
Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|----|
| 1 | Einführung | 1 |
| 1.1 | Definition und Aufgaben der Statistik | 1 |
| 1.2 | Wissenschaftliche Arbeitstechnik | 3 |
| 1.2.1 | Daten und Modelle | 3 |
| 1.2.2 | Kreisprozesse | 3 |
| 1.2.3 | Modelle in der Statistik | 6 |
| 1.3 | Statistik und wissenschaftliche Methode | 7 |
| 1.3.1 | Wiederholbare Erfahrungen | 7 |
| 1.3.2 | Deskriptive Statistik | 9 |
| 1.3.2.1 | Dimensionalität | 9 |
| 1.3.2.2 | Data Editing | 10 |
| 1.3.3 | Explorativer Ansatz | 10 |
| 1.3.4 | Konfirmativer Ansatz | 11 |
| 1.3.5 | Merkmale, Grundgesamtheit, Stichprobe | 12 |
| 1.3.5.1 | Offene und geschlossene Grundgesamtheiten | 13 |
| 1.3.6 | Stichproben | 13 |
| 1.3.7 | Zufallsstichproben | 14 |
| 1.4 | Datenanalyse | 15 |
| 1.4.1 | Merkmalsarten | 15 |
| 1.4.2 | Variablen-Übersicht | 16 |
| 1.4.2.1 | Zulässige Skalentransformationen | 18 |
| 1.4.3 | Daten | 18 |
| 1.4.3.1 | Datengewinnung und Datenstruktur | 19 |
| 2 | Grundlagen aus der Mathematik | 21 |
| 2.1 | Logische und relationale Operatoren | 21 |
| 2.2 | Mengen | 22 |
| 2.2.1 | Begriffsbildung | 22 |
| 2.2.2 | Mengenoperationen | 23 |
| 2.3 | (Grund-) Rechenarten | 24 |
| 2.3.1 | Summen und Produkte | 25 |
| 2.3.1.1 | Das Summenzeichen | 25 |
| 2.3.1.2 | Spezielle Summen | 28 |
| 2.3.1.3 | Multiplikation und Division; Fakultät | 29 |
| 2.3.2 | Potenzen und Wurzeln | 30 |
| 2.3.3 | Logarithmen | 31 |
| 2.3.4 | Rundungen | 33 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 2.3.5 | Rechnen mit fehlerbehafteten Zahlen | 34 |
| 2.4 | Einführung in die Matrixalgebra | 35 |
| 2.4.1 | Definition und Schreibweise | 35 |
| 2.4.2 | Matrixoperationen | 36 |
| 2.4.2.1 | Matrixaddition und -subtraktion | 36 |
| 2.4.2.2 | Matrixmultiplikation | 37 |
| 2.4.3 | Determinanten | 40 |
| 2.4.4 | Die Inverse Matrix | 40 |
| 2.4.5 | Lineare Abhängigkeit, Rang einer Matrix | 41 |
| 2.4.6 | Lineare Gleichungssysteme | 42 |
| 2.4.7 | Eigenwerte und Eigenvektoren | 42 |
| 2.5 | Funktionen | 44 |
| 2.5.1 | Lineare Funktionen | 44 |
| 2.5.2 | Nichtlineare Funktionen | 45 |
| 2.5.2.1 | Polynomfunktionen | 45 |
| 2.5.3 | Periodische Funktionen | 46 |
| 2.5.4 | Exponentialfunktion und logarithmische Funktion | 47 |
| 2.5.4.1 | Wachstumsfunktionen | 47 |
| 2.5.5 | Fläche unter einer Funktion: Integral | 49 |
| 2.6 | Kombinatorik | 50 |
| 2.6.1 | Permutationen | 50 |
| 2.6.2 | Kombinationen - der Binomialkoeffizient | 51 |
| 2.6.2.1 | Rechnen mit dem Binomialkoeffizienten - weitere Formeln | 52 |
| 2.6.3 | Kombinationen mit Wiederholungen und mit Berücksichtigung der Anordnung | 53 |
| 2.6.4 | Zerlegung einer Menge | 54 |
| 2.6.5 | Das Pascalsche Dreieck | 55 |
| 2.6.6 | Der Multinomialkoeffizient | 56 |
| 3 | Deskriptive Statistik | 57 |
| 3.1 | Häufigkeiten | 58 |
| 3.1.1 | Absolute und relative Häufigkeiten | 58 |
| 3.1.2 | Sinnvolle Quotienten: Verhältniszahlen | 59 |
| 3.1.3 | Prozentwerte | 61 |
| 3.1.4 | Torten- und Balkendiagramme | 61 |
| 3.1.5 | Tabellen | 62 |
| 3.1.5.1 | Rechteckdiagramm und Mosaikplot | 63 |
| 3.1.6 | Bedingte Häufigkeiten | 64 |
| 3.1.6.1 | Simpson's Paradox (Vergleich von Anteilswerten) | 64 |
| 3.2 | Beschreibung von Ordinaldaten | 65 |
| 3.2.1 | Medianwert und andere Quartile | 66 |
| 3.2.2 | Quantile | 67 |
