäben und einer verbindenden „Haut“ auf-



Abb. 1.2.1 Schubfelder im Dachaufbau eines Schienenfahrzeugs.

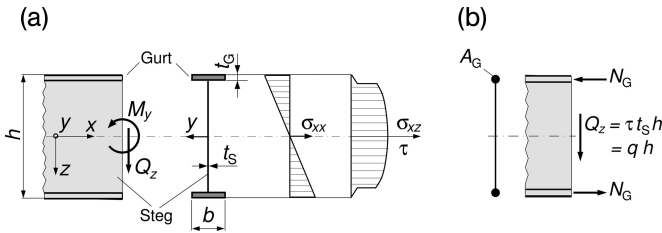


Abb. 1.2.2 Normal- und Schubspannungsverläufe zufolge Querkraftbiegung (a) in einem I-Träger und (b) entsprechende Schubfeld-Näherungsannahmen.

gebaut sind, übertragen. Dabei setzt die Schubfeld-Theorie für rechteckige Schubfelder näherungsweise voraus, dass (im unterkritischen Zustand) in den (als gelenkig miteinander verbunden angenommenen) Randstäben nur Normalkräfte und in den Feldern nur Schubspannungen herrschen. Damit ergibt sich, dass der Schubfluss q_i entlang der Berandung des Schubfeldes i konstant ist, woraus ein linearer Verlauf der Normalkraft in den Stäben folgt. (Die Näherungsannahmen führen zu einer kinematischen Unverträglichkeit, die hier nicht näher behandelt wird.)

Die Anwendung der Schubfeld-Theorie sei am einfachen Beispiel des in Abb. 1.2.3 dargestellten wandartigen Trägers (Schubfeld-Träger) demonstriert.

Für den in Abb. 1.2.3 dargestellten Schubfeldträger folgt aus dem globalen Gleichgewicht: $A_V = P_1 + P_2$, $A_H = B = (P_1(a_1 + a_2) + P_2 a_2)/h$. Die Schubflüsse in den beiden Blechfeldern q_1 und q_2 können nach Anwendung des Schnittprinzips aus dem Gleichgewicht der Teilstrukturen ermittelt werden. Zum Beispiel gilt für

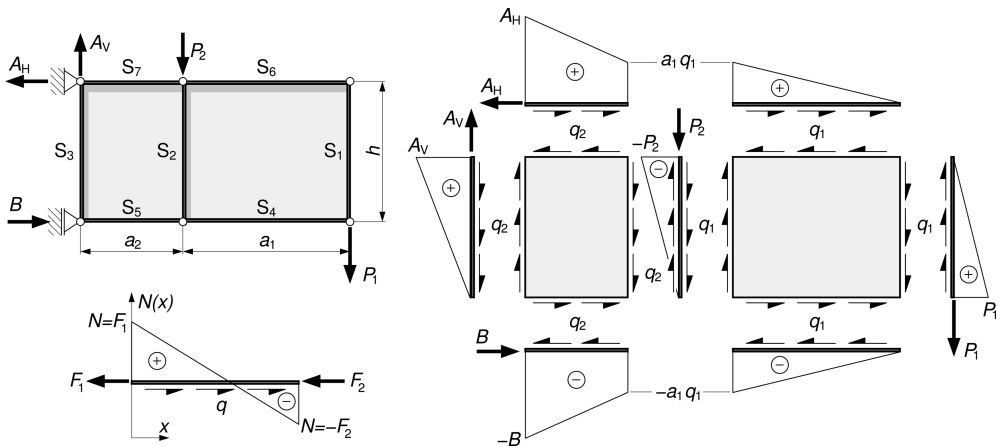


Abb. 1.2.3 Anwendung der Schubfeld-Idealisierungen auf einen wandartigen Träger mit zwei Schubfeldern. Die Beanspruchungen der Wandstäbe (Normalkraftverteilung) sind im rechten Bild in Diagramm-Form dargestellt. Im Bild unterhalb der Prinzipskizze wird die Bedeutung der Normalkraft-Diagramme schematisch erklärt.

den Stab S_1 : $q_1 h - P_1 = 0$, woraus folgt: $q_1 = P_1/h$. Auf analoge Weise folgt aus dem Gleichgewicht des Stabs S_3 : $q_2 = A_V/h = (P_1 + P_2)/h$. Zur – in diesem einfachen Fall wohl nicht angebrachten – Kontrolle könnten auch andere Stabsysteme herangezogen werden; z. B. das System S_5 und S_4 , wofür die Gleichgewichtsbedingung lautet: $B - q_2 a_2 - q_1 a_1 = 0$. Nach Kenntnis der Schubflüsse können die Normalkräfte in den Randstäben ermittelt werden, die – wegen der aus den Schubfeldidealisierungen folgenden Näherung konstanter Schubflüsse – linear veränderlich sind. Diese Verläufe sind in Abb. 1.2.3 eingetragen.

Folgendes sei angemerkt: Leichtbaukonstruktionen mit Schubfeldern haben im Allgemeinen auch dann noch beachtliche Tragreserven, wenn die Schubfelder (die Hautfelder, die Stegbleche etc.) schon gebeult sind. Es geht dann das Schubfeld im Nachbeulzustand mehr und mehr in ein „Zugfeld“ über (siehe Abschnitt 1.2.3.3). Allerdings muss beachtet werden, dass freistehende wandartige Träger wegen ihrer sehr geringen Torsionssteifigkeit leicht zu Instabilitäten in Form des „Kippens“ neigen.

1.2.2.2 Torsion von stabförmigen Leichtbaukonstruktionen

Bei stabförmigen Leichtbau-Strukturen mit dünnwandigen Querschnitten bestehen bei Torsionsbeanspruchung gravierende Unterschiede zwischen offenen und geschlossenen Profilen. Ohne auf Effekte aus der Wölbkrafttorsion einzugehen, seien auf der Basis der Näherungen der Saint Venant'schen Torsion hier die für den Leichtbau wichtigsten Beziehungen zusammengefasst. Vorweg seien einige der wesentlichen Unterschiede zwischen offenen und geschlossenen Profilen gezeigt (siehe Abb. 1.2.4).

Die Schubspannungen zufolge Torsion sind in offenen, dünnwandigen Profilen linear veränderlich über die Wanddicke (Torsionsschubfluss = 0), während sie bei geschlossenen, dünnwandigen Profilen konstant über die Wanddicke sind (abgesehen von Schubspannungskonzentrationen in stark gekrümmten Wandbereichen). Bei offenen Profilen treten die größten Werte der Schubspannung an Stellen größter Wanddicke auf; bei geschlossenen, einzelligen Profilen sind es die Stellen kleinster Wanddicke, an denen die größten Werte der Schubspannung auftreten.

Besonders zu beachten ist, dass Stäbe mit offenem Profil gegenüber jenen mit geschlossenem Profil bei sonst ähnlicher Geometrie und gleichem Materialaufwand deutlich geringere Torsionssteifigkeit besitzen.

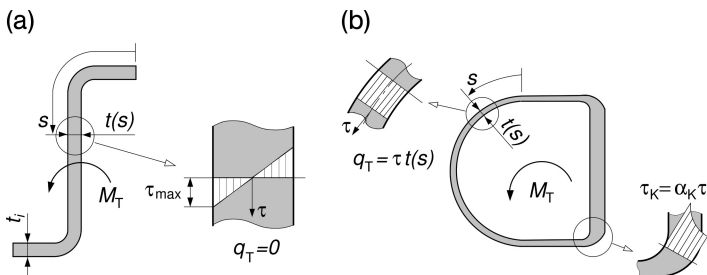


Abb. 1.2.4 Torsion (a) offener und (b) geschlossener dünnwandiger Profile.

Stäbe mit offenem, dünnwandigem Profil Die im Allgemeinen sehr geringe Torsionssteifigkeit von Stäben mit offenem, dünnwandigem Profil kommt daher, dass ihr Drillwiderstand J_T im Gegensatz zu vergleichbaren geschlossenen Profilen sehr klein ist. Die Verdrehung ϑ und die Schubspannung τ_{\max} sind somit bei sonst gleichen Verhältnissen größer als bei vergleichbaren geschlossenen Profilen. Ohne Wölbbehinderung gilt (mit l als abgewickelter Profillänge):

$$J_T = \frac{1}{3} \int_0^l t^3 ds \quad \left(J_T = \frac{1}{3} \sum_i l_i t_i^3 \right) \tag{1.2.1}$$

$$\vartheta = \frac{M_T}{GJ_T}, \quad \tau_{\max}(s) = G\vartheta t(s) = \frac{M_T}{J_T} t(s) \tag{1.2.2}$$

Das Vorgehen bei Berücksichtigung einer Wölbbehinderung ist z. B. in [1, 6, 7] beschrieben.

Die Lage des Schubmittelpunkts M (das ist jener Punkt in der Querschnittsebene, durch welchen die Wirkungslinie einer Querkraft gehen muss, wenn diese Querkraft keine Verdrehung bewirken soll) ist bei Bezugnahme auf die Trägheitshauptachsen y, z durch den Schwerpunkt S bestimmt durch (Abb. 1.2.5a):

$$y_M = \frac{1}{J_y} \int_0^l S_y(s)r(s)ds, \quad z_M = -\frac{1}{J_z} \int_0^l S_z(s)r(s)ds \tag{1.2.3}$$

Dabei bedeuten J_y und J_z die axialen Flächenträgheitsmomente des gesamten Querschnitts und $S_y(s)$ und $S_z(s)$ die statischen Momente der innerhalb s wegfallenden Flächenanteile, jeweils bezogen auf die y - bzw. z -Achse.

Anmerkung: Bei symmetrischen Profilen liegt der Schubmittelpunkt auf der Symmetrieachse. In diesem Fall kann für die Bestimmung der Lage von M ein beliebiger Bezugspunkt auf der Symmetrieachse gewählt werden (d. h. der Schwerpunkt muss nicht ermittelt werden).

In Abb. 1.2.5b ist für das geschlitzte Rohr der Schubmittelpunkt eingetragen; er liegt im Abstand R außerhalb des ungeschlitzten Scheitels. Ähnliche Verhältnisse liegen beim C-Profil usw. vor!

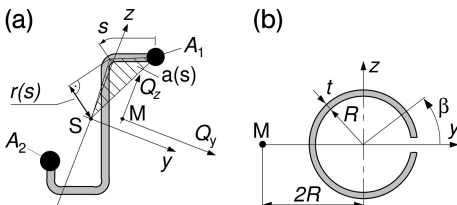


Abb. 1.2.5 Beziehung des Schubmittelpunkts 'M' zum Schwerpunkt 'S' des offenen, dünnwandigen Profils mit (a) konzentrierten Querschnittsteilen und (b) Lage von 'M' für das geschlitzte Kreisprofil.

Stäbe mit geschlossenem, dünnwandigem Profil Wie erwähnt, ist bei geschlossenen, dünnwandigen, einzelligen Profilen (Abb. 1.2.6) der Torsions-Schubfluss entlang der Profilwand-Mittellinie, q_T , konstant, und somit gilt:

$$M_T = \oint q_T r(s) ds = q_T 2A \quad (1. \text{ Bredt'sche Formel}) \quad (1.2.4)$$

mit der von der Profilwand-Mittellinie eingeschlossenen Fläche A .

Für die Verdrillung ϑ gilt mit Gl. (1.2.4):

$$\vartheta = \frac{q_T}{2GA} \oint \frac{1}{t(s)} ds = \frac{M_T}{G(2A)^2} \oint \frac{1}{t(s)} ds \quad (2. \text{ Bredt'sche Formel}) \quad (1.2.5)$$

Der Drillwiderstand ergibt sich aus:

$$\vartheta = \frac{M_T}{GJ_T} \Rightarrow J_T = \frac{(2A)^2}{\oint \frac{1}{t(s)} ds} \quad (1.2.6)$$

Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass die Verdrillung eines Stabs mit geschlossenem Profil um Größenordnungen kleiner sein kann als beim Stab mit gleichartigem, aber geschlitztem, d. h. offenem Profil.

Die Torsion von Stäben mit mehrzelligem, geschlossenem, dünnwandigem Hohlprofil (z. B. bei Strangpressprofilen) wird z. B. in [7] behandelt.

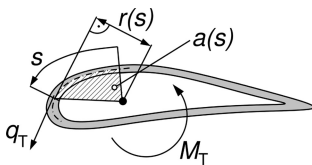


Abb. 1.2.6 Dünnwandiges, geschlossenes Profil, Erläuterung zur 1. Bredt'schen Formel.

1.2.3

Stabilitätsverlust – Knicken, Kippen, Beulen, Durchschlagen

Leichtbaukonstruktionen bzw. Komponenten davon können unter statischer Belastung instabil werden durch Gleichgewichtsverzweigung (Knicken, Kippen, Beulen), durch Durchschlagen („snap-through“ stellt einen dynamischen Prozess dar), durch Erreichen der plastischen Traglast oder – im Falle nichtkonservativer Belastung – durch Flattern. Kombinationen dieser Instabilitäten sind natürlich auch möglich. Eine ausführliche Behandlung von Stabilitätsproblemen ist [8–11] zu entnehmen. Die besonderen Aspekte des Stabilitätsverlusts unter thermischer Belastung werden hier nicht behandelt; diesbezüglich siehe z. B. [12].

Die häufigste Form des Stabilitätsverlusts ist die Gleichgewichtsverzweigung. Dabei ist die Kenntnis der Art des Nachbeulverhaltens wesentlich für die Beurteilung der Imperfektionsempfindlichkeit der Bauteile; siehe dazu die generischen Formen der Last-Verschiebungskurven in Abb. 1.2.7.

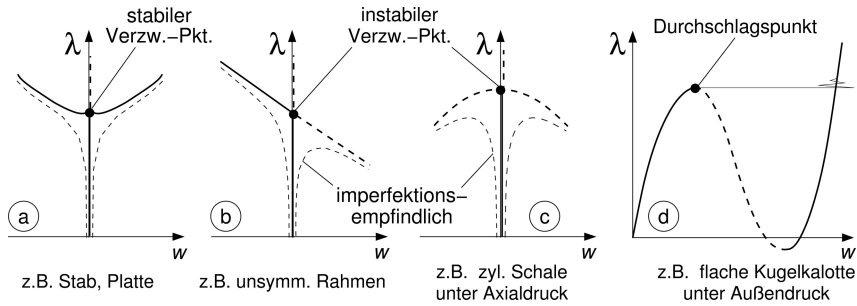


Abb. 1.2.7 Last-Verschiebungsdiagramme für typische Arten des Stabilitätsverlusts von Gleichgewichtszuständen: (a–c) Gleichgewichtsverzweigungen, (d) Durchschlagen.

Schwach gewölbte oder schwach gewinkelte, polygonale Leichtbaukonstruktionen neigen zum Stabilitätsverlust durch Durchschlagen (Abb. 1.2.7d). Bei monotoner Laststeigerung schlägt beim Erreichen des Durchschlagspunkts (Maximum im Last-Verschiebungsverlauf) das Bauteil durch, um eventuell einen entfernteren Gleichgewichtszustand (der nicht unbedingt existieren muss) einzunehmen, wenn der dynamische Prozess (durch Dämpfung) abgeklungen ist. In vielen Fällen sind dabei die Verformungen so groß, dass sich plastische Deformationen einstellen bzw. die Konstruktion völlig kollabiert.

Bei der Beurteilung der Stabilitätssicherheit von Leichtbaukonstruktionen ist zu beachten, dass je nach geometrischen Verhältnissen und örtlichen Steifigkeiten unterschiedliche Formen des globalen und lokalen Stabilitätsverlusts möglich sind (Abb. 1.2.8).

Demgemäß sind alle erwartbaren Formen des Stabilitätsverlusts in Betracht zu ziehen, um die niedrigste kritische Last zu ermitteln. Tritt eine dieser Formen ein, so wird im Allgemeinen die Steifigkeit des Systems so verändert, dass bei weiterer Laststeigerung (sofern diese überhaupt möglich ist) diese Steifigkeitsveränderung zu berücksichtigen ist. In vielen Fällen ist das erste Auftreten eines Stabilitätsverlusts als Belastungsgrenze zu werten, gegen die man mit ausreichender (aber nicht unnötig hoher) Sicherheit dimensionieren sollte. Allerdings tritt bei stabilem Nachbeulverhalten der vollständige Zusammenbruch oft erst bei erheblich größeren Lasten ein (vgl. dazu den bereits erwähnten Übergang vom Schubfeld zum Zugfeld).

1.2.3.1 Stabilitätsverlust bei axial belasteten Stäben

Für den globalen Stabilitätsverlust von axial gedrückten, stabförmigen Leichtbaustrukturen stellt das Biegedrillknicken den allgemeineren Fall dar, in welchem das „klassische“ Euler-Knicken (Biegeknicken) als Spezialfall enthalten ist.

Das Biegedrillknicken Bei geraden, axial gedrückten Stäben können die Instabilitätsformen des Biegeknickens, des (gekoppelten) Biegedrillknickens und des reinen Drillknickens beobachtet werden. Für isotropes, homogenes, linear elastisches

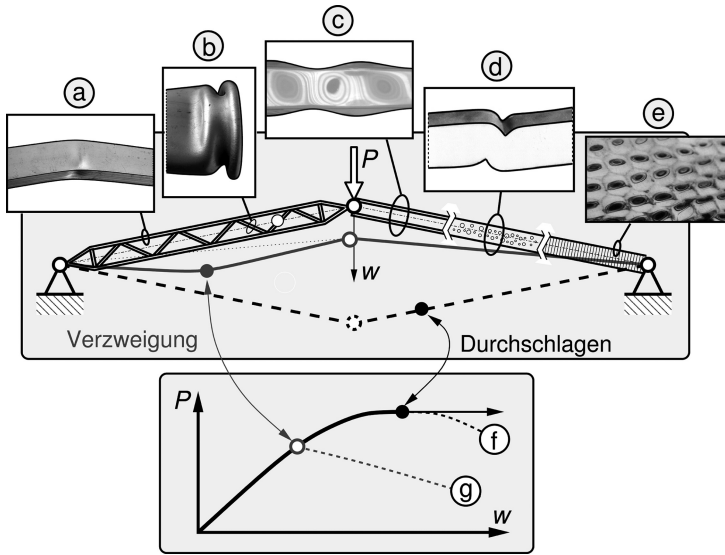


Abb. 1.2.8 Verschiedene Arten lokalen (a–e) und globalen (f, g) Stabilitätsverlustes, demonstriert an einem von-Mises-Zweistab: (a) Knicken eines Fachwerkstabs, (b) Beulen eines Hohlprofils, (c) Profilwand-Beulen, (d) Knittern von Sandwich-Deckschichten, (e) Dimpling, (f) globales Durchschlagen der Konstruktion, (g) globales Knicken des Fachwerks als Stab.

Material können diese Verzweigungsfälle bei konstantem Querschnitt in weiten Anwendungsgebieten mit folgenden, im Allgemeinen gekoppelten Differentialgleichungen für die Transversalverschiebungen v und w in y - bzw. z -Richtung und die Verdrehung χ behandelt werden [13]:

$$EJ_z v'''' + Pv'' + Pz_M \chi'' = 0 \quad (1.2.7)$$

$$EJ_y w'''' + Pw'' - P\gamma_M \chi'' = 0 \quad (1.2.8)$$

$$Pz_M v'' - P\gamma_M w'' + EC_W \chi'''' - GJ_T \chi'' + Pi_M^2 \chi'' = 0 \quad (1.2.9)$$

Dabei sind J_y und J_z die auf die Trägheitshauptachsen durch den Flächenschwerpunkt bezogenen axialen Flächenträgheitsmomente, P ist die im Schwerpunkt des Querschnitts angreifende, als Druck positiv definierte Axialkraft, und i_M der polare Trägheitsradius des Querschnitts, bezogen auf den Schubmittelpunkt M , dessen Koordinaten vom Schwerpunkt aus gezählt werden:

$$i_M^2 = i_P^2 + r_M^2 \quad \text{mit} \quad r_M^2 = y_M^2 + z_M^2, \quad J_P = Ai_P^2 \quad (1.2.10)$$

Weiter sind A die Querschnittsfläche, J_P das polare Flächenträgheitsmoment und C_W der Wölbwiderstand.

Aus dem Satz der Gl. (1.2.7) bis (1.2.9) und den Randbedingungen können die Eigenwertprobleme für die Berechnung der Verzweigungslasten hergeleitet werden.

Zum Beispiel können für einen Stab mit konstantem Querschnitt bei allgemeiner Gabellagerung (d. h. für $x = 0$ und $x = l$ gilt: $v = 0, v' = 0, w = 0, w' = 0, \chi = 0, \chi' = 0$) die an den Enden in Richtung der Stabachse angreifenden kritischen Axiallasten mit folgendem Ansatz bestimmt werden:

$$v = V \sin \frac{\pi x}{l}, \quad w = W \sin \frac{\pi x}{l}, \quad \chi = X \sin \frac{\pi x}{l} \quad (1.2.11)$$

Der Lösungsansatz (1.2.11) erfüllt alle Randbedingungen und stellt für die Verzweigungslasten (kritische Axiallasten) eine nichttriviale Lösung des obigen Differentialgleichungssystems dar. Nach Einsetzen in (1.2.7) bis (1.2.9) erhält man das folgende algebraische Gleichungssystem für die „Lagekoordinaten“ V, W, X :

$$\left\{ \begin{array}{ccc} EJ_z \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 - P & 0 & -P z_M \\ 0 & EJ_y \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 - P & P \gamma_M \\ -P z_M & P \gamma_M & EC_W \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + G J_T - P i_M^2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} V \\ W \\ X \end{array} \right\} = 0 \quad (1.2.12)$$

Da die Verzweigung eine Abweichung vom trivialen Gleichgewichtspfad, $V = 0 \wedge W = 0 \wedge X = 0$, darstellt und nichttriviale Lösungen erfordern, dass die Koeffizientendeterminante in Gl. (1.2.12) verschwindet, erhält man durch Nullsetzen dieser Determinante eine Bestimmungsgleichung für die kritischen Lasten P^* .

Für doppelt-symmetrische Querschnitte (Symmetrieachsen sind mit y bzw. z bezeichnet) liegt der Schubmittelpunkt bei $\gamma_M = z_M = 0$, und das Gleichungssystem (1.2.12) ist entkoppelt; die Verzweigungslasten P^* sind bestimmt durch:

Für $V \neq 0$ (Knicken um die z -Achse) und für $W \neq 0$ (Knicken um die y -Achse) ergeben sich jeweils die klassischen Euler-Formeln des Stabknickens:

$${}_z P^* = \frac{\pi^2 EJ_z}{l^2}, \quad \text{bzw.} \quad {}_y P^* = \frac{\pi^2 EJ_y}{l^2} \quad (1.2.13)$$

wogegen sich für $X \neq 0$ die kritische Last für reines Drillknicken zu

$${}_T P^* = \frac{1}{i_M^2} \left[EC_W \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + G J_T \right] \quad (1.2.14)$$

ergibt.

Die zur Beurteilung der Stabilitätssicherheit maßgebliche kritische Last ist der kleinste der obigen Werte.

Liegt nur einfache Symmetrie des Querschnitts vor (mit der z -Achse als Symmetrieachse), dann gilt $\gamma_M = 0$ und $z_M \neq 0$, und die zweite Gleichung im Gleichungssystem (1.2.12) ist von den anderen entkoppelt. Diese liefert für $W \neq 0$ (also Knicken um die y -Achse) obigen ${}_y P^*$ -Eigenwert. Die beiden verbleibenden gekoppelten Gleichungen haben nichttriviale Lösungen, wenn (mit den Bezeichnungen

von Gl. (1.2.13) und (1.2.14) gilt:

$$\left(\frac{zP_i^*}{P_i^*} - 1\right) \left(\frac{T P_i^*}{P_i^*} - 1\right) - \left(\frac{z_M}{i_M}\right)^2 = 0 \quad (1.2.15)$$

Die Nullstellen P_1^* , P_2^* dieser quadratischen Gl. (1.2.15) stellen die kritischen Lasten für das gekoppelte Biegedrillknicken dar. Auch hier ist die bemessungsrelevante kritische Last durch die kleinste der kritischen Lasten gegeben.

Dieses Vorgehen führt für Stäbe mit vollständig unsymmetrischem Querschnitt (mit den y - und z -Achsen als Trägheitshauptachsen durch den Schwerpunkt) auf

$$\begin{aligned} &\left(1 - \frac{zP_i^*}{P_i^*}\right) \left(1 - \frac{yP_i^*}{P_i^*}\right) \left(1 - \frac{T P_i^*}{P_i^*}\right) - \left(1 - \frac{zP_i^*}{P_i^*}\right) \left(\frac{y_M}{i_M}\right)^2 \\ &- \left(1 - \frac{yP_i^*}{P_i^*}\right) \left(\frac{z_M}{i_M}\right)^2 = 0 \end{aligned} \quad (1.2.16)$$

Die Nullstellen P_1^* , P_2^* , P_3^* dieser kubischen Gl. (1.2.16) stellen Biegedrillknicklasten dar, wobei wiederum der kleinste Wert die relevante kritische Axiallast ist.

Das Euler-Knicken Für Fälle, in denen Drillknicken oder Biegedrillknicken ausgeschlossen werden kann, also reines Biegeknicken betrachtet wird, ergibt sich für homogene Stäbe konstanten Querschnitts die hinlänglich bekannte Knicklast

$$P_K^* = \frac{\pi^2 EJ}{l_K^2} \quad (1.2.17)$$

wobei die „Knicklänge“ l_K von den Randbedingungen abhängt (Abb. 1.2.9).

Die kritische Axialspannung im Querschnitt – die Knickspannung – ergibt sich zu:

$$\sigma_K^* = \frac{\pi^2 E}{\lambda_K^2} \quad \text{mit der Schlankheit} \quad \lambda_K = \frac{l_K}{i} \quad (1.2.18)$$

Dabei ist i der Trägheitsradius für das axiale Flächenträgheitsmoment. Wenn sich für die Knickspannung ein Wert größer als die Streckgrenze des Materials ergibt (also bei gedrungenen Stäben, d. h. geringer Schlankheit λ_K), dann liegt kein elastisches Knicken mehr vor, und es muss mit plastischem Knicken gerechnet werden. Eine ausführliche Behandlung des inelastischen Knickens findet man in [8]; praktische Vorgehensweisen findet man auch in [1, 2].

Es gilt zu beachten, dass für die Bewertung der Sicherheit gegen Knicken jene von der Querschnittsform und von den Randbedingungen abhängige Knickachse

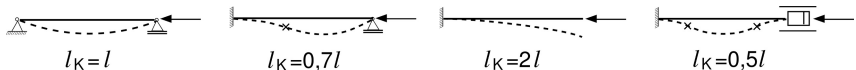


Abb. 1.2.9 Bestimmung der Knicklänge l_K für das Stabknicken bei unterschiedlichen Randbedingungen.

bzw. Richtung der transversalen Verschiebung w heranzuziehen ist, welche die kleinste Knicklast ergibt.

Die Knicklast eines homogenen, elastisch gebetteten Stabs (Winkler-Bettung) wird z. B. in [4, 6] behandelt.

Bei Berücksichtigung der Schubdeformationen liegt folgender Zusammenhang zwischen der Euler-Knicklast P_K^* (d. h. ohne Schubeeinfluss) gemäß Gl. (1.2.17) und der Knicklast \bar{P}_K^* (mit Schubeeinfluss) wie folgt vor [4, 6]:

$$\bar{P}_K^* = \frac{P_K^*}{\left(1 + \frac{P_K^*}{GA_S}\right)} \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{\bar{P}_K^*} = \frac{1}{P_K^*} + \frac{1}{GA_S} \quad (1.2.19)$$

wobei (GA_S) die Schubsteifigkeit, mit dem Schubmodul G und dem Schubquerschnitt A_S , darstellt. Derartige die Knicklast reduzierende Effekte sind auch bei Sandwich-Konstruktionen (siehe Abschnitt 1.2.4.1) zu beachten.

1.2.3.2 Zum Kippen von hohen, schmalen Biegeträgern

Bei stabartigen Leichtbaukonstruktionen mit Querschnitten, die durch geringe Torsionssteifigkeit und $J_y \gg J_z$ gekennzeichnet sind (Abb. 1.2.10), kann auch eine Biegemomenten- bzw. Querbelastung (Moment M_y , Querkraft Q_z , Streckenlast p_z) zu einer Instabilität, nämlich zum Kippen führen. Mit χ ist in Abb. 1.2.10 die Querschnittsverdrehung gekennzeichnet; vgl. dazu auch Gl. (1.2.7) bis (1.2.9).

Diese Instabilitätsform ist z. B. in [8] behandelt. Formeln für kritische Lasten finden sich auch in [14, 15]. Zum Beispiel ergibt sich für einen homogenen Kragbalken mit hohem, dünnwandigem Rechteckquerschnitt $b \times h$, bei $h \gg b$ und $l \gg h$ die hinsichtlich Kippens kritische Querlast, oben am freien Balkenende angreifend, näherungsweise zu

$$Q_z^* \approx \frac{4}{l^2} \sqrt{EJ_z GJ_T} \quad (1.2.20)$$

1.2.3.3 Beulen von Platten

Platten können unter Belastungen in Plattenebene aus der trivialen (d. h. ebenen) Deformation heraus in eine nichttriviale Deformationsfigur (Transversalverschiebung w) verzweigen, d. h. beulen. Der aus der Belastung resultierende Membranzustand wird durch die Schnittgrößen N_{ij} , das sind Membrankräfte je

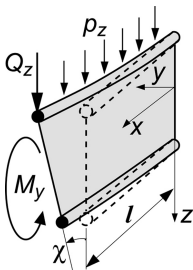


Abb. 1.2.10 Kippen von hohen Trägern.

Längeneinheit, beschrieben. Hier sei beispielhaft das elastische Beulen von isotropen Rechteckplatten skizziert; weitergehende Betrachtungen sind z. B. in [1, 3, 16] zu finden.

Elastisches Beulen von dünnen Rechteckplatten Jener Membranspannungszustand (bzw. die zu diesem Membranspannungszustand führende Belastung) ist als „kritisch“ zu bezeichnen, bei dem – in Analogie zu der bei den Stäben beschriebenen Vorgehensweise – unter Beachtung der Randbedingungen, erstmals eine nichttriviale Lösung der linearisierten und auf reine Scheibenbelastung spezialisierten von Kármán’schen Plattengleichung (vgl. [16]),

$$K\Delta\Delta w + N_{xx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_{yy} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0 \quad (1.2.21)$$

auftritt (Druck-Membrankräfte sind hier positiv angenommen). Die Plattenbiegesteifigkeit ist für homogene, linear elastische, isotrope Platten der Dicke t durch $K = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ gegeben.

Auf diese Weise gewinnt man unter Voraussetzung elastischen Beulens für festgelegte Belastungsarten und Randbedingungen die den beulkritischen Zustand charakterisierende Membranspannung zu

$$\sigma^* = kE \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (1.2.22)$$

Darin bedeutet k den Beulfaktor, der von der Belastungsart, den Randbedingungen und dem Längen-Breiten-Verhältnis der Rechteckplatte abhängt. Auch die Querdehnungszahl ν geht in k ein. Diese Abhängigkeiten sind in Diagrammform in diversen Sammlungen zu finden, siehe z. B. [1, 3]. Für konstante einachsige Membran-Druckbelastung sind beispielhaft derartige Diagramme in Abb. 1.2.11 dargestellt.

Für elastisches Beulen bei gemischten Membran-Beanspruchungen stehen Interaktionsbeziehungen (siehe z. B. [17]) bzw. Interaktionsdiagramme (siehe z. B. [3]) zur Verfügung. In Abb. 1.2.12 ist als Beispiel das Interaktionsdiagramm für zweiachsige Druck-Membranbelastung eines langen Plattenstreifens dargestellt. Darin bedeutet R_x das Verhältnis zwischen der vorliegenden Druckspannung in x -Richtung und der beulkritischen Spannung, bestimmt unter einachsiger Beanspruchung in x -Richtung; in analoger Weise ist R_y das Verhältnis zwischen Lastspannung und Beulspannung in y -Richtung. Liegt der durch (R_x, R_y) bestimmte Punkt im Inneren des von der Interaktionskurve begrenzten Bereichs, dann liegen unterkritische Verhältnisse vor; außerhalb der Interaktionskurve liegende Wertepaare stellen instabile Lastkombinationen dar.

Die Beziehungen für die Ermittlung der kritischen Membranspannungen sind unter Annahme linear elastischen Materialverhaltens gewonnen worden. Demgemäß ist zu beachten, dass Ergebnisse für kritische Spannungen, welche eine Vergleichsspannung liefern, die über der Streckgrenze liegt, ungültig sind; in solchen Fällen liegt inelastisches Beulen vor, welches hier nicht behandelt wird; siehe dazu z. B. [1, 3].

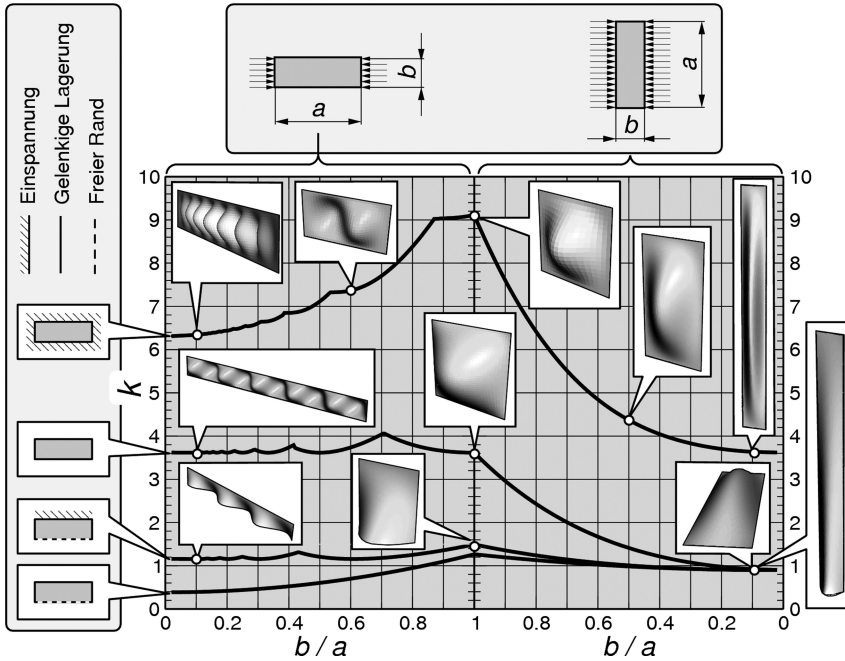


Abb. 1.2.11 Diagramm zur Bestimmung des Beulfaktors k zum Beulen von Rechteckplatten unter einachsiger Druckbelastung. Die Beulfiguren für verschiedene Längen-Breiten-Verhältnisse und Lagerungsbedingungen sind dargestellt.

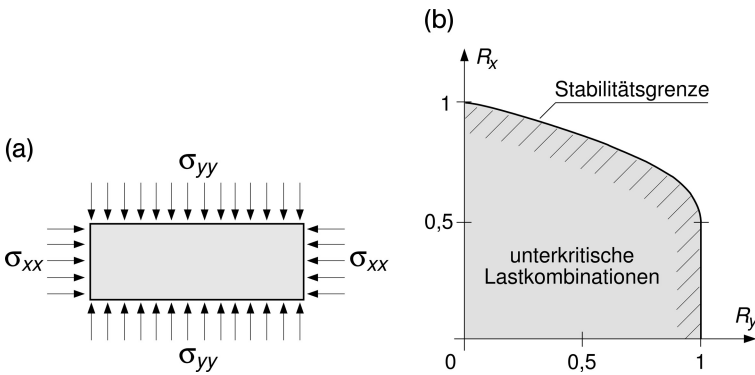


Abb. 1.2.12 Interaktionsdiagramm bei zweiachsigem Druck (langer Plattenstreifen).

Analog zum Stabknicken reduziert auch beim Plattenbeulen die Berücksichtigung der transversalen Schubnachgiebigkeit die kritischen Lasten; vgl. [4, 18]. Dies ist besonders bei Sandwichplatten zu beachten!

Hinsichtlich der Behandlung des Beulens von versteiften Platten und auch deren Tragreserven nach Eintreten erster lokaler Instabilitäten (Stichwort „mitttragende

Breite“) sei hier auf die Literatur verwiesen, siehe z. B. [1, 3]. Das Beulen von orthotropen Platten, das auch bei Platten aus Verbundwerkstoffen eine Rolle spielen kann, ist z. B. in [16, 18] behandelt.

Lokales Beulen von Profilwänden bei gedrückten, dünnwandigen Stäben Axial gedrückte Stäbe, die aus dünnwandigem Profil gebaut sind, können instabil werden durch globales Knicken (einschließlich Biegedrillknicken) als Stab, durch elastisches Beulen der Stabwände bzw., bei vergleichsweise eher dickeren Wänden, durch plastisches Beulen der Profilwände sowie durch Kombinationen obiger Formen; siehe dazu Abb. 1.2.13.

Beulformen für das Profilwandbeulen sind schematisch in Abb. 1.2.14 dargestellt.

Dieses lokale Beulen der Stabwände kann in erster Näherung als das Beulen von einzelnen Plattenstreifen bei geeigneter (konservativer) Festlegung der Randbedingungen behandelt werden. Für eine genauere Analyse des Beulens von Stab-

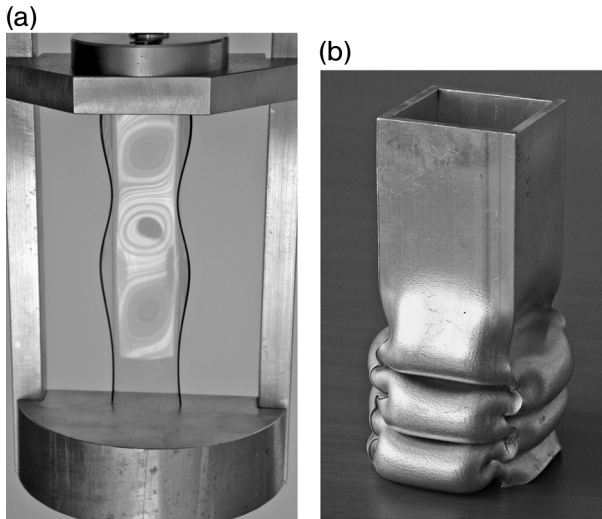


Abb. 1.2.13 Typische Formen von Instabilitäten von Stäben mit dünnwandigem Profil (Profilwandbeulen).

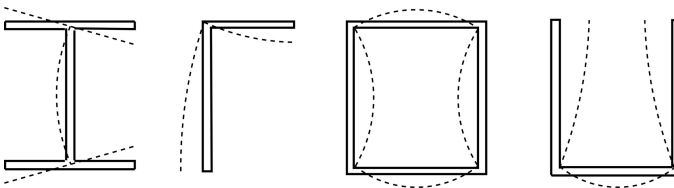


Abb. 1.2.14 Schematische Darstellung der Amplitudenverteilung der Beulmuster bei Profilwandbeulen.

wänden ist der Umstand zu berücksichtigen, dass die Beulmuster der an einer gemeinsamen Kante verbundenen Stabwände nicht voneinander unabhängig sind, sondern im Allgemeinen gleiche Wellenzahl haben. In [3] sind solche Probleme behandelt.

Übergang vom Schubfeld zum Zugfeld (Zugfeldtheorie) Eine besondere Form des Plattenbeulens stellt das Beulen von Schubfeldern dar. Der Spannungszustand im unterkritisch beanspruchten Schubfeld kann durch den zentrisch liegenden Mohr'schen Spannungskreis dargestellt werden (Abb. 1.2.15).

Erreicht die durch Erhöhung der äußeren Belastung gesteigerte Schubspannung im Schubfeld die kritische Schubspannung $\tau^* = kE \left(\frac{t}{b}\right)^2$, mit dem Beulfaktor k , der aus Diagrammen in Abhängigkeit von der Art der Einbindung des Schubfelds in die Randstäbe entnommen werden kann, siehe (z. B. [3]), so beult das Schubfeld, und in weiterer Folge bilden sich Falten in etwa normal zur Richtung der Druck-Hauptnormalspannung, also etwa 45° gegenüber den Randstäben geneigt, aus.

Die Schubspannung τ im Stegblech kann auch im überkritischen Zustand gesteigert werden. Es kann also die äußere Last bei bereits gebeultem Feld noch (im Allgemeinen sehr beträchtlich) erhöht werden. Die Hauptnormaldruckspannung kann im überkritischen Fall nur noch schwach ansteigen; somit wandert der mit τ als Radius größer werdende Mohr'sche Spannungskreis in der Abb. 1.2.15 nach rechts, und es bildet sich ein „Zugfeld“ (Wagner'sches Zugfeld; siehe [19]) aus.

Der Spannungszustand im gebeulten Feld kann für sehr hohe Überschreitungsgrade, $\xi := \tau/\tau^*$, unter Zugrundelegung der für das ideale Zugfeld getroffenen Annahme $\sigma_2 = 0$, Faltenwinkel 45° , direkt aus dem Mohr'schen Spannungskreis (siehe Abb. 1.2.15) ermittelt werden:

$$\sigma_1 = 2\tau, \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \tau \tag{1.2.23}$$

Die nur im überkritischen Zustand des Felds auftretenden Normalspannungskomponenten σ_{xx} und σ_{yy} (es sind dies immer Zugspannungen!) führen zu zusätzlichen Beanspruchungen der Verbindungen zwischen den Feldern und den Stäben sowie zu zusätzlichen Beanspruchungen der Stäbe selbst: Biegung und weitere Normalkräfte.

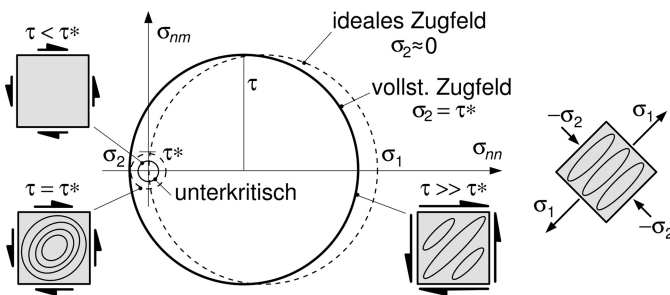


Abb. 1.2.15 Mohr'sche Spannungskreise; Entwicklung des Zugfelds.

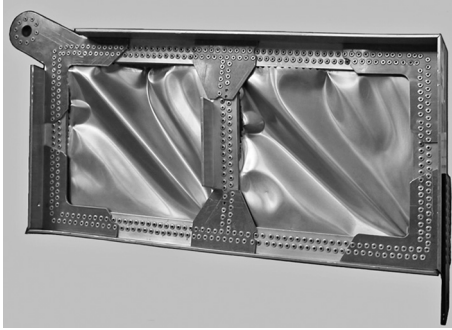


Abb. 1.2.16 Vollständiges Versagen eines Schubfeldträgers bei hohen Überschreitungsgraden.

Das Auftreten von Falten in den Feldern ist – je nach Bemessungsrichtlinie – im Allgemeinen noch keine Versagensform; somit müssen für Bauteilversagen nach dem ersten Auftreten von Falten in den Feldern folgende Ereignisse in Betracht gezogen werden (Abb. 1.2.16): lokales Plastizieren (bleibende Deformationen), Zugbruch des Felds (quer zu den Falten – σ_1 maßgeblich), globaler Stabilitätsverlust durch Knicken der Stäbe, Beulen der Profilwände der Stäbe, Versagen der Verbindungen, globales Kippen bei wandartigen Trägern etc.

1.2.3.4 Zum Beulen von Rotationsschalen

Das Beulen von dünnwandigen Schalen stellt in den meisten Fällen ein Verzweigungsproblem mit instabilem Nachbeulverhalten dar, was auf hohe Imperfektionsempfindlichkeit hinweist (siehe Abb. 1.2.7). Schwach gekrümmte Schalen unter Flächendruckbelastung (z. B. dünne Kugelkalotten unter Außendruck) oder dünne Schalen unter konzentrierten transversalen Lasten können auch durchschlagen. Im Folgenden wird – aus Platzgründen – lediglich die axial gedrückte Kreiszylinderschale etwas näher betrachtet; weiterführende Betrachtungen zum Schalenbeulen können der Literatur, z. B. [9, 20, 21], entnommen werden.