| 3.2.3 | Streuung ordinal skalierten Daten | 68 |
| 3.2.4 | Punktdiagramm und Box-Plot | 68 |
| 3.2.5 | Korrelationskoeffizient nach Kendall | 70 |
| 3.2.6 | Partielle Rangkorrelation | 71 |
| 3.3 | Beschreibung von metrischen Daten | 74 |
| 3.3.1 | Arithmetischer Mittelwert | 74 |
| 3.3.2 | Standardabweichung, Varianz | 76 |
| 3.3.2.1 | Arithmetische Mittelwerte und Standardabweichungen vergleichbar gemacht | 78 |
| 3.3.3 | Variationskoeffizient | 78 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 3.3.4 | Der $(\bar{x} \pm s)$ -Bereich | 79 |
| 3.3.5 | Klassierte Messwerte; Berechnung des Mittelwertes und der Standardabweichung | 80 |
| 3.3.6 | Das gewogene arithmetische Mittel, die gewogene Varianz und das gewichtete arithmetische Mittel | 80 |
| 3.3.7 | Geometrischer Mittelwert | 82 |
| 3.3.8 | Harmonischer Mittelwert | 85 |
| 3.4 | Fehlerrechnung | 87 |
| 3.4.1 | Fehler in Messungen | 87 |
| 3.4.2 | Standardfehler von Mehrfachbestimmungen | 89 |
| 3.4.3 | Fehlerfortpflanzung | 89 |
| 3.4.4 | Präzision von Messungen | 90 |
| 3.5 | Häufigkeitsverteilung | 94 |
| 3.5.1 | Histogramm | 94 |
| 3.5.2 | Stamm-Blatt Darstellung | 97 |
| 3.5.3 | Pareto-Diagramm | 97 |
| 3.6 | Konzentration; Gini Index | 98 |
| 3.7 | Maßzahlen für den Zusammenhang metrischer Daten | 100 |
| 3.7.1 | Punktwolken | 100 |
| 3.7.2 | Empirische Kovarianz | 101 |
| 3.7.3 | Empirischer Korrelationskoeffizient | 102 |
| 3.7.4 | Rangkorrelationskoeffizient | 104 |
| 3.7.4.1 | Spearman'sche Rangkorrelation bei Bindungen | 105 |
| 3.7.5 | Typisierung korrelativer Zusammenhänge | 105 |
| 3.7.6 | Partieller Korrelationskoeffizient | 107 |
| 3.7.6.1 | Multipler Korrelationskoeffizient | 108 |
| 3.7.7 | Lineare Regression | 109 |
| 3.7.8 | Spezielle Schätzungen der Regressionsgeraden | 112 |
| 3.7.8.1 | Das Bartlett-Verfahren | 112 |
| 3.7.8.2 | Das Kerrich-Verfahren | 113 |
| 3.7.8.3 | Orthogonale kleinste Quadrate | 114 |
| 3.7.9 | Robuste lineare Regression | 115 |
| 3.8 | Nichtlineare Regression | 117 |
| 3.8.1 | Einige linearisierende Transformationen | 122 |
| 4 | Wahrscheinlichkeiten | 126 |
| 4.1 | Zufallsexperiment, Ereignis | 127 |
| 4.2 | Begriff der Wahrscheinlichkeit | 130 |
| 4.2.1 | Definition nach Laplace | 130 |
| 4.2.1.1 | Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit | 131 |
| 4.2.1.2 | Chancen und Risiken | 131 |
| 4.2.2 | Axiome nach Kolmogoroff | 132 |
| 4.2.3 | Additionssatz | 133 |
| 4.2.3.1 | Einschluss- und Ausschlussformel (Siebformel) | 134 |
| 4.3 | Bedingte Wahrscheinlichkeiten, stochastische Unabhängigkeit | 137 |
| 4.3.1 | Bedingte Wahrscheinlichkeit | 138 |
| 4.3.1.1 | Multiplikationssatz | 138 |
| 4.3.1.2 | Risikomaße [wird durch Abschnitt 7.6.3.1 ergänzt] | 140 |
| 4.3.1.3 | Wahrscheinlichkeiten aus einer Sterbetafel | 140 |
| 4.3.1.4 | Baumdiagramm und Pfadregeln | 141 |
| 4.3.2 | Stochastische Unabhängigkeit | 142 |
| 4.3.2.1 | Stochastische Unabhängigkeit für drei und mehr Ereignisse | 144 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 4.3.2.2 | Unvereinbarkeit und stochastische Unabhängigkeit | 145 |
| 4.3.2.3 | Ungleichungen nach Bonferroni | 145 |
| 4.3.2.4 | Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Korrelation | 146 |
| 4.3.2.5 | Dreizehn Beispiele zur stochastischen Unabhängigkeit | 146 |