Beulen von Kreiszylinderschalen Für die homogene, linear elastische, dünnwandige, axial gedrückte (axiale Membrandruckkraft N_{xx}) belastete Kreiszylinderschale kann eine theoretische (d. h. perfekte Geometrie und Lasteinleitung, linear elastisches, isotropes, homogenes Material vorausgesetzt), „klassische“ Beulspannung über die aus den Donnel'schen Gleichungen (siehe [16]) gewonnene Differentialgleichung

$$K\Delta^4 w + \frac{D}{R^2}(1-\nu^2)\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + N_{xx}\Delta^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{p}{R}\Delta^2\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (1.2.24)$$

mit der Biegesteifigkeit $K = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ und der Dehnsteifigkeit $D = \frac{Et}{1-\nu^2}$, ohne äußeren Manteldruck, d. h. $p = 0$, bei einem (praktisch kaum relevanten) axialsymmetrischen, in Längsrichtung periodischen Lösungsansatz mit radial und tangential

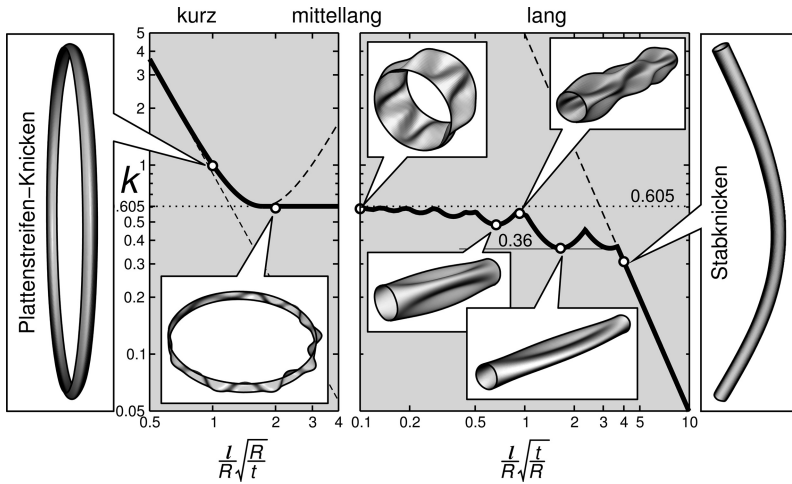


Abb. 1.2.17 Diagramm zur Bestimmung des Beulfaktors k zum Beulen von Zylinderschalen unter axialer Druckbelastung. Die Beulfiguren für verschiedene Geometrieparameter sind dargestellt.

unverschieblichen Rändern als

$$\sigma^* = kE \frac{t}{R} \quad (1.2.25)$$

mit $k = \frac{1}{\sqrt{3(1-\nu^2)}}$, gewonnen werden. Tieferegehende Stabilitätsanalysen, wie sie in [22] dargestellt sind, zeigen, dass Gl. (1.2.25) mit einem Beulfaktor k , der von den geometrischen Verhältnissen (R/l und t/R) gemäß dem in der Abb. 1.2.17 dargestellten Girlandendiagramm abhängt, auch für die relevanteren nicht-axialsymmetrischen Beulformen zur Berechnung der theoretischen Beulspannung herangezogen werden kann.

Es ist unbedingt zu beachten, dass bei radial verschieblichen bzw. freien Rändern die kritische Axiallast deutlich absinken kann; siehe dazu auch [21]. Wesentlich erweiterte Betrachtungsweisen unter Miteinbeziehung der nichtlinearen Beultheorie sind z. B. in [9] dargestellt.

Im Girlandendiagramm (Abb. 1.2.17) ist eine Einteilung in kurze, mittellange und lange Zylinderschalen erkennbar. Diese Zuordnung wird in Regelwerken über geometrische Parameter festgelegt; vgl. z. B. [23, 24].

Für *mittellange Zylinderschalen* mit radial und tangential unverschieblichen Rändern wird oftmals – unter Annahme von $\nu = 0,3$ – die theoretische kritische Axialdruckspannung (für elastisches Beulen) mittels

$$\sigma_{\text{th}}^* = 0,605E \frac{t}{R} \quad (1.2.26)$$

berechnet, obgleich dies – insbesondere für größere $\frac{1}{R}$ -Werte – eine Näherung darstellt (wie man aus Abb. 1.2.17 erkennt).

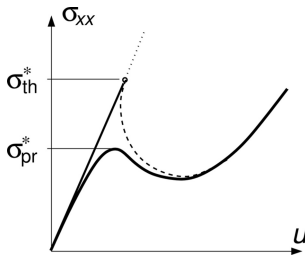


Abb. 1.2.18 Reduktion der praktischen gegenüber der theoretischen Beulspannung aufgrund von Imperfektionen (und Rand-Biegestörungen).

Dünnwandige Schalen, und so auch die hier behandelten Zylinderschalen, sind wegen des instabilen Nachbeulverhaltens sehr imperfektionsempfindlich. Aus diesem Grund (und wegen der Rand-Biegestörungen) liegt in der Realität ein Durchschlagsproblem vor, und die praktischen Beulspannungswerte, σ_{pr}^* , sind deutlich geringer als die theoretischen, σ_{th}^* (Abb. 1.2.18).

Dieser Umstand wird durch die Einführung eines Abminderungsfaktors α_A berücksichtigt, der je nach Auslegungsvorschrift und Qualitätsmaßstäben zu ermitteln ist (vgl. z. B. [21, 23]):

$$\sigma_{pr}^* = \alpha_A \sigma_{th}^* = \alpha_A 0,605 E \frac{t}{R} \quad (1.2.27)$$

Da das elastische Beulen mittellanger Zylinderschalen ein eher lokales Phänomen ist, wird es auch durch den lokalen Spannungszustand bestimmt. Demgemäß kann das Beulen solcher Schalen zufolge der maximalen axialen Druckspannung bei globaler Biegung (die evtl. einer Axialbelastung überlagert ist) mit obigen Formeln untersucht werden.

Ein innerer Überdruck p_i hat bei elastischem Axiallastbeulen – vorwiegend durch das Glätten von geometrischen Imperfektionen – eine stabilisierende Wirkung [24]; allerdings kann ein zu hoher Innendruck auch wegen der dadurch verursachten Umfangs-Zugspannungen, welche das Plastizieren begünstigen, destabilisierend wirken! Nähere Betrachtungen dazu sind in [21] zu finden.

Generell ist auch beim Schalenbeulen zu beachten, dass die obigen Beulformeln nur angewendet werden dürfen, wenn der berechnete beulkritische Spannungszustand ausreichend weit entfernt vom Überschreiten der Streckgrenze ist. Dabei ist zu bedenken, dass wegen der Rand-Biegestörungen nicht allein der Membranspannungszustand für den Plastizierungsbeginn maßgeblich ist. Dazu sind der Fachliteratur Angaben für die Grenzen der Anwendbarkeit der Beziehungen für elastisches Beulen und Methoden zur Behandlung des elasto-plastischen Beulens zu entnehmen, siehe z. B. [24].

Für das elastische Beulen axial gedrückter *kurzer Kreiszylinderschalen* ist sowohl auf Schalen- als auch auf Plattenbeulen zu prüfen: Es wird zunächst so vorgegangen wie bei der Ermittlung der kritischen Spannung für mittellange Zylinderschalen. Allerdings muss aber auch berücksichtigt werden, dass das Schalenbeulen bei

kurzen Zylindern mehr und mehr in das Beulen gekrümmter Platten übergeht; Genaueres siehe z. B. [9].

Die maßgebliche kritische Spannung ist dann die größere der beiden so ermittelten kritischen Spannungen.

Bei *langen Zylinderschalen* geht das Beulen mehr und mehr in das globale Knicken der Zylinderschale als rohrförmiger Stab über, und es ist für das elastische Beulen sowohl auf Schalenbeulen für lange Zylinder, z. B. mittels

$$\sigma_{\text{pr.l}}^* = \alpha_A 0,36 E \frac{t}{R} \quad (1.2.28)$$

als auch auf Stabknicken mit den Knickformeln des Stabs (mit kreisringförmigem Querschnitt), siehe Gl. (1.2.17), zu untersuchen. Hier ist nun der kleinere der beiden kritischen Axiallastwerte maßgeblich.

Außendruckbelastete, tordierte, auf Schub und kombiniert beanspruchte Zylinderschalen werden hier nicht behandelt; dazu sei auf die einschlägige Literatur verwiesen (siehe z. B. [9, 20, 21]). Dort finden sich auch Informationen zum Beulen von anderen Rotationsschalen sowie von versteiften und orthotropen Schalen.

1.2.4

Sandwich- und Laminat-Strukturen

Zur Erzielung hoher Festigkeiten und Steifigkeiten der Bauteile bei möglichst geringer Masse werden im Leichtbau unterschiedliche Materialien ortsabhängig in effizienter Weise angeordnet, was zu Materialverbunden führt, wobei die Komponenten dieser Verbunde sowohl homogenes Material als auch selbst Verbundmaterialien oder – in Sandwich-Kernen – zellulär strukturierte Materialien sein können. Zwei Vertreter dieser Designmethode sind Sandwich- und Laminat-Strukturen.

1.2.4.1 **Sandwich-Strukturen**

Sandwich-Elemente bestehen im Wesentlichen aus dünnen Deckschichten aus festem und steifem Material, die durch eine Kernschicht aus möglichst leichtem, ausreichend schubsteifem und -festem Material auf Distanz gehalten werden (siehe Abb. 1.2.19). Auf diese Weise werden hohe Biegesteifigkeiten und -festigkeiten bei geringem Flächengewicht erreicht. Solche Strukturen werden im Leichtbau vorwiegend dort eingesetzt, wo in Balken-, Platten- oder Schalenkonstruktionen neben Membran- auch Biegebeanspruchungen bei möglichst geringem Gewicht zu übertragen sind bzw. Stabilitätsverlust bemessungsrelevant wird.

Zur Vereinfachung werden in den folgenden Betrachtungen isotropes, linear elastisches Verhalten des Deckschichtmaterials, linear elastisches Kernverhalten und idealer Verbund zwischen den Deckschichten und dem Kern vorausgesetzt. Die Biege- und die Dehnsteifigkeit der Kernschicht in Richtung der Mittelfläche und die Biege- sowie die Querschubsteifigkeit der als sehr dünn vorausgesetzten Deckschichten werden vernachlässigt. Somit werden die globalen Biegemomente und Membranschnittkräfte nur durch Membrankräfte in den Deckschichten und die Querkräfte nur durch Schub im Kern übertragen. Die Schubdeformationen des

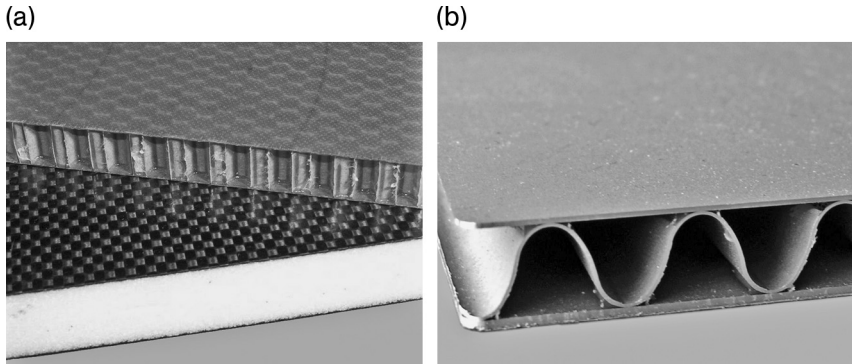


Abb. 1.2.19 Sandwich-Platten mit (a) Honigwabens- und Schaumkern sowie mit (b) gewelltem Kern.

Kerns müssen allerdings berücksichtigt werden, d. h. die Bernoulli-Hypothese für Balken bzw. die Kirchhoff'sche Hypothese für Platten und Schalen sind nicht mehr anwendbar, und es können in manchen Fällen zufolge der transversalen Schubdeformationen eher unerwartete Verformungsbilder entstehen (Abb. 1.2.20).

Bei der Beurteilung des Tragvermögens von Sandwich-Konstruktionen sind u. a. folgende Versagensformen zu beachten: Plastizieren oder Bruch der Deckschicht zufolge zu hoher Membranspannungen, Kernversagen durch zu hohe Schubspannungen (Aufreißen des Kerns unter 45°), Versagen der Verbindung zwischen Kern und Deckschichten, lokales Versagen an Lasteinleitungsstellen sowie diverse Formen des globalen und lokalen Stabilitätsverlustes.

Bei der Bestimmung der knick- bzw. beulkritischen Belastungen von Sandwich-Stäben bzw. -Platten ist die transversale Schubnachgiebigkeit zu berücksichtigen, und es ergeben sich gegenüber den klassischen Euler-Fällen reduzierte kritische Werte; vgl. Gl. (1.2.19), aus der sich mit $GA_S \rightarrow G_{xz}^K bh$ die Knicklast \bar{P}_K^* aus der folgenden Beziehung ergibt:

$$\frac{1}{\bar{P}_K^*} = \frac{1}{P_K^*} + \frac{1}{G_{xz}^K bh}, \quad \text{mit} \quad P_K^* = \frac{\pi^2 E_D J}{l_K^2}, \quad J = 2bt(h/2)^2 \quad (1.2.29)$$

In analoger Weise sind auch die kritischen Lasten für das Beulen von Sandwich-Platten und -Schalen bei gleicher Biegesteifigkeit wegen der Schubnachgiebigkeit geringer als bei homogenen Platten und Schalen; siehe dazu z. B. [18, 25].

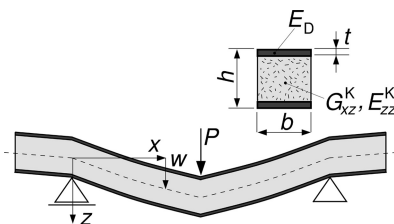


Abb. 1.2.20 Schematische Darstellung des Deformationsverhaltens eines Sandwich-Balkens.

Als lokale Instabilitätsformen sei auf das Beulen bzw. – in kurzweiliger Form – Knittern der Deckschichten unter Druckmembranspannungen aus globaler Druck- oder Biegebeanspruchung hingewiesen. Bei hinreichend dickem Kern aus isotropem Material kann die hinsichtlich des Knitterns kritische Druckmembranspannung in der betroffenen Deckschicht nach [25] konservativ durch

$$\sigma^* \approx 0,5 \sqrt[3]{E_D E_K G_K} \quad (1.2.30)$$

abgeschätzt werden (Genauerer siehe [26, 27]), wobei zu beachten ist, dass bei strukturierten Kernen und sehr dünnen Deckschichten, das „Dimpling“ (Beulen der Deckschichten in der Periodizität der Kern-Zellen) vor dem Knittern auftreten kann; siehe dazu [26, 28].

Zur näheren Behandlung von Sandwich-Strukturen sei auf die Literatur, z. B. [1, 3, 29], verwiesen.

1.2.4.2 Laminat-Strukturen – einfache Laminat-Theorie

Leichtbau-Platten- und -Schalenstrukturen werden in zunehmendem Ausmaß als Verbund einer Vielzahl von übereinander angeordneten, miteinander im Verbund stehenden Schichten (zumeist selbst aus Verbundwerkstoff) aufgebaut. Dieses Konzept erlaubt eine große Variationsmöglichkeit der Eigenschaften solcher Konstruktionen.

In der im Folgenden grob skizzierten, vereinfachten Laminat-Theorie (siehe z. B. [4, 17]) werden einige einschränkende Annahmen getroffen: Gültigkeit der Kirchhoff'schen Hypothese (also dünne Lamine); ebener, über die Einzelschichtdicke konstanter Spannungszustand in jeder der vielen, sehr dünnen Schichten; Aufbau des Verbunds aus orthotropen Schichten mit bekannten Werkstoffdaten (woraus die Elastizitätsmatrizen ${}^i E_L$, bezogen auf die Materialachsen l, q der betrachteten i -ten Schicht, bestimmt sind), Dicken, Abstände von einer Bezugsfläche und bekannten Orientierungen der Materialachsen gegenüber einem festgelegten Laminat-Koordinatensystem. Die Schalenschnittgrößen (Membrankräfte, Biege- und Torsionsmomente je Längeneinheit) sind bekannt bzw. aus den Belastungen (im Falle innerlich statisch unbestimmter Systeme unter Heranziehung der effektiven Steifigkeiten der Schale) berechnet. Die Abb. 1.2.21 zeigt schematisch einen Ausschnitt aus einer Laminat-Schale an einer beliebigen Stelle, an der die Festigkeit des Verbunds überprüft werden soll.

Fasst man die Schalenschnittgrößen (Spannungsergebnisse) zu den beiden Vektoren $\mathbf{n}^T = (n_{xx}, n_{yy}, n_{xy})$ und $\mathbf{m}^T = (m_{xx}, m_{yy}, m_{xy})$ zusammen, so kann das vereinfachte Laminatgesetz (ohne Feuchtigkeits-, Temperatur- oder piezoelektrische Effekte) wie folgt angeschrieben werden:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{n} \\ \mathbf{m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A & B \\ B & D \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \\ \bar{\boldsymbol{\varphi}}' \end{Bmatrix} \quad (1.2.31)$$

Die Membran-Steifigkeitsmatrix A , die Biege-Torsions-Steifigkeitsmatrix D und die Koppel-Steifigkeitsmatrix B können aus dem Aufbau des Verbunds wie folgt

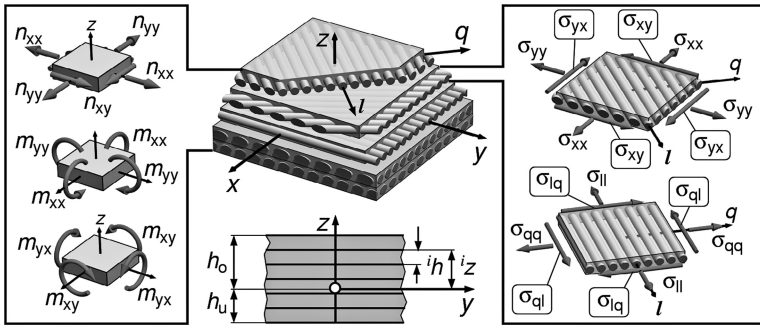


Abb. 1.2.21 Schalenschnittgrößen (links), geschichteter Laminataufbau (Mitte) und Komponenten des Schicht-Spannungstensors, ausgedrückt im globalen x - y - und im lokalen l - q -Koordinatensystem (rechts).

berechnet werden:

$$A = \sum_{i=1}^M {}^i E (z^{i-1} z), \quad B = \sum_{i=1}^M {}^i E \frac{z^2 - i^{-1} z^2}{2}, \quad D = \sum_{i=1}^M {}^i E \frac{z^3 - i^{-1} z^3}{3} \quad (1.2.32)$$

Hinsichtlich der Bedeutung der Matrizen A , B und D sei auf Abschnitt 2.2 verwiesen, wo die Nachteile nichtsymmetrischer Lamintaufbauten erläutert werden.

Die Elastizitätsmatrizen des Materials ${}^i E$ der einzelnen Schichten, bezogen auf das gemeinsame Laminat-Koordinatensystem, werden aus den auf die jeweiligen Materialachsen der einzelnen Schichten bezogenen und aus den Schicht-Werkstoffdaten bestimmten Elastizitätsmatrizen ${}^i E_L$ durch eine Rotations-Transformation

$${}^i E = ({}^i T^{-1}) {}^i E_L ({}^i T^{-1})^T \quad (1.2.33)$$

gewonnen. Die vom Verdrehwinkel ${}^i \alpha$ des lokalen Schicht-Koordinatensystems gegenüber dem globalen Laminat-Koordinatensystem abhängige Matrix ${}^i T$ ist gegeben durch

$${}^i T = {}^i \begin{Bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -sc & sc & (c^2 - s^2) \end{Bmatrix} \quad (1.2.34)$$

Darin bedeuten $s := \sin {}^i \alpha$ und $c := \cos {}^i \alpha$.

Somit können nach Kenntnis der Schnittgrößen mittels Gl. (1.2.31) der Verzerzungs- und Krümmungsänderungszustand in der Bezugsfläche ($z = 0$) des Laminats, zusammengefasst zu den Vektoren $\bar{\epsilon}$ und $\bar{\varphi}'$, berechnet werden. Aus diesen Zuständen wird der Verzerzungs- und Krümmungsänderungszustand in jeder einzelnen Schicht ermittelt:

$${}^i \epsilon = \bar{\epsilon} - \frac{{}^{i-1} z + {}^i z}{2} \bar{\varphi}' \quad (1.2.35)$$

Dieser noch auf das Laminat-Koordinatensystem bezogene Schicht-Verzerrungszustand, wird nun auf das Schicht-Koordinatensystem transformiert, und mit dem Schicht-Materialgesetz werden die lokalen Schichtspannungen berechnet:

$${}^i\boldsymbol{\varepsilon}_L = ({}^i\mathbf{T}^{-1})^T {}^i\boldsymbol{\varepsilon} \implies {}^i\boldsymbol{\sigma}_L = {}^i\mathbf{E}_L {}^i\boldsymbol{\varepsilon}_L \quad (1.2.36)$$

Der Vektor ${}^i\boldsymbol{\sigma}_L$ beinhaltet die Normalspannungen in Richtung der Materialachsen ${}^i\sigma_{ll}$, ${}^i\sigma_{qq}$ und die Schubspannung ${}^i\sigma_{lq}$. Mit den so bestimmten Schichtspannungen kann unter Heranziehung eines Versagenskriteriums geprüft werden, ob die betrachtete Schicht i im betrachteten Schalenpunkt den dort herrschenden Beanspruchungen standhält oder nicht. Um den grundsätzlichen Charakter solcher Versagenskriterien anzudeuten, sei ein sehr einfaches, nicht besonders genaues Versagenskriterium, das Tsai-Hill-Kriterium, dargestellt:

$$\frac{{}^i\sigma_{ll}^2}{{}^iX^2} + \frac{{}^i\sigma_{qq}^2}{{}^iY^2} - \frac{{}^i\sigma_{ll} {}^i\sigma_{qq}}{{}^iX^2} + \frac{{}^i\sigma_{lq}^2}{{}^iS^2} < 1 \implies \text{kein Versagen in der } i\text{-ten Schicht} \quad (1.2.37)$$

Darin bedeutet iX die Versagensspannung der i -ten Schicht bei einachsiger Zug- oder Druckbelastung – je nach Vorzeichen von ${}^i\sigma_{ll}$ – in Faserrichtung, d. h. in l -Richtung. iY ist die entsprechende Zug- bzw. Druck-Versagensspannung in q -Richtung, und iS ist die Schubfestigkeit des Materials der i -ten Schicht. Weitere, deutlich bessere Versagenskriterien sind z. B. in [30] zu finden.

Tritt an einer Stelle der Konstruktion in einer Schicht Versagen auf – d. h. die „First-Ply-Failure (FPF)“-Last wurde erreicht – so verändert sich bei weiterer Laststeigerung die Steifigkeit, und das Systemverhalten wird nichtlinear. Die hier skizzierte Vorgehensweise setzt voraus, dass die Belastungen so gering sind, dass an keiner Stelle Schichtversagen auftritt. Ferner sei darauf hingewiesen, dass neben dem oben beschriebenen Schichtversagen auch interlaminares Versagen, Delamination (insbesondere durch Randeffekte) usw. auftreten kann, was hier nicht behandelt wird. Diesbezüglich und für weitergehendere Betrachtungen sei auf die Fachliteratur [31–33] verwiesen.

1.2.5

Leichtbau-Konstruktionsprinzipien

Wie in der Einleitung zu Kapitel 1 erwähnt, sind bei der Gestaltung von Konstruktionen nach Leichtbau-Kriterien zusätzlich zur und in Verbindung mit der Auswahl geeigneter Materialien und Berechnungskonzepte auch ökonomische und ökologische Erfordernisse, Anforderungen, die aus dem Komfort für die Nutzung, der Wartbarkeit und der Reparierbarkeit der Produkte sowie aus Aspekten der Ästhetik kommen, zu beachten, was durch die Anwendung von grundsätzlichen Design-Konzepten unterstützt wird.

Als wesentliche Konstruktionsmerkmale können folgende Maßnahmen angesehen werden:

- Äußere Lasten sollen möglichst direkt in Auflager, Steifen, Spanten oder entsprechende Lasteinleitungs-Strukturen (z. B. Inserts in Sandwich-Schalen) eingeleitet werden.

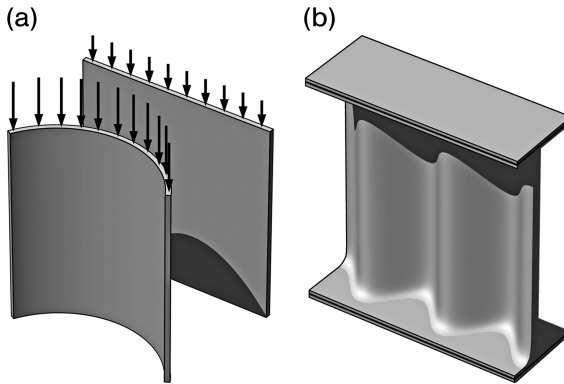


Abb. 1.2.22 Erhöhung der Beulsicherheit durch Krümmung quer zur Druckrichtung.

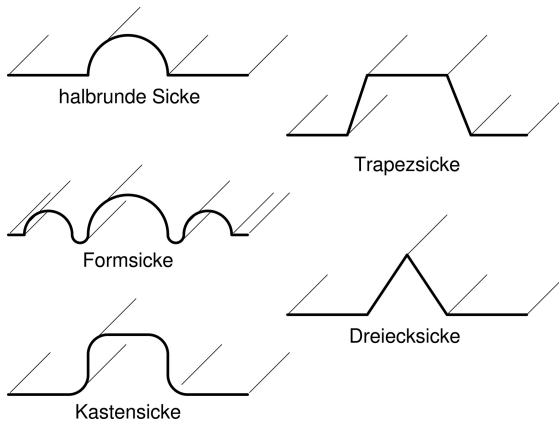


Abb. 1.2.23 Verschiedene Sickenformen (nach [2]).

- Übertragung von Kräften nach Möglichkeit über ebene oder gerade Zugglieder (auch nur schwach gekrümmte Stäbe unter Längskraft benötigen wegen des aufgrund der Krümmung auftretenden Biegemoments wesentlich massivere Querschnitte als gerade Stäbe).
- Wo es auf Torsionssteifigkeit und -festigkeit ankommt, sind dünnwandige, geschlossene Querschnitte (eventuell mehrzellig) offenen Querschnitten unbedingt vorzuziehen.
- Für die Übertragung von Druckkräften sind zur Vermeidung des Beulens gekrümmte Bleche besser als ebene (Abb. 1.2.22).
- Die örtliche Biegesteifigkeit (und damit auch der Widerstand gegen Beulen) von flächigen, dünnwandigen Strukturen wird durch Sicken deutlich erhöht (Abb. 1.2.23).
- Versteifung freier Ränder (auch an Ausschnitten und Durchgängen) durch Bördelung oder ähnliche Maßnahmen (Abb. 1.2.24).

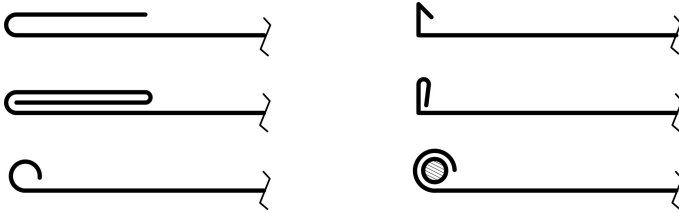


Abb. 1.2.24 Verschiedene Möglichkeiten zur Versteifung von freien Rändern (nach [2]).

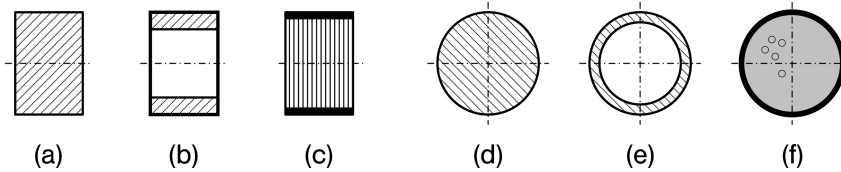


Abb. 1.2.25 Entwicklung eines Rechteckquerschnitts vom (a) Vollquerschnitt über einen (b) Kastenquerschnitt zum (c) Sandwich-Balken und (d) Entwicklung eines vollen Kreisquerschnitts über einen (e) Hohlquerschnitt zum (f) dünnwandigen Querschnitt mit Schaumkern, vgl. [2].

- Ausschnitte und Durchgänge möglichst in gering beanspruchte Gebiete legen.
- Spannungskonzentrationen (und erst recht Spannungssingularitäten) durch Ausrunden vermeiden; dies ist auch bei der Gestaltung der Enden aufgesetzter Rippen zu beachten.
- Günstige Materialausnutzung wird durch entsprechende Formgebung erreicht. Zum Beispiel ist bei Biegeträgern Material möglichst weit von der neutralen Achse zu konzentrieren (Abb. 1.2.25), wobei allerdings die Möglichkeit des globalen Kippens sowie die Gefahr des Beulens dünner, hoher Stege zu berücksichtigen ist.

Der Gütefaktor η_W eines Querschnitts, der in einem Rechteckbereich $b \times h$ unterzubringen ist, kennzeichnet die Effizienz des Querschnitts im Sinne hohen Widerstandsmoments W bei geringer Querschnittsfläche A , also $\eta_W \sim \frac{W}{A}$. Damit ergibt sich der in Abb. 1.2.26 dargestellte Zusammenhang zwischen $\eta_W = \frac{1-\beta^3}{1-\beta}$ und $\beta = \frac{h_0}{h}$.

- Zur Erhöhung der Beulsicherheit von flächenartigen Strukturen (dünnen Platten oder Schalen) ist darauf zu achten, dass die „Beulfelder“ durch Anbringung von Steifen, deren Biege- und Torsionssteifigkeit gerade dazu ausreicht, Knotenlinien in der Beulfigur zu provozieren, klein gehalten werden. Andererseits sind Stabwerke in Form von Rosten relativ empfindlich gegen Schubbeanspruchungen und daher vorteilhafterweise mit einer „Haut“ auszusteiern, welche den Schub (aus Querkraft oder Torsion) aufnimmt. Diese beiden genannten Versteifungseffekte sind in den Abb. 1.2.27 und 1.2.28 schematisch dargestellt.

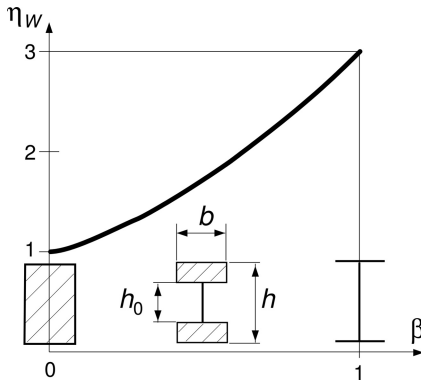


Abb. 1.2.26 Gütefaktor von Querschnitten innerhalb von Rechteckbereichen, vgl. [4].

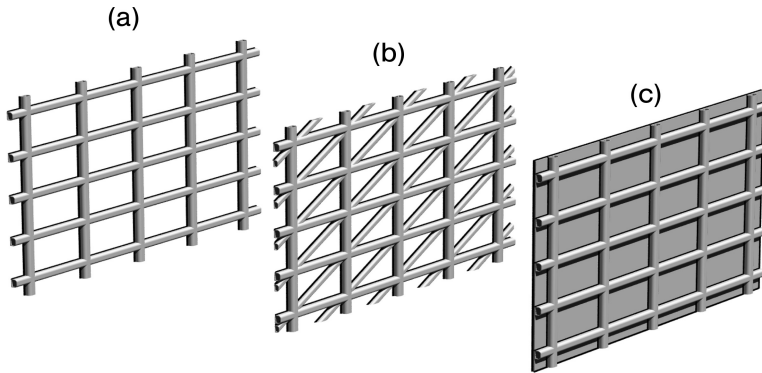


Abb. 1.2.27 Gewährleistung der Schubsteifigkeit einer (a) Rahmenkonstruktion durch (b) Hinzufügen von Diagonalstäben oder (c) Schubfeldern. Die Kombination aus Steifenrost und „Haut“ liefert schubsteife, wandartige Strukturen mit hoher Beulstabilität.

- Günstige Materialausnutzung wird aber auch dadurch erreicht, dass die Materialeigenschaften den örtlichen Beanspruchungen entsprechend ortsabhängig (Werkstoffverbunde; vgl. sog. „tailored blanks“, Sandwich-Strukturen, Multi-Material-Elemente) oder orts- und richtungsabhängig (Verbundwerkstoffe) verändert eingesetzt werden (siehe z. B. Abb. 1.2.29).
- Natürlich sind Kombinationen obiger Maßnahmen zur günstigen Materialausnutzung besonders effizient, wie es z. B. bei Sandwich-Strukturen mit Deckschichten aus Verbundwerkstoffen der Fall ist.
- Dünnwandige Hohlprofile gewinnen substantiell an Sicherheit gegen lokale Instabilitäten bzw. an Energieabsorptionsvermögen, wenn sie mit ausreichend steifem, aber nicht zu schwerem Schaum ausgeschäumt werden (vgl. [34] und Abb. 1.2.30).

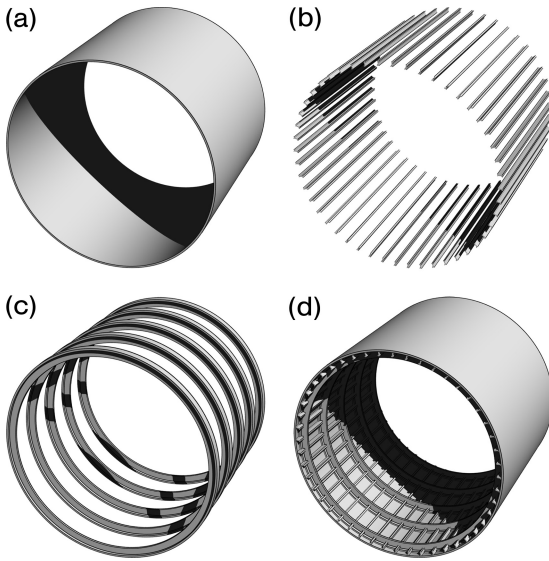


Abb. 1.2.28 Bildung (d) schubsteifer Schalenstrukturen mit hoher Beulstabilität durch Kombination einer (a) „Haut“ und eines Steifenrosts, bestehend aus (b) Stringern und (c) Spanten.

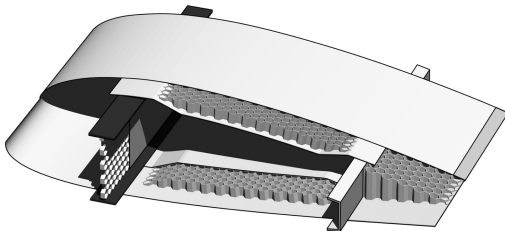


Abb. 1.2.29 Schematische Darstellung eines Querschnitts einer Tragfläche. Die dunkel gezeichneten Gurte des Hauptholms deuten den Einsatz von Kohlenfaser-verstärktem Kunststoff in diesen hochbelasteten Bereichen an. Sandwich-Kerne dienen zur Versteifung der dünnen Beplankung und des Hauptholm-Stegs.

- Gezielt eingebrachte Eigenspannungszustände können sowohl die Festigkeit als auch die Steifigkeit im Sinne höherer Beullasten oder einer Veränderung der Eigenfrequenzen positiv beeinflussen [35].
- Die Gestaltung der Lasteinleitungsstellen und der Bauteilverbindungen bedarf besonderer Sorgfalt (siehe dazu z. B. [2]).

Als grundsätzliche Bauweisen findet man im Leichtbau die *Differential-* und die *Integralbauweise*. Beide haben ihre Berechtigung und bringen je nach Anwendungs-

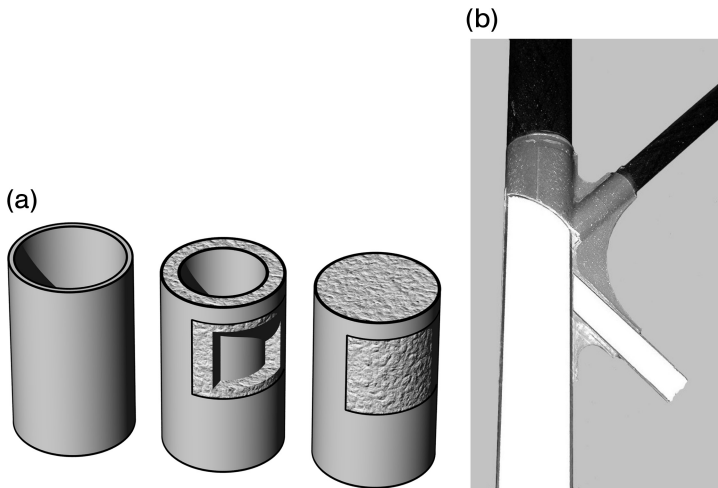


Abb. 1.2.30 (a) Verbesserung der Stabilitätsicherheit von dünnwandigen Hohlprofilen; (b) Anwendung: Fachwerk-Knoten im Zeppelin NT.

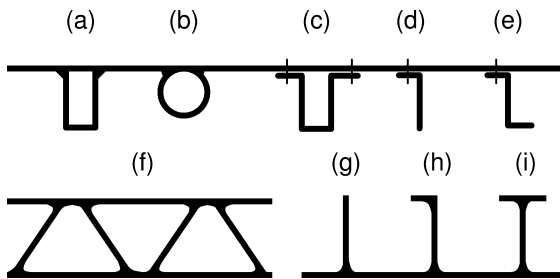


Abb. 1.2.31 Versteifung von Platten durch Rippen mit (a–c) geschlossenem und (d–e) offenem Profil, sowie (f) integrale Sandwich-Bauweise und (g–i) Rippen in Strangpresstechnik.

fall Vor- bzw. Nachteile gegenüber der jeweils anderen Bauweise. Bei der Differentialbauweise wird die Konstruktion aus einzelnen (oftmals vielen) Einzelteilen unter Anwendung von Verbindungstechniken zusammengesetzt, während bei der Integralbauweise danach getrachtet wird, Bauteile oder ganze Konstruktionen möglichst in einem Stück zu fertigen (Abb. 1.2.31).

Die Vorteile der Differentialbauweise liegen darin, dass man (unter Beachtung der Vermeidung von chemischen oder thermischen Inkompatibilitäten) unterschiedliche Materialien (z. B. „tailored blanks“) miteinander verbinden und dabei auch sehr dünne Bleche verwenden kann, sodass der Austausch von beschädigten Komponenten im Zuge von Wartungs- oder Reparaturarbeiten im Allgemeinen ohne allzugroße Probleme möglich ist und Halbzeug unterschiedlichster Variation zum Einsatz kommen kann. Nachteilig ist der Umstand, dass Verbindungen

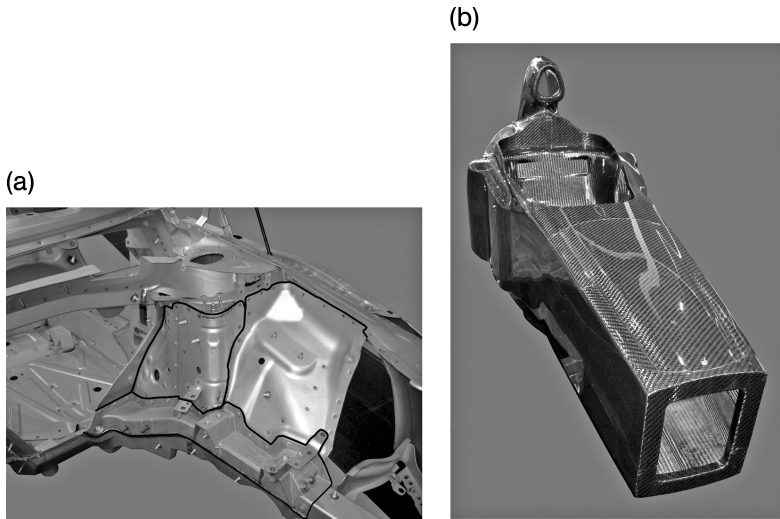


Abb. 1.2.32 Detail der Karosserie eines Audi TT als Beispiel für (a) Differentialbauweise und (b) Cockpit eines Rennfahrzeugs in Integral-Faserverbundbauweise.

im Allgemeinen kritische Stellen darstellen und – je nach Art der Verbindung – zusätzliches Gewicht (z. B. bei Schraubenverbindungen) in die Struktur einbringen.

Die genannten Nachteile der Differentialbauweise treten bei der Integralbauweise nicht auf, dafür gehen etliche der oben genannten Vorteile der Differentialbauweise, wie leichtere Reparierbarkeit, Verwendung sehr dünnwandiger Halbzeuge (Bleche, Profile usw.) verloren.

In der Abb. 1.2.32 sind typische Differential- und Integralbauweisen an den Beispielen von Autokarosserien dargestellt. In Abb. 1.2.32a ist ein Ausschnitt einer Karosserie in Differentialbauweise, zusammengesetzt aus (teilweise mit Sicken versehenen) Blechen, zu sehen, und in Abb. 1.2.32b ist ein in einem Stück gefertigtes Cockpit eines Rennwagens als Monocoque in Integralbauweise unter Einsatz von CFK dargestellt.

In der Abb. 1.2.33 ist ein Querspannt eines Flugzeugflügels in Differentialbauweise dargestellt. In dieser Abbildung sind etliche der oben angeführten Leichtbau-Konstruktionsprinzipien verwirklicht: Ausnehmungen (Durchlässe) an eher weniger beanspruchten Stellen reduzieren das Gewicht, Randversteifungen und Sicken erhöhen die Steifigkeit, und Längssteifen in Form von Hutprofilen bilden mit der Flügelhaut geschlossene, torsionssteife Querschnitte.

1.2.6

Optimierung als Leichtbau-Konzept

Im vorhergehenden Abschnitt wurden allgemeine Prinzipien für die leichtbaugerechte Konstruktion gegeben. Bei manchen Strukturen, wie z. B. Rumpfen von

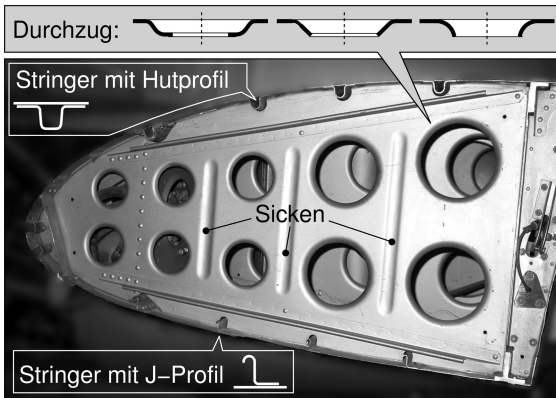


Abb. 1.2.33 Anwendung verschiedener Verfestigungsstrategien in einer Tragflügel-Proflnase in Differential-Metallbauweise.

Großflugzeugen, sind auf Grund der verhältnismäßig einfachen Grundgeometrien und Belastungsfälle klassische Leichtbauweisen, wie orthotrop versteifte Zylinderschalen (Abb. 1.2.28), direkt anwendbar.

Muss sich der Konstrukteur allerdings mit komplizierten Bauteilen bei gleichzeitig hohen Anforderungen hinsichtlich der maximal zulässigen Bauteilmasse auseinandersetzen, so wird sich ihm die vorteilhafteste Ausführung oder Dimensionierung unter Umständen nicht unmittelbar erschließen. In diesen Fällen können Optimierungsverfahren eine gewisse Hilfestellung bieten.

Optimierungsaufgaben bedürfen einer klaren Festlegung eines Optimierungsziels, der Bestimmung der zur Erreichung dieses Zieles verfügbaren Möglichkeiten zur Veränderung, d. h. der Definition von Optimierungsparametern, und der Beschreibung der zu erfüllenden Nebenbedingungen, die entweder als Gleichungen oder als Ungleichungen formuliert sein können.

Aus der Sicht des Leichtbaus ist es bei vielen Problemstellungen naheliegend, als Zielfunktion die Minimierung der Masse (bei Erfüllung der Anforderungen, die als Nebenbedingungen zu formulieren sind) bzw. die Maximierung der unter Beachtung aller relevanten Versagensformen ertragbaren Belastung (bei in Form einer Nebenbedingung festgelegter Masse) zu wählen.

Nachdem das Optimierungsziel definiert worden ist, gilt es eine geeignete Optimierungsstrategie auszuwählen. Die diesbezügliche Auswahl hängt ab von den Freiheiten, die man in der Konstruktion bezüglich Formgebung, Materialauswahl und -verarbeitung hat:

- *Topologie-Optimierung*: Hat man große Freiheit in der Formgebung, so kann man mit Hilfe eines Topologie-optimierenden Verfahrens einen Eindruck über eine geeignete Materialverteilung im *Designraum* gewinnen, in den und durch den die Belastungen geleitet werden sollen. Im Zuge der Topologie-Optimierung zeichnet sich eine geeignete Lage von Löchern, Ausnehmungen und Rippen im Designraum ab.

- *Form-Optimierung*: Ist eine geeignete Topologie bereits bekannt bzw. wird eine solche durch das Herstellungsverfahren erzwungen, so kann man immer noch die Form des Bauteils in vorteilhafter Weise verändern, z. B. mit Hilfe formoptimierender Verfahren.
- *Parameter-Optimierung*: Ist das Konstruktionsprinzip derart genau vorgeschrieben, dass eine Optimierung nur noch durch eine Veränderung von einigen wenigen Hauptabmessungen (oder anderen Kenngrößen) erreicht werden kann, so spricht man von einer Parameter-Optimierung. Einen speziellen Fall stellen diskrete Optimierungsprobleme dar, bei denen die kennzeichnenden Parameter nicht stetig verändert werden können, sondern aus einer beschränkten Menge von festgelegten Werten, etwa in Form eines Katalogs von genormten Halbzeugen, entnommen werden müssen.
- *Material-Optimierung*: Manchmal hat man die Möglichkeit, über die Topologie hinaus auch noch in die lokale Struktur des Werkstoffs einzugreifen, etwa durch Variation der Orientierung und des Volumensanteils von Fasern in Verbundwerkstoffen. Damit eröffnet sich die Möglichkeit der Material-Optimierung als weiteres Mittel zur Reduktion der Masse.

In Abb. 1.2.34 werden die eben beschriebenen Optimierungsstrategien sequentiell auf ein generisches Optimierungsproblem angewandt, das in [36] untersucht wurde. In Abb. 1.2.34a ist ein quadratischer Designraum mit einer Bohrung skizziert, an der zwei Kräfte F_1 und F_2 angreifen. Abbildung 1.2.34b zeigt die „optimale“ Topologie in diesem Fall aus einem Zweistab besteht. Wendet man auf die ermittelte Topologie einen Formoptimierungs-Algorithmus an, so verändert sich das

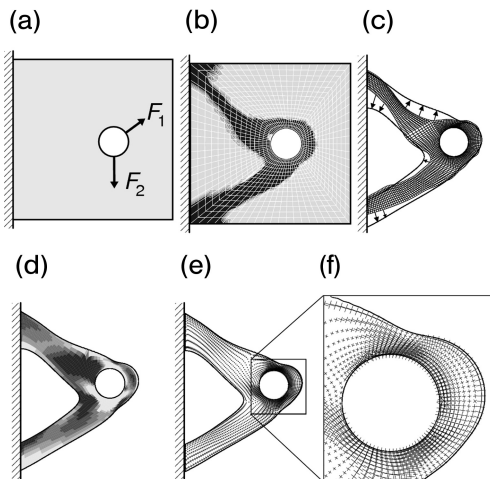


Abb. 1.2.34 Verschiedene Stufen der FEM-basierten Optimierung einer Konstruktion: (a) Designraum mit Lasten, Optimierung von (b) Topologie, (c) Form, (d) lokaler Dichte, (e, f) Materialausrichtung (aus [36]).

Ergebnis gemäß Abb. 1.2.34c. Beim Einsatz eines faserverstärkten Materials steht der lokale Faservolumenanteil als Feldvariable zur Verfügung. Unterwirft man diese einem Optimierungsprozess, so findet man das Ergebnis in Abb. 1.2.34d, wo Regionen mit höherem Faservolumenanteil heller gekennzeichnet sind. Hat man schließlich auch noch Kontrolle über die Materialausrichtung, so kann man auch diese optimieren, wie die Abb. 1.2.34e–f zeigen. Wenn der Ablauf c–f iterativ angewandt wird, so ist eine weitere Verbesserung möglich.

Oft steht der Wunsch nach der Erhöhung der auf die Masse bezogenen Steifigkeit und Festigkeit einer Konstruktion am Anfang der Formulierung eines Optimierungsproblems. Mit der Steifigkeit in direktem Zusammenhang steht das dynamische Schwingungsverhalten, das im Rahmen einer Erhöhung der Eigenfrequenzen zu anderen Ergebnissen führen kann als eine Optimierung nach statischen Kriterien.

Algorithmen zur Optimierung der massebezogenen Steifigkeit leiden oft unter dem grundlegenden Problem, dass die Lösungen einer Topologie-Optimierung stark netzabhängig sind, wobei eine Erhöhung der räumlichen Auflösung des Verfahrens zu feiner aufgliedernden Strukturen führen kann. Dieses Problem liegt in der Natur der mathematischen Formulierung und wird mit allerlei Methoden wie Filtertechniken, Simulation von Material-Mikrostrukturen etc. bekämpft. Eine weitere Manifestation dieses Problems ist der Umstand, dass eine Steifigkeitsoptimierung im Allgemeinen zu diskreten, scharf berandeten Strukturen führt, selbst wenn das verwendete Material, etwa Metallschaum, Dichtegradienten zulassen würde. Im Falle einer Festigkeitsoptimierung kann es hingegen, wie in [37] gezeigt wird, tatsächlich zu Strukturen mit endlich großen Dichtegradienten kommen (Abb. 1.2.35).

Bei der Optimierung der Steifigkeit von sehr dünnen oder schlanken Bauteilen ist weiter zu beachten, dass eine Vernachlässigung der geometrischen Nichtlinearität das Ergebnis verfälschen kann, weil Strukturen wie z. B. Hängebrücken, die erst in durchhängendem Zustand ihre volle Steifigkeit entfalten, sonst gegenüber biegedominierten Strukturen benachteiligt werden.

Ebenfalls mit der Steifigkeit in Verbindung steht die Limitierung der Tragfähigkeit von Strukturen durch Instabilitätsformen wie Knicken oder Beulen. Berücksichtigt man diese im Rahmen einer rein festigkeitsorientierten Optimierung nicht, so kann es zum Versagen durch Stabilitätsverlust der optimierten Struktur kommen, obwohl die Tragfähigkeit des Materials noch nicht erschöpft ist. Abbildung 1.2.36 zeigt das Ergebnis einer Parameteroptimierung von Wellpappe zur

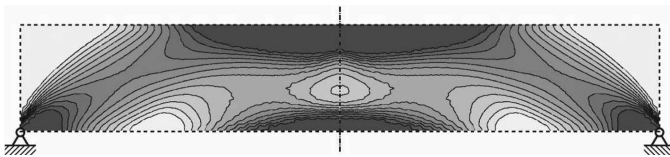


Abb. 1.2.35 Beispiel für eine Festigkeitsoptimierung eines Balkens aus zellularem Metall durch graduelle Veränderung der Schaumdichte (siehe [37]).

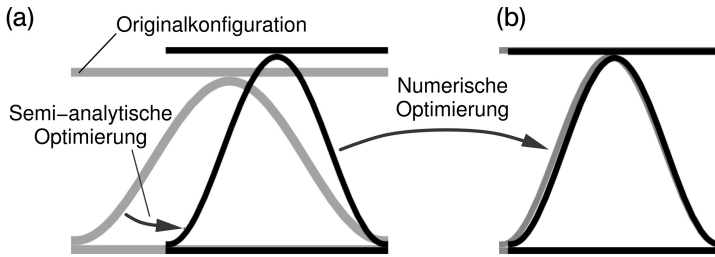


Abb. 1.2.36 Beispiel für eine Formoptimierung in der Form der Minimierung des flächenspezifischen Gewichts der Welle einer Wellpappe unter Einhaltung von Mindestsicherheiten gegen globales und lokales Beulen (siehe [38]).

Minimierung des Flächengewichts bei gleichzeitiger Einhaltung einer Mindestsicherheit gegen lokales und globales Beulen [38]. Das Beispiel zeigt, dass man mit Hilfe einer semi-analytischen „Primitiv-Optimierung“ in der Form des Gleichsatzens der kritischen Lasten für verschiedene Versagensformen als Optimalitätskriterium sehr nahe an ein numerisch ermitteltes, zumindest lokales Optimum herankommt. Es muss in diesem Zusammenhang erwähnt werden, dass solche einfachen Ansätze zu imperfektionsempfindlichen Strukturen führen können.

Tatsächlich ist die Optimierung unter dem Gesichtspunkt der *Robustheit*, also der Unempfindlichkeit gegen kleine Variationen (Störungen, Imperfektionen) der Geometrie, des Werkstoffverhaltens oder der Belastungen ein sehr aktives Forschungsfeld.

Ebenso keineswegs abgeschlossen ist die Entwicklung von Optimierungsverfahren für Strukturen aus faserverstärkten Verbundwerkstoffen. Aufgrund der Vielzahl von freien Parametern (z. B. Laminatdicke, Anzahl Laminatschichten, Schichtwinkel) sind die betreffenden Optimierungsprobleme oft sehr schwer zu behandeln. Die Verwendung stochastischer Verfahren, wie z. B. evolutionärer Algorithmen, wurde hier erfolgreich demonstriert.

Es ist zu erwarten, dass mit der fortschreitenden Vereinfachung der Bedienung gängiger Optimierungsprogramme diese mehr und mehr Einzug in den Entwurf von Leichtbau-Konstruktionen halten werden.

Literaturnachweis

- 1 Wiedemann, J. (2007) *Leichtbau – Elemente und Konstruktion*, 3. Aufl., Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- 2 Klein, B. (2007) *Leichtbau-Konstruktion*, 7. Aufl., Vieweg Verlag, Wiesbaden.
- 3 Hertel H. (1980) *Leichtbau*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- 4 Rammerstorfer, F.G. (1992) *Repetitorium Leichtbau*, Oldenbourg Verlag, Wien, München.
- 5 Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. (2000) *The Finite Element Method*, Butterworth-Heinemann, Oxford.

- 6 Ziegler, F. (1998) *Technische Mechanik der festen und flüssigen Körper*, 3. Aufl., Springer Verlag, Wien, New York.
- 7 Mang, H., Hofstetter, G. (2000) *Festigkeitslehre*, Springer Verlag, Wien, New York.
- 8 Bleich, F. (1952) *Buckling Strength of Metal Structures*, McGraw-Hill, New York.
- 9 Kollar, L., Dulacska, E. (1984) *Buckling of Shells for Engineers*, John Wiley & Sons, New York.
- 10 Troger, H., Steindl, A. (1991) *Nonlinear Stability and Bifurcation Theory*, Springer Verlag, Wien, New York.
- 11 Auli, W. (1986) Statische und dynamische Stabilität elastischer Leichtbaukonstruktionen unter konservativer und nichtkonservativer Belastung, Heft ILFB-4/86 der Berichte aus dem Institut für Leichtbau und Flugzeugbau, TU Wien.
- 12 Ziegler, F., Rammerstorfer, F.G. (1989) Thermoelastic Stability, in *Thermal Stresses III* (ed. R.B. Hetnarski), Elsevier Science Publ., Amsterdam, S. 107–189.
- 13 Czerwenka, G., Schnell, W. (1970) *Einführung in die Rechenmethoden des Leichtbaus*, Bibliographisches Institut, Mannheim.
- 14 Young, W.C., Budynas, R.G. (2002) *Roark's Formulas for Stress and Strain*, McGraw-Hill, New York.
- 15 Grothe, K.-H., Feldhusen, J. (2007) *Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau*, 22. Aufl., Springer Verlag, Berlin.
- 16 Brush, D.O., Almroth, B.O. (1975) *Buckling of Bars, Plates, and Shells*, McGraw-Hill, New York.
- 17 Vinson, J.R. (1993) *The Behavior of Shells Composed of Isotropic and Composite Materials*, Kluwer Academic Publ., Dordrecht, Boston, London.
- 18 Plantema, F.J. (1966) *Sandwich Construction*, John Wiley & Sons, New York.
- 19 Megson, T.H.G. (1999) *Aircraft Structures for Engineering Students*, Edward Arnold, London.
- 20 Samuelson, L.A., Eggwertz, S. (eds) (1992) *Shell Stability Handbook*, Elsevier Appl. Science, London, New York.
- 21 Teng, J.G., Rotter, J.M. (eds) (2004) *Buckling of Thin Metal Shells*, Spon Press, London, New York.
- 22 Flügge, W. (1973) *Stresses in Shells*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- 23 European Convention for Constructional Steelwork (1988) *Buckling of Steel Shells – European Recommendations*, 4. Auflage, Nr. 56.
- 24 Resinger, F., Greiner, R. (1978) Erläuterungen zur ÖNORM B4650, Teil 4, ÖNORM 5.
- 25 Zenkert, D. (1995) *An Introduction to Sandwich Construction*, Engng. Mater. Advis. Serv. Ltd., Solihull.
- 26 Starlinger, A. (1991) *Development of Efficient Finite Shell Elements for the Analysis of Sandwich Structures under Large Deformations and Global as well as Local Instabilities*, VDI Verlag, Düsseldorf.
- 27 Vonach, W.K. (2001) *A General Solution to the Wrinkling Problem of Sandwiches*, VDI Verlag, Düsseldorf.
- 28 Pahr, D.H., Rammerstorfer, F.G. (2006) Buckling of Honeycomb Sandwiches: Periodic Finite Element Considerations. *Computer Model. Eng. Sci.*, **12**, 229–241.
- 29 Vinson, J.R. (1999) *The Behavior of Sandwich Structures of Isotropic and Composite Materials*, Technomic Publ. Comp., Lancaster.
- 30 Schürmann, H. (2005) *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg.
- 31 Agarwal, B.D., Broutman, L.J. (1990) *Analysis and Performance of Fiber Composites*, John Wiley & Sons, New York.
- 32 Stiftinger, M.A. (1996) *Semi-Analytical Finite Element Formulations for Layered Shells with Consideration of Edge Effects*, VDI Verlag GmbH, Düsseldorf.
- 33 Skrna-Jakl, I.C. (1996) *Numerical and Experimental Investigations of Interlaminar Stresses and Free Edge Effects in Integrally Stiffened, Layered Composite Panels*, VDI Verlag, Düsseldorf.
- 34 Seitzberger, M., Rammerstorfer, F.G., Gradinger, R., Degischer, H.P., Blaimschein, M., Walch, C. (2000) Experimental studies on the quasi-static axial crushing of steel columns filled with aluminium foam, *Int. J. Sol. Struct.*, **37**, 4125–4147.
- 35 Rammerstorfer, F.G. (1977) Increase of the first natural frequency and buckling load of plates by optimal fields of initial stresses, *Acta Mechanica*, **27**, 217–238.

- 36** Reiter, T.J. (1996) *Functional Adaptation of Bone and Application in Optimal Structural Design*, VDI Verlag, Düsseldorf.
- 37** Daxner, T. (2003) *Multi-Scale Modeling and Simulation of Metallic Foams*, VDI Verlag, Düsseldorf.
- 38** Daxner, T., Flatscher, T., Rammerstorfer, F.G. (2007) Optimum Design of Corrugated Board under Buckling Constraints. Proceedings of the 7th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization (ed. B.M. Kwak), BMD Co., Seoul.

1.3

Bauteilversagen

Wilfried Eichlseder

Kurzfassung

Im Entwicklungsprozess von Bauteilen wird häufig eine Gewichtsminimierung angestrebt, die den Einsatz von Simulationsmethoden zur Ermittlung der Lebensdauer sowohl im Berechnungs- als auch im Versuchsablauf fordert. Im Folgenden werden Grundlagen zur Spannungsbewertung, Methoden zur Beschreibung der zyklischen Festigkeit von Werkstoffen und Verfahren zur Aufbereitung von Lastdaten durch Klassierung vorgestellt. Ausgehend von diesen bauteilbezogenen Daten werden Konzepte zur Schädigungs- und Lebensdauerberechnung beschrieben. Zyklische Festigkeitseigenschaften in Bauteilen sind von zahlreichen Randbedingungen, wie Fertigungsprozess oder Eigenspannungen, abhängig. Beispielhaft wird auf die Einflüsse auf die Festigkeit bei frei geformten Geometrien und unregelmäßigen Spannungsverläufen eingegangen.

Mit angeführten Methoden wird der Entwickler in die Lage versetzt, auf Basis von Probenversuchen Aussagen über die Lebensdauer an komplexen Bauteilen zu treffen und eine entsprechend abgesicherte Dimensionierung bei minimalem Werkstoffeinsatz und Gewicht durchzuführen.

1.3.1

Einleitung

Häufig werden an die Produktentwicklung die Forderungen gestellt, neue Produkte leichter zu gestalten, deren Zuverlässigkeit zu erhöhen und die Kosten zu minimieren. Gleichzeitig steht das Bestreben nach Reduktion der Entwicklungszeit, um neue Produkte schneller auf den Markt zu bringen. Mit den Methoden, Bauteile auf die geforderte Mindestlebensdauer hin bei entsprechender Zuverlässigkeit zu dimensionieren, beschäftigt sich die Betriebsfestigkeit. Durch den Einsatz von Simulation im Berechnungs- und Versuchsstadium liefert die Betriebsfestigkeit Methoden, die eine wesentliche Reduktion der Entwicklungszeit ermöglichen. Das Versagen von Bauteilen im Maschinenbau kann verschiedene Ursachen haben:

- Bruchbildung durch Gewaltbruch,
- Ermüdung,
- unzulässige Verformung,
- Instabilität (Kriechen, Beulen),
- Verschleiß,
- Korrosion.

Bauteile im Maschinenbau fallen nur selten durch statische Überbeanspruchung aus. Der weitaus häufigere Schadensfall wird durch zyklische Kräfte, die zu einer Ermüdung des Werkstoffs führen, verursacht. Die Betriebsfestigkeit befasst sich mit der Bemessung von zyklisch belasteten Bauteilen, Systemen und Anlagen und ist damit ein wesentliches Element des Leichtbaus und der Bauteiloptimierung. Bei der betriebsfesten Bemessung wird das Bauteil für eine vorgegebene Nutzungsdauer, die es unter zyklischer Last sicher ohne Versagen ertragen können muss, dimensioniert [1].

Um die Dimensionierung für eine geforderte Nutzungsdauer durchführen zu können, ist die Kenntnis über die Funktion des Produkts und die Betriebsbedingungen, unter denen die Funktion erfüllt werden soll, über das Bauteil, charakterisiert durch Spannungen oder Dehnungen, sowie über das Werkstoffverhalten erforderlich. Die Aufgabenstellungen an die betriebsfeste Auslegung lauten meist:

- Einsatz neuer und/oder kostengünstiger Werkstoffe,
- Einsatz neuer Fertigungstechnologien,
- Optimierung der Geometrie,
- Minimierung des Gewichts.

1.3.2

Ermüdungsvorgang

Bei schwingender Beanspruchung werden in Proben oder Bauteilen beim Überschreiten von kritischen Lasten plastische Verformungen hervorgerufen, die erst im Mikrobereich, dann im Makrobereich Risse einleiten, die sich stabil vergrößern und schließlich zu einem instabilen Restbruch führen. Metallphysikalisch gesehen ist es die Bildung und später das Wandern von Versetzungen, die diese Rissbildungs- und Rissfortschrittsphase prägen [2]. Je nach Beanspruchungshöhe, Belastungsart und Bauteilgeometrie bilden sich die Bruchflächen in der jeweiligen Rissfortschrittsphase unterschiedlich aus: Im Bereich der zyklischen Ermüdung sind es Rastlinien mit feinstrukturierter Bruchfläche, die Restbruchfläche zeigt meist eine grobstrukturierte Bruchfläche (Abb. 1.3.1).

Der Ermüdungsvorgang umfasst die Risseinleitung, den stabilen Rissfortschritt und den instabilen Restbruch (Abb. 1.3.2). Welche Zeitanteile der Gesamtlebensdauer auf die Anrissphase und den stabilen Rissfortschritt fallen, ist unterschiedlich und von Belastung, Geometrie und Werkstoff abhängig. Dabei stellt sich die Frage, wie der Anriss definiert wird: In den meisten Ingenieurbereichen geht man von einer Risslänge von 1 mm aus. Diese Anrisslebensdauer wird in Betriebsfestigkeitsversuchen festgestellt; mit der darauf folgenden Rissausbildung befasst sich die Technische Bruchmechanik.

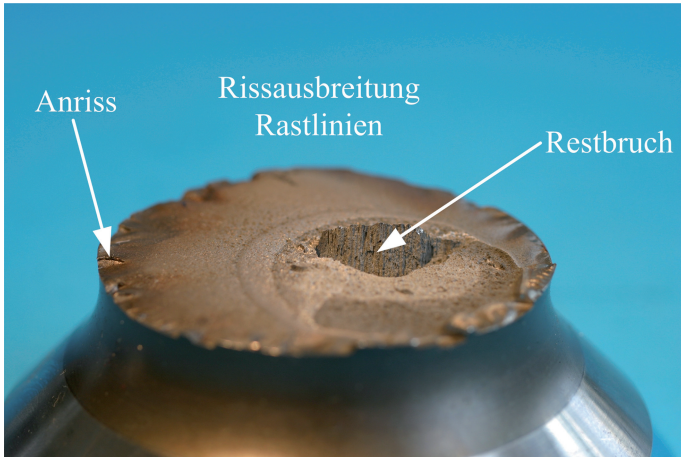


Abb. 1.3.1 Ermüdungsbruch mit Anriss, Rastlinien und Restbruchfläche.

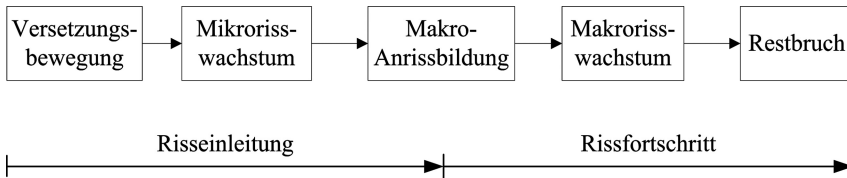


Abb. 1.3.2 Phasen des Ermüdungsvorgangs.

1.3.3

Nennspannung und tatsächliche Spannung

Die Nennspannungen in einem Konstruktionsquerschnitt sind die Spannungen, die sich aus den äußeren Lasten, Kräften oder Momenten, bezogen auf den Bauteilquerschnitt, ergeben. Berechnet werden sie nach den elementaren Gleichungen der Festigkeitslehre [3]. Während bei Zug-Druck-Bbeanspruchung die Nennspannung gleichmäßig über den gesamten Querschnitt verteilt ist, zeigen die Nennspannungen bei Biegung und Torsion in der äußeren Randfaser ein Maximum (Abb. 1.3.3).

Nennspannungsverläufe beschreiben idealisierte Spannungsverteilungen, die in realen Bauteilen nur selten zutreffen. Nur wenige Bauteile haben eine regelmäßige Geometrie und eine gleichmäßige Spannungsverteilung über dem Querschnitt. In den meisten Fällen führen Bohrungen, Kerben, Querschnittsübergänge oder punktuelle Kräfteinleitungen zu unregelmäßigen Spannungsverteilungen. Diese Unregelmäßigkeiten führen zu Störungen im Spannungsverlauf und schwächen damit die Festigkeit der Bauteile. Die Auswirkung von Kerben dynamisch beanspruchter Bauteile ist von der Anzahl der Schwingungen abhängig: Die Schwächung der Bauteilfestigkeit durch Kerben ist bei hohen Schwingungszahlen höher als bei niedrigen. In Abb. 1.3.4 ist die Spannungserhöhung durch Kerben

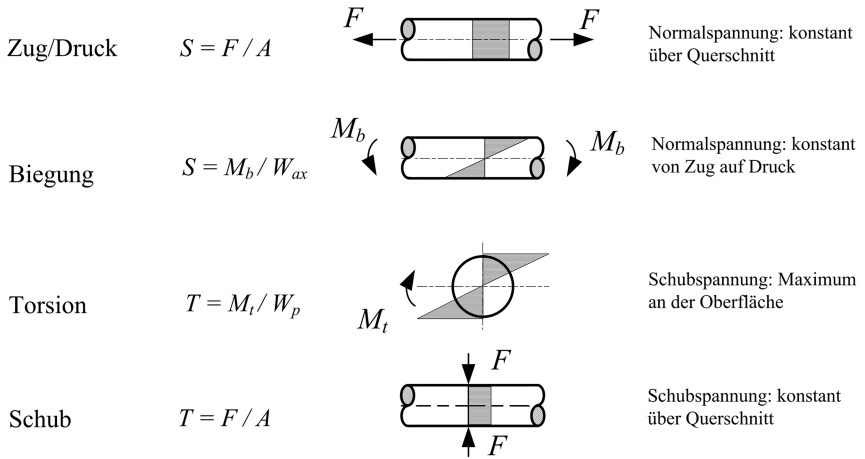


Abb. 1.3.3 Beanspruchungsarten.

am Beispiel des gekerbten Zugstabs dargestellt. Neben den aus der Formgebung bedingten Spannungskonzentrationen kommen jene aus dem Fertigungsprozess, wie Schweißen, Gießen oder Zerspanung sowie Materialinhomogenitäten, Risse oder Poren, die zusätzlich zur Kerbbildung führen können.

Durch Kerben kommt es zu einer Anhebung der Nennspannungen, da sich die Restfläche verringert. Der unregelmäßige Spannungsverlauf in Kerbumgebung (Abb. 1.3.4) führt zu einer weiteren Erhöhung der Spannungen im Kerbgrund. Bei geometrisch einfachen Körpern wird die Erhöhung der Spannung σ gegenüber der

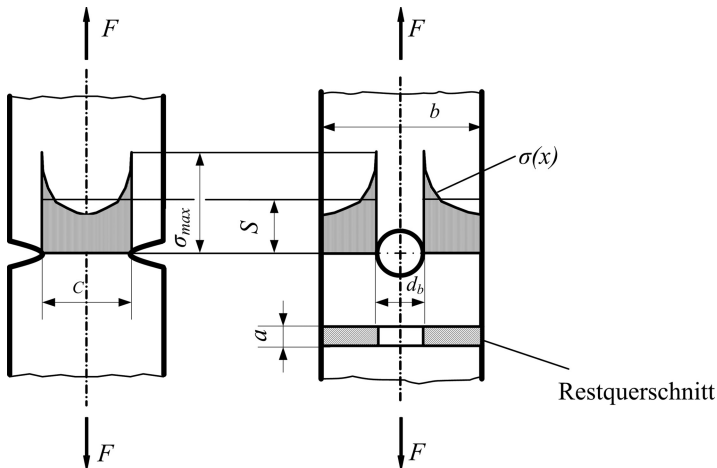


Abb. 1.3.4 Spannungsverlauf in gekerbten Zugstäben.

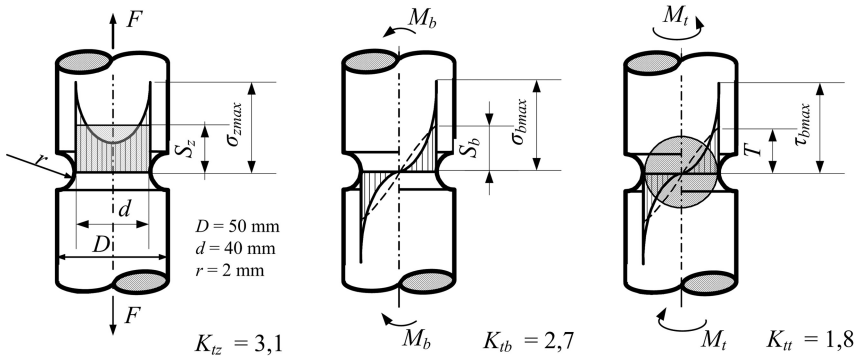


Abb. 1.3.5 Spannungsverteilungen und Formzahlen bei den Grundbeanspruchungen Zug, Druck und Torsion.

Nennspannung S mit der Kerbzahl K_t beschrieben:

$$\sigma = S \cdot K_t \quad (1.3.1)$$

Neben der Geometrie wirkt sich auch die Belastungsart auf die lokale Spannungserhöhung aus. Die Kerbzahl K_t kann, wie im Beispiel in Abb. 1.3.5 dargestellt, bei gleicher Geometrie des Kerbstabs je nach Belastungsart erhebliche Unterschiede zeigen.

Für die wichtigsten Kerbgeometrien und -abmessungen können Formzahlen aus entsprechenden Diagrammen entnommen oder mit Näherungsformeln berechnet werden [4]. Die Formzahl K_t wird sehr stark vom Verhältnis r/d beeinflusst. Wenn man davon ausgeht, dass bei einer Konstruktion d vorgegeben ist, wird K_t in erster Linie vom Kerbradius r bestimmt. Allgemein betrachtet kommt es bei kleinen Kerbradien zu größeren Spannungsüberhöhungen in der Kerbe und zu größeren K_t , das äußere Gleichgewicht muss jedoch erhalten bleiben und die Bedingung

$$F = \int \sigma(r) \cdot dA = S \cdot A_K \quad (1.3.2)$$

erfüllen.

Die Kerbzahl K_t ist unabhängig von der Höhe der Belastung (im elastischen Bereich), dem Werkstoff (solange ein homogener Werkstoff vorliegt) und der Größe des Bauteils. In geometrisch komplexen Bauteilen kann die Kerbzahl im Allgemeinen nicht angegeben werden, da meist kein Nennquerschnitt definiert werden kann und der Spannungsverlauf, z. B. durch lokale Kräfteinwirkungen, unregelmäßig ist.

In diesen Fällen kann die lokale Spannung rechnerisch durch Finite Elemente Berechnungen oder experimentell durch Messungen ermittelt werden.

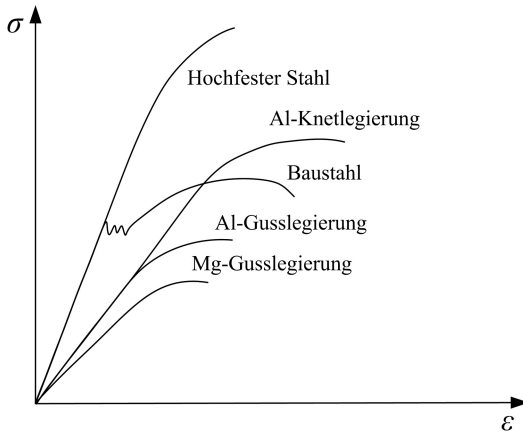


Abb. 1.3.6 Spannungs-Dehnungsverhalten im Zugversuch.

1.3.4

Werkstoffverhalten und Bemessungskenngrößen

1.3.4.1 Statische Beanspruchungen

Das statische Werkstoffverhalten wird im Zugversuch ermittelt und im Spannungs-Dehnungsdiagramm beschrieben (Abb. 1.3.6). Die meisten Werkstoffe zeigen dabei folgendes, charakteristisches Verhalten: In der ersten Phase zeigt sich ein annähernd linear-elastischer σ - ϵ -Verlauf, ab der sogenannten Fließgrenze kommt es zur plastischen Formänderung mit Verformungsverfestigung und schließlich zum Bruch. Je nach Werkstoffgruppe und Legierungszusammensetzung sind diese Abschnitte unterschiedlich ausgeprägt, so zeigen z. B. spröde Werkstoffe nur eine kurze Phase der plastischen Verformung bis zum Bruch.

Der erste Abschnitt im σ - ϵ -Diagramm, in welchem der Spannungs-Dehnungsverlauf ein elastisches Verhalten zeigt, wird mit dem Hook'schen Gesetz beschrieben, wobei E als Elastizitätsmodul (E-Modul) bezeichnet wird. Dieser E-Modul wird bei linear-elastischen Finite Elemente Berechnungen zur Beschreibung der Werkstoffsteifigkeit zugrunde gelegt:

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (1.3.3)$$

1.3.4.2 Zyklisches Spannungs-Dehnungsverhalten

Wird eine Probe im Zugversuch wiederholt bis in den plastischen Bereich hinein, aber nicht bis zum Bruch belastet, anschließend entlastet und im Druckbereich beansprucht, so stellt sich im σ - ϵ -Diagramm eine Hysterese ein (Abb. 1.3.7). Diese lässt sich durch die Anteile im elastischen und plastischen Bereich beschreiben:

Das zyklische Spannungs-Dehnungsdiagramm zeigt häufig mit zunehmender Zyklenzahl eine Änderung im Verlauf. Wird eine Belastung wiederholt mit gleicher Spannung aufgebracht, kann mit Fortschreiten der Lastwechsel die Dehnung zu- oder abnehmen. Wird die Dehnung mit zunehmender Lastwechselzahl grö-

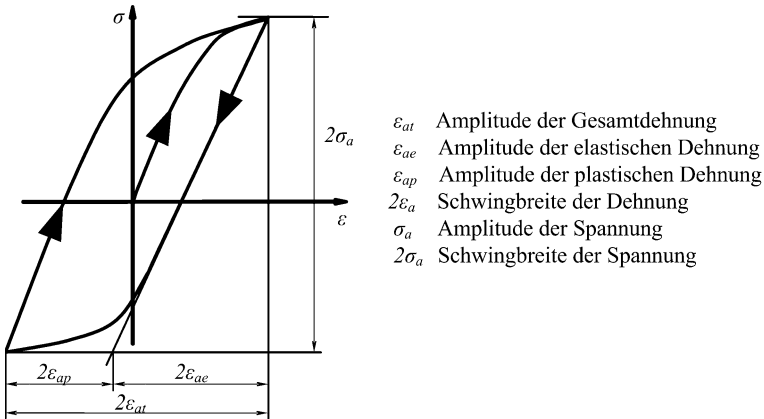


Abb. 1.3.7 Zyklisches Spannungs-Dehnungs-Diagramm.

ßer, spricht man von einer Werkstoffentfestigung, im umgekehrten Fall von einer Werkstoffverfestigung (Abb. 1.3.8). Manche Werkstoffe neigen zur Entfestigung (z. B. kaltverformte), andere zur Verfestigung (z. B. unverformte oder erholte), es gibt aber auch Werkstoffe, die mit fortschreitender Zyklenzahl das Verhalten än-

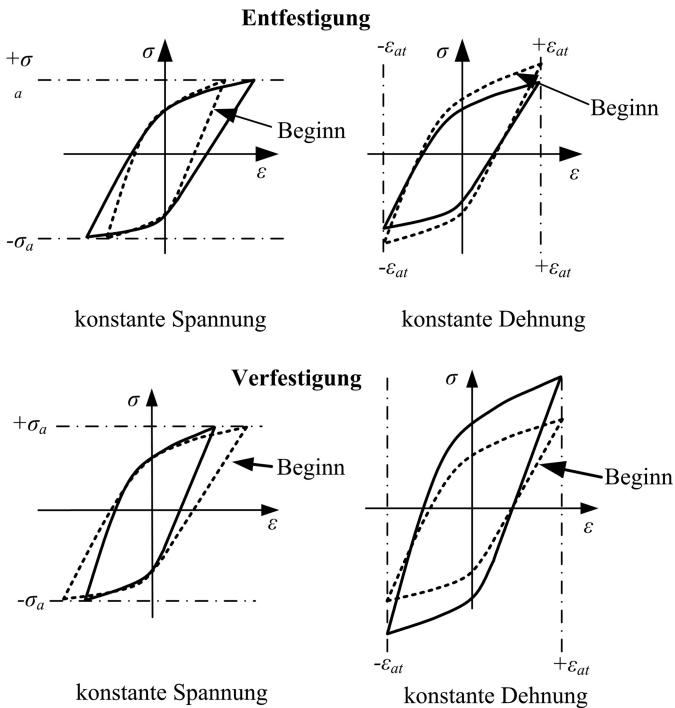


Abb. 1.3.8 Ent- und Verfestigung unter zyklischer Belastung.

dem, also bei anfänglicher Verfestigung später entfestigen oder umgekehrt. Analog ist das Verhalten, wenn statt der Spannungs- die Dehnungsamplituden konstant gehalten werden. In diesem Fall verändern sich die Spannungen mit fortschreitender Zyklenzahl. Je nachdem ob die Spannungs- oder die Dehnungsamplituden im Probenversuch konstant gehalten werden, spricht man von spannungs- bzw. dehnungsgeregelter Versuchsführung.

1.3.4.3 Schwingfestigkeit

Unter Schwingfestigkeit versteht man die Festigkeit des Werkstoffs bei zyklischer Beanspruchung. Diese ist gegenüber der statischen Festigkeit wesentlich geringer, für die praktische Anwendung aber bedeutsamer, da wesentlich mehr Bauteile durch zyklische als durch statische Belastungen ausfallen. Trotzdem wurde die Festigkeit zyklisch beanspruchter Bauteile in ihrer Bedeutung erst relativ spät erkannt, die ersten systematischen Untersuchungen wurden im 19. Jahrhundert durchgeführt.

Die Schwingbelastungen resultieren aus mechanischen oder thermischen Betriebslasten, die einer statischen Grundlast überlagert sein können. Betrachtet man z. B. einen Lastkraftwagen, so ist das Fahrgestell durch das Eigengewicht des Fahrzeugs belastet. Durch Be- und Entladen wird diese Belastung quasistatisch verändert. Im Fahrbetrieb kommen zu dieser statischen Last zyklische Kräfte, die sich aus Fahrmanövern, wie Bremsen, Beschleunigen oder Kurvenfahrt, oder durch Umgebungsbedingungen, wie z. B. Fahrbahnunebenheiten oder Windkräften, ergeben. Resonanzschwingungen des Motors und Getriebes, des Tanks oder des Reserverads stellen zusätzliche Belastungen dar. Diese zyklischen Lasten führen zur Ermüdung des Werkstoffs und bei Überbeanspruchung zum Anriss, in der Folge zum Rissfortschritt und schließlich zum Ausfall des Bauteils.

Wöhlerlinie Werden Bauteile mit einer Mindestlast zyklisch beansprucht, so fallen sie nach einer bestimmten Lastwechselanzahl durch Bruch aus. Mit steigenden Schwingungsamplituden verringert sich die Anzahl der ertragbaren Schwingzahlen, unterschreitet die Schwingungsamplitude ein bestimmtes Maß, so kann man die zyklische Last scheinbar beliebig oft aufbringen, ohne dass ein Bruch eintritt. Dieses Festigkeitsverhalten wurde von August Wöhler (1819–1914) erstmals systematisch erfasst. Das Zeitfestigkeitsverhalten und die Dauerfestigkeit werden in den nach ihm benannten Wöhlerversuchen bei sinusförmigem Lastverlauf und konstanter Spannungsamplitude bestimmt. Werden die Versuchsergebnisse, Spannungsniveaus über ertragener Lastspielzahl, aufgetragen, ergibt sich das in Abb. 1.3.9 dargestellte charakteristische Festigkeitsverhalten.

Trägt man die Versuchsergebnisse im doppellogarithmischen Maßstab auf, lassen sich die Ergebnisse in Geradenabschnitten darstellen (Abb. 1.3.10). Im Lastwechselbereich bis zu einigen Millionen Lastwechseln spricht man von der Zeitfestigkeitsgeraden, im darüber hinaus gehenden Lastwechselbereich von der Dauerfestigkeits- bzw. Langzeitfestigkeitsgeraden.

Die Neigungen der Geraden der Wöhlerlinie sind vom Werkstoff, aber auch von Einflüssen resultierend aus Temperatur, Beanspruchungsart, Kerbform etc.

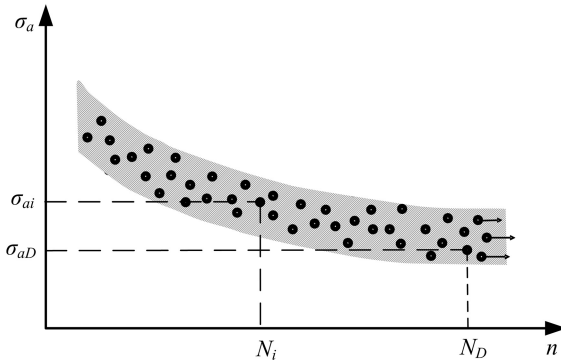


Abb. 1.3.9 Wöhlerdiagramm mit linearer Skalierung.

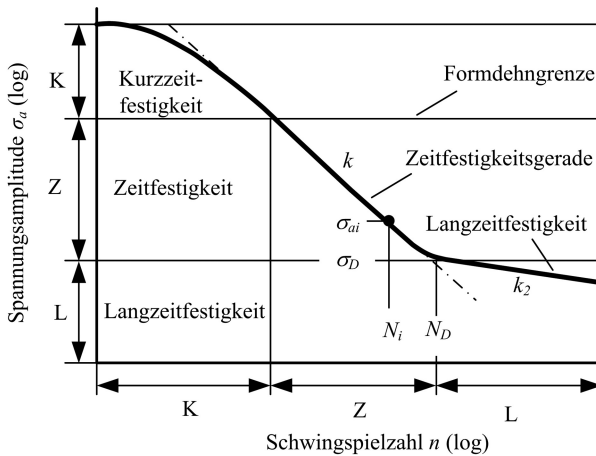


Abb. 1.3.10 Wöhlerdiagramm in doppel-logarithmischer Darstellung und Abgrenzung der Bereiche der Langzeitfestigkeit (L), der Zeitfestigkeit (Z) und der Kurzzeitfestigkeit (K).

abhängig. Der Langzeitfestigkeitsabschnitt wird bei manchen Werkstoffen, wie z. B. ferritischen Stählen, durch eine horizontale Linie beschrieben. Man spricht in diesem Fall von der Dauerfestigkeit, d. h. unterhalb dieser Belastung treten keine Brüche mehr auf, die ertragbare Schwingspielzahl wird unendlich groß. Neuere Forschungsergebnisse zeigen, dass es auch unterhalb dieser Grenze bei hohen Lastwechselzahlen zu Ermüdungsbrüchen kommt [5]. Bei manchen Werkstoffen, wie z. B. Aluminiumlegierungen, zeigt sich ein deutlicher Abfall im Langzeitfestigkeitsbereich, der mit der Neigung k_2 beschrieben wird. Zur Beschreibung des Wöhlerschaubilds sind vier Größen ausreichend:

- N_D Ecklastspielzahl
- σ_D Schwingfestigkeit bei der Ecklastspielzahl bzw. Dauerfestigkeit
- k Neigung der Wöhlerlinie
- k_2 Neigung der Wöhlerlinie im Langzeitfestigkeitsbereich

Der Zusammenhang von Spannung und ertragbarer Lastwechselzahl kann im Zeitfestigkeitsbereich mit der Beziehung

$$N = N_D \cdot \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_D} \right)^{-k} \quad \text{für } \sigma_a \geq \sigma_D \quad (1.3.4)$$

beschrieben werden. Im Langzeitfestigkeitsbereich ergibt sich bei Werkstoffen mit ausgeprägter Dauerfestigkeit

$$N = \infty \quad \text{für } \sigma_a < \sigma_D \quad (1.3.5)$$

und bei jenen mit abfallender Schwingfestigkeit

$$N = N_D \cdot \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_D} \right)^{-k_2} \quad \text{für } \sigma_a < \sigma_D \quad (1.3.6)$$

Zum Kurzzeitfestigkeitsbereich hin wird das Wöhlerschaubild durch jenen Bereich begrenzt, in welchem makroskopische, plastische Dehnungen auftreten. Für die Ableitung des Festigkeitsverhaltens im Kurzzeitfestigkeitsbereich ist die Spannungswöhlerlinie nicht geeignet. Dieser Bereich kann mit sogenannten Dehnungswöhlerlinien wesentlich besser beschrieben werden [1].

1.3.5

Vergleichsspannungshypothesen

Die in Laborversuchen aufgenommenen Festigkeitswerte gelten nur für die am Prüfstand vorgegebenen Belastungsbedingungen, meistens Zug oder Biegung. Bei mehrachsialen Beanspruchungen stellt sich die Frage, welche Werte aus dem Versuch für die Bemessung herangezogen werden können. Es wurden dazu verschiedene Hypothesen entwickelt, die das Versagenskriterium unter mehrachsialer Beanspruchung näherungsweise beschreiben. Diese Hypothesen führen zu der Vergleichsspannung σ_v , die bei der Bemessung dem jeweiligen Werkstoffkennwert gegenübergestellt wird [6]. Die Festigkeitshypothesen wurden ursprünglich für statisches Versagen entwickelt, sie werden aber auch für zyklische Belastungen herangezogen.

1.3.5.1 Normalspannungshypothese

Bei dieser Hypothese ist für den Bruch die maximale Hauptnormalspannung ausschlaggebend. Dieser tritt ein, wenn die größte Hauptnormalspannung die Bruchfestigkeit R_m erreicht, unabhängig davon, wie hoch die Schubspannung ist (Abb. 1.3.11). Die Hypothese findet hauptsächlich bei spröden Werkstoffen Anwendung. Die Versagensbedingung lautet:

$$\sigma_{vNH} = \sigma_1 = R_m \quad (1.3.7)$$

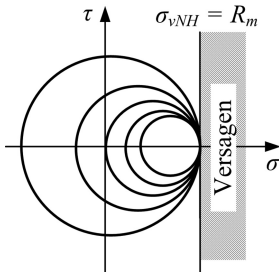


Abb. 1.3.11 Normalspannungshypothese in Mohr'scher Darstellung.

1.3.5.2 Schubspannungshypothese

Nach der Schubspannungshypothese von Tresca kommt es zum Versagen, wenn die maximale Schubspannung τ_{max} einen kritischen Wert, die Fließschubspannung τ_F , erreicht. τ_{max} ergibt sich aus der Differenz aus größter und kleinster Hauptnormalspannung:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \tag{1.3.8}$$

Die Fließschubspannung τ_F kann im Torsionsversuch oder im Zugversuch ermittelt werden. Im Zugversuch bezieht man sich auf die Streckgrenze R_e , da diese das Ende des linear-elastischen Werkstoffverhaltens kennzeichnet und damit das Versagen durch Fließen beschrieben werden kann. Die Fließschubspannung τ_F berechnet sich dann aus

$$\tau_F = \frac{R_e}{2} \tag{1.3.9}$$

Bei der Schubspannungshypothese spielt es für die Bewertung der Festigkeit keine Rolle, wie hoch die Normalspannungen sind (Abb. 1.3.12). Als Versagenskriterium gilt:

$$\sigma_{vSH} = \sigma_{max} - \sigma_{min} = \sigma_1 - \sigma_3 = R_e \tag{1.3.10}$$

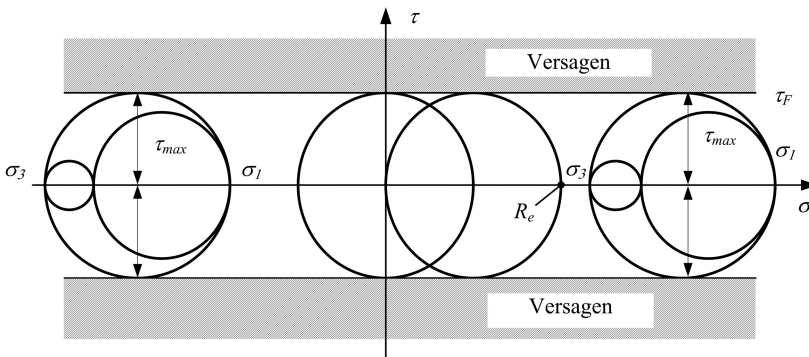


Abb. 1.3.12 Schubspannungshypothese in Mohr'scher Darstellung.

1.3.5.3 Gestaltänderungsenergiehypothese

Bei der Gestaltänderungshypothese oder Mises-Vergleichsspannung tritt Versagen auf, wenn die Gestaltänderungsenergie einen Grenzwert überschreitet. Der hydrostatische Spannungsanteil, der die gleich großen Spannungsanteile in allen Raumrichtungen beschreibt, trägt nicht zur Vergleichsspannung bei und ist daher nicht versagensrelevant. Die Hypothese findet bei zähen Werkstoffen Anwendung und ist die meisteingesetzte Vergleichsspannungshypothese:

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = R_p \quad (1.3.11)$$

1.3.5.4 Weitere Bewertungskriterien für mehrachsiale Beanspruchungen

Angeführte Vergleichsspannungshypothesen beschreiben das Versagen unter einachsialer Belastung mit mehrachsigem Spannungszustand oder mehrachsialer synchroner Belastung. Häufig treten mehrachsiale Belastungen regellos zueinander auf; in diesen Fällen werden die Berechnungen von Vergleichsgrößen zur Bewertung des Versagens wesentlich komplexer [7].

1.3.6

Beanspruchungs-Zeit-Verläufe

Bauteile werden im Betrieb zeitlich mehr oder weniger unregelmäßig belastet. Diese Belastungen können funktionsbedingt sein, ergeben sich durch Einflüsse aus der Umgebung, aus dem Eigenschwingverhalten oder durch Missbrauch. Die Kenntnis dieser Belastungen ist eine der Voraussetzungen für die Berechnung der Lebensdauer. Zur Ermittlung der Belastungsverläufe bieten sich experimentelle und numerische Verfahren an. Im Versuch erfolgt die Lastermittlung meist durch Messung der Dehnungen mit sogenannten Dehnmessstreifen (DMS), deren Widerstandsänderungen ein Maß für die auftretenden Dehnungen darstellen [8]. Durch entsprechende Anordnung am Bauteil können aus diesen DMS-Messungen Zugkräfte, Biege- oder Torsionsmomente errechnet und Zeitverläufe dargestellt werden. Diese Zeitverläufe bilden die Ausgangsbasis für die anschließende Lastklassierung, die für die Lebensdauerberechnung herangezogen wird.

Alternativ zum Versuch können Betriebsbeanspruchungen durch Simulation des dynamischen Verhaltens ermittelt werden. Dazu bieten sich die Methoden der Mehrkörpersimulation (MKS) oder der Finite Elemente Methode (FEM) [9] an, deren Ergebnisse wiederum zur Klassierung herangezogen werden. Die Genauigkeit der Simulationsergebnisse ist im Vergleich zu jenen der Messungen geringer; es können jedoch einfach Varianten mit geänderten Randbedingungen simuliert werden. Ob Versuch oder Simulation, in beiden Fällen sind die Ergebnisse Last-Zeit-Verläufe (Abb. 1.3.13).

Wie in Abb. 1.3.13 ersichtlich, sind die dynamischen Kräfte häufig regellos und können nicht mit nur einer Amplitude und Mittelspannung beschrieben werden. Zur Beschreibung dieser Beanspruchungs-Zeit-Verläufe werden diese daher

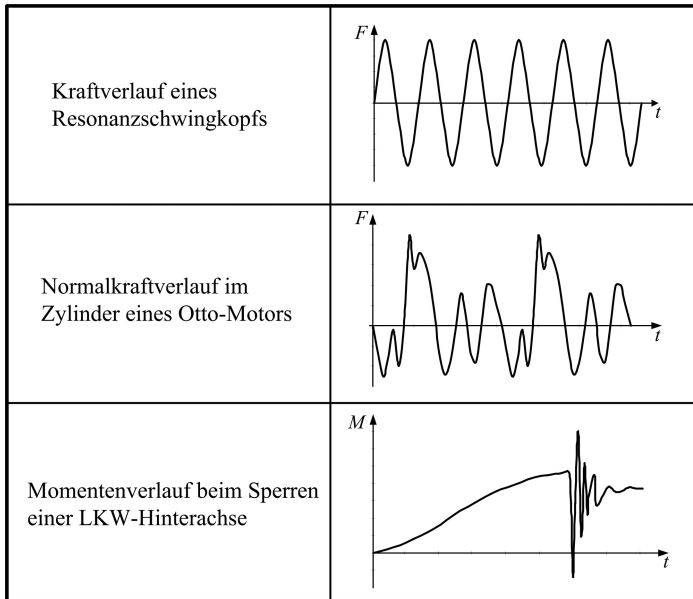


Abb. 1.3.13 Beanspruchungs-Zeit-Verläufe.

in einzelne Schwingenspiele zerlegt, die mit einfachen Kenngrößen beschrieben werden können (Abb. 1.3.14). Für die Schwingfestigkeit sind die Spannungsamplitude und die Lage der Mittellinie zur Nulllinie von Bedeutung, die durch das Spannungsverhältnis ausgedrückt wird:

$$R = \frac{\sigma_u}{\sigma_o} \quad (1.3.12)$$

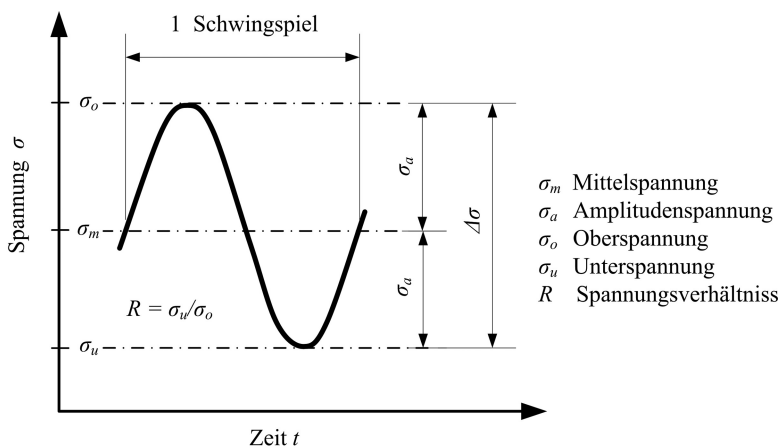


Abb. 1.3.14 Kenngrößen eines Schwingenspiels.

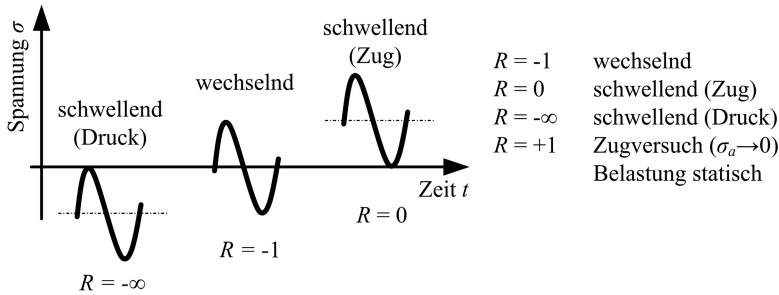


Abb. 1.3.15 Verschiedene Mittelspannungen.

Beanspruchungen, deren Amplituden die Nulllinie schneiden, werden als Wechselbeanspruchungen bezeichnet; Beanspruchungsverläufe, welche die Nulllinie nicht schneiden, als Schwellbeanspruchung. Schwingungen mit besonderen Lagen zur Nulllinie sind jene mit einem Spannungsverhältnis $R = -1$, bezeichnet als wechselnde Beanspruchung, und jene mit $R = 0$, genannt schwellende Beanspruchung (Abb. 1.3.15).

1.3.6.1 Klassierung von Beanspruchungs-Zeit-Verläufen

Die statistische Auswertung eines Belastungs-Zeit-Verlaufes wird als Klassierung bezeichnet. Klassierung bedeutet die Einteilung von zählbaren Merkmalen eines analogen Belastungs-Zeit-Verlaufes in Wertebereiche (Klassen). Diese Merkmale werden dann je Klasse gezählt und in Form eines sogenannten Lastkollektivs dargestellt. Vorab müssen die Merkmale, nach denen die Klassierung erfolgen soll, definiert werden. In der Betriebsfestigkeit bieten sich folgende Merkmale an:

- Spitzenzählung: Die Last F erreicht einen Umkehrpunkt (Maximum oder Minimum) (Abb. 1.3.16).
- Bereichszählung: Die Last F erfasst den Bereich zwischen einem Minimum und dem darauf folgenden Maximum (positiver Bereich) bzw. umgekehrt (negativer Bereich), (Abb. 1.3.17).
- Klassengrenzenüberschreitungszählung: Die Last F überschreitet eine vorgegebene Klassengrenze entweder in ansteigender (positiver) oder fallender (negativer) Richtung (Abb. 1.3.18).

Die meisten Klassierverfahren lassen sich auf diese drei Grundtypen zurückführen. Zur Visualisierung der Häufigkeitsverteilung großer Datenmengen sind für die Darstellung des Klassierungsergebnisses zwei Arten üblich (Abb. 1.3.16 bis 1.3.18).

- Histogramm: Aufgetragen wird die Häufigkeit in einer Klasse $h(x_k, i)$, gezählt werden die Werte x zwischen den Klassengrenzen x_i und x_{i+1} . $h(x_k, i)$ wird Klassenhäufigkeit genannt; die Klassenmitte $x_{k,i}$ ist definiert als

$$x_{k,i} = \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \quad (1.3.13)$$

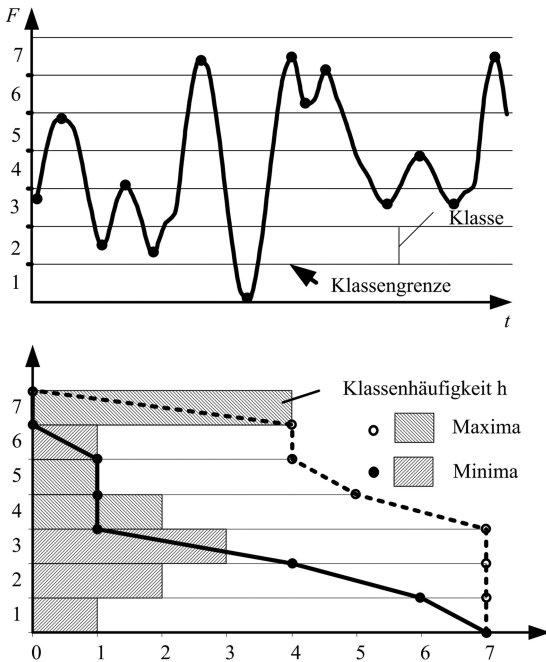


Abb. 1.3.16 Spitzenzählung: Klassen- und Summenhäufigkeit.

- Summenhäufigkeit: Die Zählung aller Werte für x oberhalb einer Klassengrenze x_i ergibt die Summenhäufigkeit $H(x_i)$. Die Klassen- und Summenhäufigkeit stehen in Beziehung durch

$$h(x_{k,i}) = |H(x_{i+1})| - |H(x_i)| \quad (1.3.14)$$

Die Darstellung erfolgt als Summenhäufigkeitskurve, wobei die einzelnen Wertepaare für x_i und $H(x_i)$ in erster Näherung durch Geraden verbunden werden.

1.3.6.2 Reduktion des Informationsgehalts durch Zählung

Die Klassierung und Zählung reduziert in einem sehr großen Umfang die Datenmengen gegenüber der analogen Darstellung und bildet außerdem die Grundlage für die Lebensdauerberechnung. Durch die Datenreduktion müssen aber auch einige Nachteile in Kauf genommen werden, da folgende Informationen über die Lastgeschichte verloren gehen:

- Der zeitliche Verlauf der Spitzen oder Bereiche und damit die Reihenfolge können aus den Lastkollektiven nicht mehr rekonstruiert werden, weil diese nur nach Höhe und Häufigkeit gezählt werden.
- Die Lastkollektive enthalten keine Informationen über die Belastungsfrequenz und den zeitlichen Verlauf einzelner Schwingenspiele, wie z. B. sinus- oder dreiecksförmiger Verlauf.

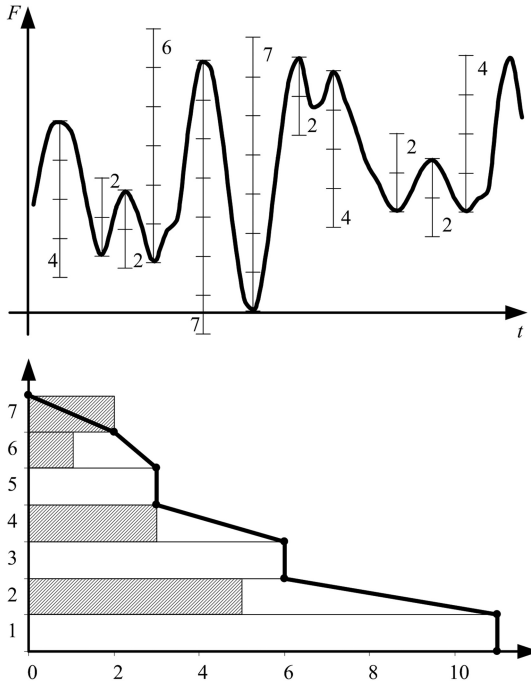


Abb. 1.3.17 Bereichszählung: Klassen- und Summenhäufigkeit.

- Da nur gezählt wird, wie oft Ober- oder Unterwerte erreicht wurden, lassen die Häufigkeitsverteilungen keinen Rückschluss auf Mittelspannung und Spannungsamplitude zu.
- Um letzteren Nachteil der angeführten Klassierverfahren auszugleichen, wurde das „Rainflow-Klassierverfahren“ vorgeschlagen. Bei diesem handelt es sich um ein zweidimensionales Verfahren, bei dem die Ergebnisse der Klassierung in einer Matrix abgelegt werden. Diese erlaubt die Rekonstruktion der Amplituden mit den zugehörigen Mittelspannungen [10].

1.3.7

Betriebsfestigkeit-Lebensdauerberechnung

Viele Bauteile in technischen Anwendungen sind zyklischen Lasten, mit konstanten oder variablen Amplituden, unterworfen. Die überwiegende Anzahl von Bauteilausfällen ist auf diese dynamische Beanspruchung, die zur Materialermüdung führt, zurückzuführen. Ziel der Betriebsfestigkeit ist, Bauteile derart zu dimensionieren, dass diese eine geforderte Mindestlebensdauer ohne Ausfall ertragen, wobei aus Gewichtsgründen ein möglichst geringer Werkstoffeinsatz angestrebt

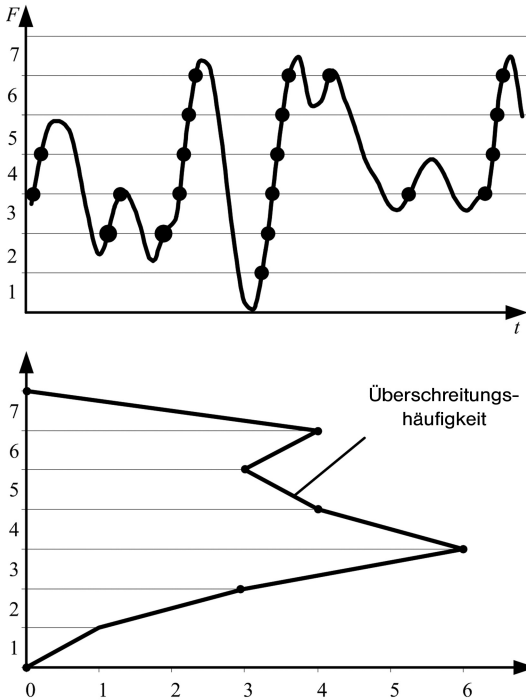


Abb. 1.3.18 Klassengrenzenüberschreitungen: Klassen- und Summenhäufigkeit.

wird. Grundsätzlich kann die Dimensionierung von Bauteilen hinsichtlich ausreichender Lebensdauer auf zwei Wegen erfolgen:

- *Auslegung über Versuche:* In diesem Fall werden, ausgehend von einer ersten Variante, an Prototypen die zu erwartenden Lasten aufgebracht. Wird die geforderte Lebensdauer nicht erreicht, wird durch Modifikation der Konstruktion ein neuer Prototyp gebaut und neuerlich den Versuchslasten unterworfen. Dieser Ablauf wird solange wiederholt, bis die geforderten Spezifikationen erreicht sind. Schwachpunkte einer Konstruktion werden damit sehr gut erfasst, überdimensionierte Stellen werden, da dort keine Schädigung sichtbar wird, nicht aufgezeigt.
- *Auslegung durch Simulation:* Auf Basis von Spannungen, der Kenntnis des Werkstoffverhaltens und des Lastkollektivs wird eine Lebensdauerberechnung durchgeführt. Stellen, die die geforderte Lebensdauer nicht erreichen, werden durch Änderung der Geometrie oder des Werkstoffs verstärkt, wenig beanspruchte Stellen ermöglichen durch gezielte Materialwegnahme eine Gewichtsminimierung.

Die zweite Methode, die Auslegung durch Simulation, hat den wesentlichen Vorteil, dass sie in einem frühen Abschnitt der Bauteilentwicklung angewendet wer-

den kann und weniger Zeit und Kosten in Anspruch nimmt. Allerdings ist die Treffsicherheit bei der Lebensdauerberechnung gegenüber dem Versuch geringer. Im Entwicklungsablauf von Serienprodukten kommt daher in der ersten Phase die rechnerische Simulation zum Einsatz, gegen Ende der Entwicklungsphase werden die Produkte versuchstechnisch abgesichert.

1.3.7.1 Berechnungskonzepte

Es wurde eine Reihe von Methoden für die Lebensdauerberechnung vorgeschlagen, die sich in drei Hauptgruppen einteilen lassen: Berechnung der Lebensdauer auf Basis von Spannungen, von Dehnungen sowie des Rissfortschritts.

Lebensdauerberechnung auf Basis von Spannungen Die Lebensdauerabschätzung basiert auf Wöhlerlinien und den im Bauteil auftretenden Spannungen. Das Hauptanwendungsgebiet der spannungsbasierten Konzepte liegt bei Bauteilen mit Beanspruchungen im makroskopisch linear-elastischen Bereich des Werkstoffs. Ursprünglich wurde diese Methode auf Nennspannungen angewandt, inzwischen hat sich in weiten Bereichen die Berechnung auf Basis lokaler Spannungen durchgesetzt (Abb. 1.3.19). Dieses Verfahren lässt sich mit der Finite Elemente Methode kombinieren und ermöglicht damit auch die Berechnung geometrisch komplexer Bauteile [11]. Da lokale Spannungen als Vergleichsgrößen Verwendung finden, müssen diese den lokalen Festigkeitseigenschaften des Werkstoffs gegenübergestellt werden. Lokale Festigkeitseigenschaften können jedoch aus Kosten- und Zeitgründen nur punktuell im Versuch ermittelt werden, weshalb auf die Simulation von Wöhlerlinien zurückgegriffen wird.

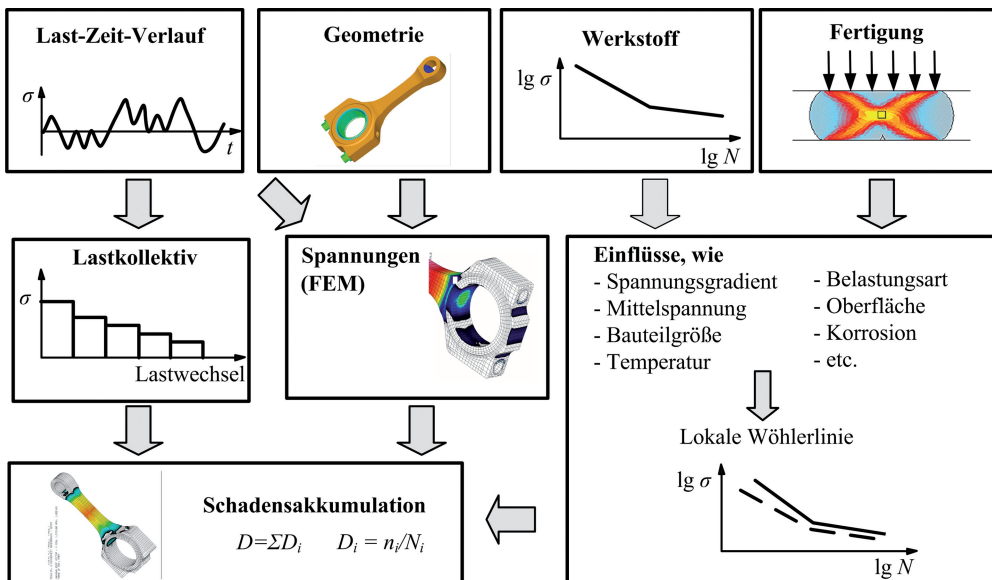


Abb. 1.3.19 Lebensdauerberechnung auf Basis lokaler Spannungen.

Als Kombination von Nennspannungs- und örtlichem Spannungskonzept findet das Strukturspannungskonzept Anwendung, welches hauptsächlich für die Lebensdauerberechnung von Schweißkonstruktionen eingesetzt wird. Bei der Finite Elemente Berechnung wird in diesem Fall die Schweißnaht nicht im Detail abgebildet, sondern die Struktur global modelliert und die Spannung ohne Berücksichtigung lokaler Effekte durch die Schweißnaht berechnet („Strukturspannung“). Die Detailspannungen in der Schweißnaht werden dann in dem der Finite Elemente Berechnung folgenden Schritt aus den Strukturspannungen und Übertragungsfaktoren, die von Schweißnahttyp und -form abhängen, berechnet und für die Lebensdauerberechnung herangezogen [12].

Lebensdauerberechnung auf Basis von Dehnungen Das Versagenskriterium bei diesem Konzept sind lokale Dehnungen im Kerbgrund. Das Lebensdauerverhalten wird mit Dehnungswöhlerlinien beschrieben, die in dehnungsgesteuerten Versuchen ermittelt werden. Die Berechnungen der lokalen Dehnungen sind, da Plastizitäten mit einbezogen werden, gegenüber den spannungsbasierten Methoden aufwändiger. Benötigt wird neben der Dehnungswöhlerlinie auch das zyklische Spannungs-Dehnungs-Diagramm. Dieses Konzept zeigt seine Vorteile bei der Berechnung von Bauteilen, die im Niedriglastwechselbereich beansprucht werden und bei denen makroskopisch plastische Verformungen auftreten [1].

Lebensdauerberechnung auf Basis des Rissfortschritts Diese Verfahren gehen von einem bestehenden Anriss oder einer Fehlstelle aus und berechnen die Restlebensdauer durch den Rissfortschritt bis zum Bauteilbruch.

1.3.7.2 Schadensakkumulation

In realen Anwendungen haben dynamische Lasten häufig nicht konstante, sondern variable Amplituden, die noch dazu mit unterschiedlicher Frequenz und in zufälliger Abfolge auftreten. Die Schädigung unter zyklischer Beanspruchung basiert auf Bildung und Bewegung von Kristalldefekten, die noch nicht quantitativ erfassbar sind, man ist daher auf empirische Modelle angewiesen. In den letzten Jahrzehnten wurden zahlreiche Hypothesen aufgestellt. Eine der ältesten, aber auch jene mit Abstand am meisten eingesetzte Hypothese, ist jene von Palmgren und Miner [1]. Dieses Modell konzentriert sich, wie auch andere Modelle, auf die Beschreibung folgender zweier Beobachtungen:

Es gibt eine zusätzliche Schädigung D_i durch eine Anzahl von n_i Schwingspielen mit der Amplitude σ_i , die durch die Amplitude selbst und die diesen Schwingspielen vorangegangenen Belastungen bestimmt wird.

Die Akkumulation der Einzelschädigungen führt zur Gesamtschädigung D , bei einem kritischen Schädigungswert D_c tritt Versagen ein.

Verfahren nach Palmgren-Miner Die heute meist benutzte Schadensakkumulationshypothese wurde bereits durch Palmgren 1924 und Miner 1945 formuliert. Dabei wird von der Betriebsdauer bei einstufiger Beanspruchung auf die Betriebs-

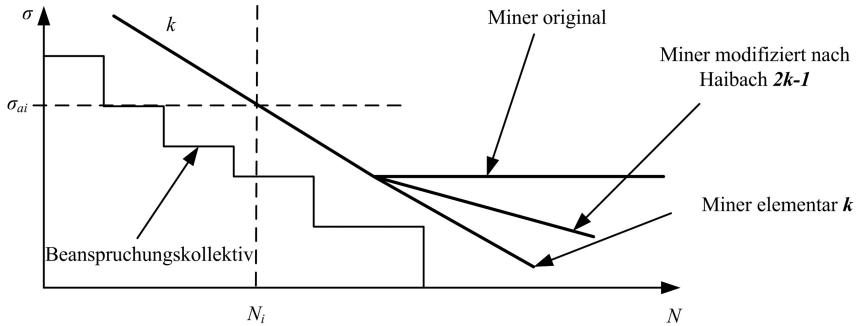


Abb. 1.3.20 Rechnerische Betriebsdauerermittlung.

dauer bei mehrstufiger Beanspruchung geschlossen. Die Schädigung infolge eines einzelnen Schwingspieles beträgt

$$D_1 = \frac{1}{N_i} \quad (1.3.15)$$

wobei N_i die Bruchschwingspielzahl der Wöhlerlinie auf dem Beanspruchungsniveau σ_{ai} ist.

Treten auf dem Beanspruchungsniveau σ_{ai} Lastwechsel mit der Häufigkeit n_i auf, so beträgt die Schädigung auf diesem Niveau D_i :

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (1.3.16)$$

Durch Addieren der Schädigungen infolge aller Schwingspiele eines Kollektivs erhält man die Schadenssumme

$$D = \sum_{i=1} \frac{n_i}{N_i} \quad (1.3.17)$$

Darin bedeutet i die Stufe des Kollektivs ($1 \leq i \leq l$), n_i die Schwingspielzahl der i -ten Stufe und σ_{ai} die Beanspruchungsamplitude in der i -ten Stufe (Abb. 1.3.20). Das Versagen des Bauteils tritt gemäß Definition ein, wenn die Schadenssumme den kritischen Wert von 1 erreicht:

$$D = 1,0 \quad (1.3.18)$$

Modifikationen der Palmgren-Miner-Regel Die Schädigungshypothese nach Miner besagt, dass alle Beanspruchungsamplituden des Kollektivs unterhalb der Dauerfestigkeit keinen Schädigungsbeitrag liefern. Versuche mit Spannungsamplituden unterhalb der Dauerfestigkeit zeigten aber, dass diese ebenfalls Auswirkungen auf die Lebensdauer haben können. Es wurden daher Modifikationen für das Miner-Verfahren entwickelt.

Am bekanntesten sind die Modifikationen nach Corten-Dolan und Haibach [1]. Bei beiden Verfahren wird die Zeitfestigkeitsgerade über die Ecklastspielzahl hin-

aus im Wöhlerschaubild verlängert. Nach Corten-Dolan („Miner elementar“) erfolgt die Verlängerung geradlinig, nach Haibach („Miner modifiziert“) wird im Bereich der Langzeitfestigkeit die Wöhlerlinie mit der Neigung $(2k - 1)$ fortgeführt (Abb. 1.3.20). Die Berechnung der Schädigung nach Miner im Langzeitfestigkeitsbereich erfolgt wie im Zeitfestigkeitsbereich mit der jeweiligen Neigung der Wöhlerlinie.

Relative Miner-Regel Die Praxis zeigt, dass Bauteile auch bei Schadenssummen D über oder unter 1 ausfallen. Der Grund ist, dass das Palmgren-Miner-Verfahren die komplexen Vorgänge der Ermüdung nur vereinfacht beschreiben kann. Dazu kommt, dass häufig die angenommenen Lastkollektive in Amplitude und Lastwechselzahl die realen Belastungen nur näherungsweise abbilden oder das lokale Werkstoffverhalten von jenem abweicht, das in Versuchen an Proben unter Laborbedingungen ermittelt wurde. Es zeigt sich jedoch, dass die Schadenssummen an Bauteilen mit ähnlichen Werkstoffen und Einsatzbedingungen auch ähnliche Werte annehmen. Um diese in Betriebsfestigkeitsversuchen an Vorgängern oder Prototypen gewonnene Erfahrung in die Bewertung von Neukonstruktionen einfließen zu lassen, findet die sogenannte Relative Miner-Regel Anwendung. Bei dieser wird als Versagenskriterium nicht die Schädigungssumme $D = 1$ angenommen, sondern die in früheren, vergleichbaren Betriebsfestigkeitsversuchen ermittelte Schadenssumme D_{ref} . Für die Auslegung gilt in diesen Fällen:

$$D = \sum_i n_i / N_i = D_{\text{ref}} \quad (1.3.19)$$

Wurde zum Beispiel in Referenzversuchen eine rechnerische Schädigungssumme von 1,5 erreicht, so erfolgt die Neuauslegung für den gleichen Schädigungswert.

1.3.8

Wöhlerlinien durch Simulation

Die Abschätzung der Lebensdauer auf Basis lokaler Spannungen erfordert die Kenntnis lokaler Wöhlerlinien des Bauteils (Abb. 1.3.21). Diese lokalen Wöhlerlinien können erheblich von den an Proben gewonnenen Wöhlerlinien abweichen. Die experimentelle Ermittlung der lokalen Eigenschaften ist, wenn das Bauteil erst virtuell und noch nicht in Realität existiert, nur schwierig möglich, daher ist man hier auf die Simulation angewiesen. Die lokale Schwingfestigkeit unterliegt einer großen Anzahl von Einflüssen, wie der Formgebung (Kerben, Abmessungen) oder dem Fertigungsprozess (Gießen, Schmieden, Zerspanung). Im Folgenden wird beispielhaft auf einen dieser Einflüsse, die Stützwirkung durch unregelmäßige Spannungsverteilung, eingegangen. Beschreibungen technologischer Einflüsse finden sich unter anderem in [13–16].

1.3.8.1 Kerben und Belastungsart

Kerben, biegebeanspruchte Zonen oder durch ungleichmäßigen Kraftfluss beanspruchte Bauteile zeichnen sich dadurch aus, dass der Verlauf der Spannungs-

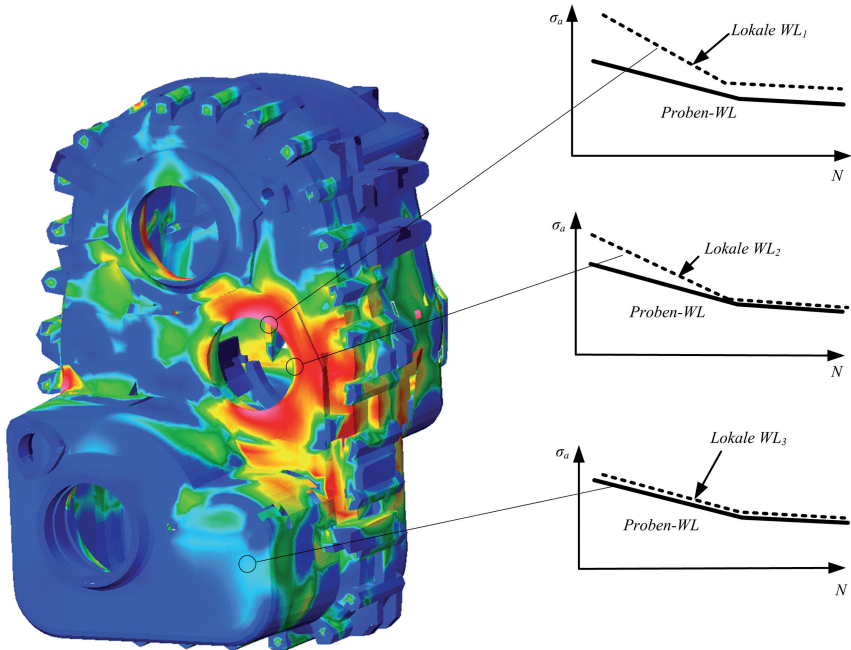


Abb. 1.3.21 Finite Elemente Struktur und lokale Wöhlerlinien.

niveaus unregelmäßig ist. Diese Unregelmäßigkeit kann durch die Ableitung der Spannung ausgedrückt werden: dem Spannungsgradient χ oder, bezogen auf die lokale Spannung, dem relativen Spannungsgradient χ^* (Abb. 1.3.22):

$$\chi^* = \frac{1}{\sigma_{\max}} \left(\frac{d\sigma}{dx} \right) \quad (1.3.20)$$

Da der Spannungsgradient aus Finite Elemente Ergebnissen einfach errechnet werden kann, ist es naheliegend diesen für die Spannungsbewertung heranzuziehen und damit die Einflüsse auf die Wöhlerlinieneigenschaften bei Zug/Druck- und Biege-Belastung sowie bei Kerben zu beschreiben.

1.3.8.2 Zug/Druck-Biege-Gradientenkonzent

Kerben zeichnen sich durch einen Spannungsabfall normal zum Kerbgrund aus, ebenso wie biegebelastete Balken, bei denen sich normal zur Biegemittellinie zwischen Ober- und Unterseite ein einfach zu definierender Spannungsabfall einstellt (Abb. 1.3.23). In beiden Fällen zeigt der Werkstoff unter schwingender Belastung lokal eine höhere ertragbare Spannung als bei ungestörtem Spannungsverlauf, die auf die Stützwirkung zurückgeführt werden kann.

Zur Darstellung des Einflusses des Spannungsgradienten auf die Dauerfestigkeit eines beliebigen Bauteils wird im folgenden Modell von zwei Schwingfestigkeitswerten ausgegangen:

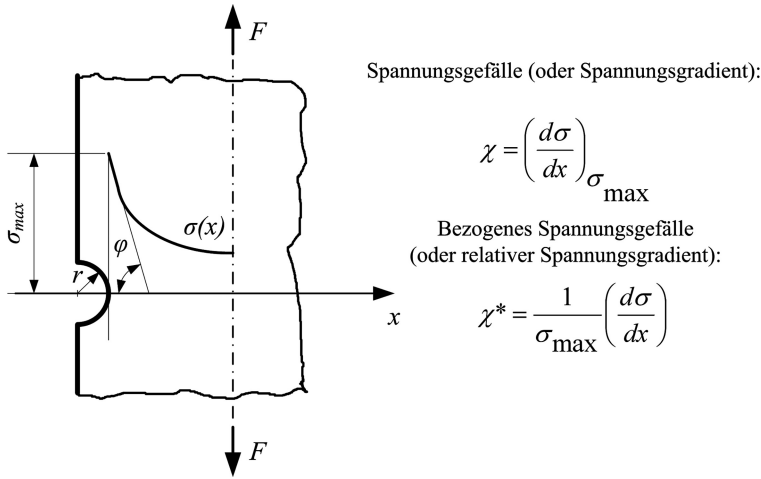


Abb. 1.3.22 Spannungsgefälle im Kerbgrund.

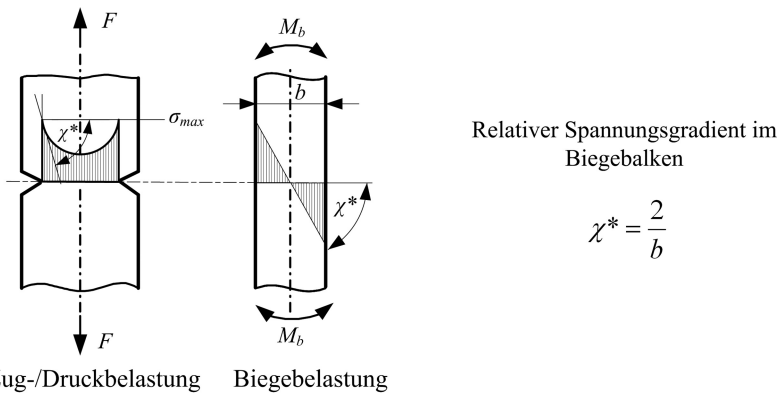


Abb. 1.3.23 Spannungsgradient in Kerbe und Biegeprobe.

- die Dauerfestigkeit σ_{zdw} eines ungekerbten Stabs unter Zug/Druckbelastung mit dem relativen Spannungsgradienten $\chi^* = 0$ und
- die Dauerfestigkeit σ_{bw} einer Biegeprobe mit der Dicke b und dem relativen Spannungsgradienten $\chi^* = 2/b$.

Zur Beschreibung der Dauerfestigkeit von Bauteilen mit beliebigen Spannungsgradienten muss nun zwischen diesen Werten inter- bzw. extrapoliert werden. Die Erfahrung zeigt, dass der Zusammenhang zwischen Dauerfestigkeit und Spannungsgradient nicht linear proportional verläuft, sondern mit zunehmenden Gradienten eine Verflachung der Dauerfestigkeitszunahme auftritt (Abb. 1.3.24).

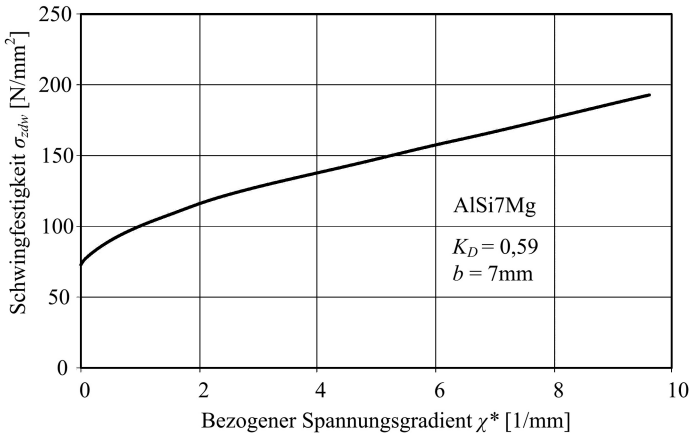


Abb. 1.3.24 Schwingfestigkeit bei 10^7 LW in Abhängigkeit des Spannungsgradienten.

Um diesen Zusammenhang zu beschreiben wird ein Exponentialansatz gewählt, der durch den Exponenten K_D charakterisiert wird:

$$\sigma_D = \sigma_{zdw} \cdot \left(1 + \left(\frac{\sigma_{bw}}{\sigma_{zdw}} - 1 \right) \cdot \left(\frac{\chi^*}{2/b} \right)^{K_D} \right) \quad (1.3.21)$$

oder

$$\sigma_D = \sigma_{zdw} \cdot n_\chi \quad (1.3.22)$$

Für die der Lebensdauerberechnung zugrunde liegende Wöhlerlinie nach Gl. (1.3.4) sind zwei weitere Parameter erforderlich: die Ecklastspielzahl N_D und die Neigung k . Allgemein kann gesagt werden, dass mit zunehmender Kerbung die Neigung der Wöhlerlinie steiler wird und die Ecklastspielzahl abnimmt. Zur Beschreibung des Verlaufs der Ecklastspielzahl N_D und der Wöhlerlinienneigung k werden die jeweiligen minimalen und maximalen Werte ($N_{D\min}$, $N_{D\max}$, k_{\min} , k_{\max}) bei kleinem oder sehr hohem χ^* entsprechend den Versuchsergebnissen vorgegeben. Für die Beschreibung dieser Größen zwischen diesen Grenzwerten wird ebenfalls ein Exponentenansatz mit den Exponenten K_n bzw. K_k gewählt.

$$\log(N_D) = \log(N_{D\min}) + \frac{\log(N_{D\max}) - \log(N_{D\min})}{n_\chi^{K_n}} \quad (1.3.23)$$

$$k = k_{\min} + \frac{k_{\max} - k_{\min}}{n_\chi^{K_k}} \quad (1.3.24)$$

Mit den Gl. (1.3.21) bis (1.3.24) ist die Wöhlerlinie für Bauteile mit Kerben bzw. unregelmäßiger Spannungsverteilung definiert und kann für die Lebensdauerberechnung von geometrisch komplexen Bauteilen herangezogen werden. Dies ermöglicht bei der Auswertung von Finite Elemente Strukturen mit zig- oder hunderttausenden Freiheitsgraden die effiziente Ermittlung der jeweiligen Wöhlerlinie

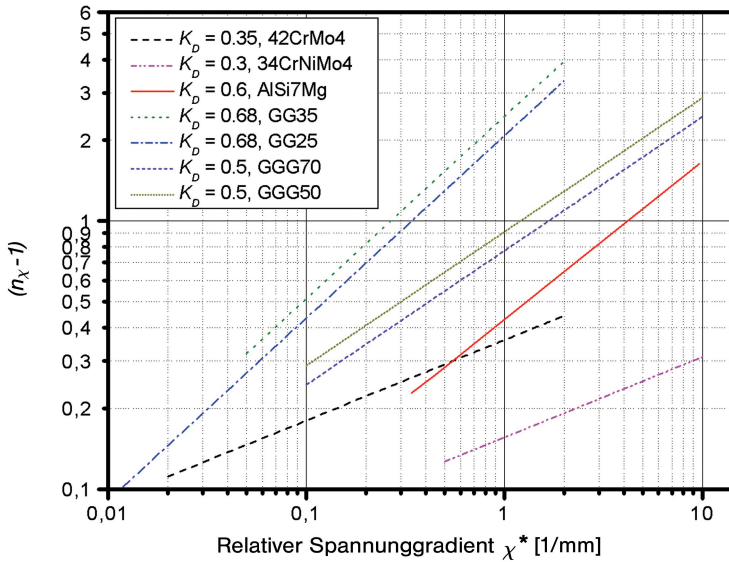


Abb. 1.3.25 Exponent K_D für den Verlauf der Dauerfestigkeit über dem relativen Spannungsgradienten für Beispiele von niedriglegierten Stählen, Al-Gusslegierungen und Grauguss.

in jedem Knoten der Struktur und damit die Abschätzung der Lebensdauer. Charakteristische Werte für den Exponent K_D sind für einige metallische Werkstoffe in Abb. 1.3.25 dargestellt.

1.3.9

Schlussfolgerungen und Ausblick

Durch moderne Verfahren zur Spannungsberechnung, wie z. B. die Finite Elemente Methode, ist die Möglichkeit gegeben, Bauteile hinsichtlich Werkstoffausnutzung weiter zu optimieren und damit leichter zu gestalten. Neben der Kenntnis der lokalen Spannungen, die diese Verfahren liefern, ist auch die Kenntnis der lokalen Festigkeitseigenschaften erforderlich, die durch zahlreiche Einflüsse geprägt werden, wie

- Beanspruchungsart (Zug/Druck, Biegung, Torsion),
- Geometrie und Größe,
- Temperatur,
- Mittelspannung,
- mehrachsiale Belastung,
- Randschicht (Oberflächentopographie, Eigenspannungen, Gefüge, Härte),
- Lastfolge,
- Oberflächenbeschaffenheit,
- Fertigungsprozess, wie Gießen, Umformen, Zerspanen oder Schweißen,
- Korrosion etc.

Diese Einflüsse können sich auf das Bauteil festigkeitssteigernd oder -mindernd auswirken; bei gleichzeitigem Auftreten können sich die Effekte verstärken oder abschwächen. Die experimentelle Ermittlung der Auswirkungen auf die Schwingfestigkeit ist in ihrer ganzen Fülle aus Kosten- und Zeitgründen unmöglich und kann nur punktuell erfolgen; die Simulation ist daher erforderlich. Zahlreiche Fragestellungen zu angeführten Einflüssen und die Übertragbarkeit von Proben auf reale Bauteile machen noch umfangreiche Forschungsarbeiten notwendig, um die bestehenden Modelle zur Lebensdauerberechnung weiter auszubauen und zu verbessern.

Nomenklatur

A	Fläche
D	Schädigung
D_c	kritische Schadenssumme
E	Elastizitätsmodul
F	Fläche
ε	Dehnung
K_t	Kerbzahl
k	Neigung der Wöhlerlinie
k_2	Neigung der Wöhlerlinie im Langzeitfestigkeitsbereich
N	Lastspielzahl
N_D	Ecklastspielzahl
n	Stützzahl
n_χ	Stützzahl aufgrund des Spannungsgradienten
R	Spannungsverhältnis
R_m	Bruchfestigkeit
R_p	Fließgrenze
S	Nennspannung
σ	lokale Spannung
σ_{aD}	Schwingfestigkeit bei der Ecklastspielzahl, Dauerfestigkeit
σ_{zdw}	Dauerfestigkeit unter Zug/Druckbelastung
σ_{bw}	Dauerfestigkeit unter Biegebelastungsprobe
σ_v	Vergleichsspannung
T	Schubnennspannung
τ	Schubspannung
χ^*	relativer Spannungsgradient

Literaturnachweis

- 1 Haibach, E. (2002) Betriebsfestigkeit. *Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- 2 Bargael, H.J., Schulze, G. (2005) *Werkstoffkunde*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg.
- 3 Hibbeler, R.C. (2006) *Technische Mechanik 2 – Festigkeitslehre*, Pearson Education Deutschland.
- 4 Pilkey, W.D. (1997) *Peterson's Stress Concentration Factors*, John Wiley & Sons, New York.
- 5 Sonsino, C.M. (2007) Course of SN-curves especially in the high-cycle fatigue regime with regard to component design and safety. *International Journal of Fatigue*, **29**, 2246–2258.
- 6 Issler, L., Ruoß, H., Häfele, P. (1995) *Festigkeitslehre – Grundlagen*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg.
- 7 Fröschl, J., Gänsler, H.P., Gerstmayr, G., Eichlseder, W. (2007) Neuere Berechnungsansätze für die betriebsfeste Auslegung von Gussbauteilen in Leichtbauweise. *Gießerei Rundschau*, **54**, 222–232.
- 8 Hoffmann, K. (1987) *Eine Einführung in die Technik des Messens mit Dehnungsmeßstreifen*, Hottinger Baldwin Messtechnik, Darmstadt.
- 9 Schwarz, H.R. (1991) *Methode der Finiten Elemente*, Teubner Studienbücher Mathematik, Teubner Verlag, Stuttgart.
- 10 Anthes, R.J. (1997) Modified rainflow counting keeping the load sequence. *Int. Journal of Fatigue*, **19**, 529–535.
- 11 Eichlseder, W. (2002) Fatigue analysis by local stress concept based on finite element results. *Computers and Structures*, **80**, 2109–2113.
- 12 Radaj, D., Sonsino, C.M., Fricke, W. (2006) *Fatigue Assessment of Welded Joints by Local Approaches*, Woodhead Publishing Limited.
- 13 Leitner, H. (2001) Simulation des Ermüdungsverhaltens von Aluminiumgusslegierungen. Dissertation, Montanuniversität Leoben.
- 14 Minichmayr, R., Eichlseder, W. (2003) Lebensdauerberechnung von Gussbauteilen unter Berücksichtigung des lokalen Dendritenarmabstandes und der Porosität. *Verein Deutscher Gießereifachleute*, **90**, 70–75.
- 15 Fröschl, J. (2006) Fatigue effects of forged components: Technological effects and multiaxial fatigue, Dissertation, Montanuniversität Leoben.
- 16 Javidi, A., Rieger, U., Eichlseder, W. (2008) The effect of machining on the surface integrity and fatigue life. *Int. Journal of Fatigue*, **30**, 2050–2055.