| 4.4 | Bayessches Theorem | 150 |
| 4.4.1 | Bayessches Theorem und Pfadregel | 152 |
| 4.4.2 | Acht Beispiele zum Bayesschen Theorem | 152 |
| 4.5 | Der diagnostische Test | 155 |
| 4.5.1 | ROC - Analyse | 159 |
| 4.5.2 | Der Likelihoodquotient | 159 |
| 4.6 | Maßzahlen in der Epidemiologie | 161 |
| 4.6.1 | Prävalenz und Inzidenz | 162 |
| 4.6.2 | Standardisierungen | 164 |
| 5 | Zufallsvariablen, Verteilungen | 166 |
| 5.1 | Die Zufallsvariable | 166 |
| 5.1.1 | Wahrscheinlichkeitsfunktion, Wahrscheinlichkeitsdichte und Verteilungsfunktion | 167 |
| 5.1.1.1 | Rechenregeln zur Verteilungsfunktion | 171 |
| 5.1.1.2 | Empirische Verteilungsfunktion | 172 |
| 5.2 | Maßzahlen zur Kennzeichnung der Verteilung | 172 |
| 5.2.1 | Erwartungswert | 173 |
| 5.2.2 | Varianz | 175 |
| 5.2.2.1 | Ungleichungen mit Wahrscheinlichkeiten | 176 |
| 5.2.3 | Momente: Schiefe und Exzess | 179 |
| 5.2.3.1 | Berechnung der empirischen Momente | 180 |
| 5.2.3.2 | Potenzmomente | 181 |
| 5.2.3.3 | Quantilmaße zu Schiefe und Exzess | 184 |
| 5.3 | Diskrete Verteilungen | 186 |
| 5.3.1 | Das Urnenmodell | 186 |
| 5.3.2 | Gleichverteilung | 187 |
| 5.3.3 | Binomialverteilung | 189 |
| 5.3.3.1 | Bernoulli-Versuch | 189 |
| 5.3.3.2 | Binomial-Verteilung | 190 |
| 5.3.3.3 | Approximation der Binomialverteilung durch die Standardnormalverteilung | 196 |
| 5.3.3.4 | Approximation der Binomialverteilung durch die Poisson-Verteilung | 199 |
| 5.3.4 | Multinomialverteilung (Polynomialverteilung) | 200 |
| 5.3.5 | Poisson-Verteilung | 202 |
| 5.3.5.1 | Der Dispersionsindex | 208 |
| 5.3.5.2 | Approximation der Poissonverteilung durch die Standardnormalverteilung | 210 |
| 5.3.6 | Negative Binomial-Verteilung | 211 |
| 5.3.7 | Geometrische Verteilung | 215 |
| 5.3.8 | Hypergeometrische Verteilung | 216 |
| 5.3.8.1 | Approximationen der Hypergeometrischen Verteilung | 219 |
| 5.4 | Stetige Verteilungen | 220 |
| 5.4.1 | Gleichverteilung | 220 |
| 5.4.2 | Standard-Beta-Verteilung | 221 |
| 5.4.3 | Normalverteilung | 225 |
| 5.4.3.1 | Zentrale Schwankungsintervalle der Standardnormalverteilung | 230 |

| | | |
|----------|---|-----|
| 5.4.3.2 | Familie der Normalverteilungen | 232 |
| 5.4.3.3 | Hinweise und Beispiele zur Normalverteilung | 233 |
| 5.4.3.4 | Zentraler Grenzwertsatz | 237 |
| 5.4.4 | Lognormalverteilung | 238 |
| 5.4.4.1 | Schätzung der Maßzahlen zur Lognormalverteilung | 240 |
| 5.4.4.2 | Empirische Maßzahlen zur Lognormalverteilung | 242 |
| 5.4.5 | Exponentialverteilung | 244 |
| 5.4.6 | Weibull-Verteilung | 245 |
| 5.4.7 | Gamma-Verteilung | 247 |
| 5.5 | Testverteilungen | 250 |
| 5.5.1 | Student-Verteilung (t) | 250 |
| 5.5.1.1 | Nichtzentrale t-Verteilung | 254 |
| 5.5.2 | Chiquadrat-Verteilung (χ^2) | 254 |
| 5.5.3 | Fisher-Verteilung (F) | 256 |
| 5.5.4 | Verteilungen wichtiger Stichprobenfunktionen aus normalverteilten Grundgesamtheiten | 262 |
| 5.6 | Verteilung zweidimensionaler Zufallsvariablen | 264 |
| 5.6.1 | Modellbildung | 264 |
| 5.6.1.1 | Einführendes Beispiel | 264 |
| 5.6.1.2 | Verteilungsfunktion | 264 |
| 5.6.2 | Randverteilungen und Unabhängigkeit | 266 |
| 5.6.2.1 | Bedingte Verteilung und Unabhängigkeit | 268 |
| 5.6.2.2 | Satz von Bayes für Zufallsvariablen | 269 |
| 5.6.3 | Korrelationskoeffizient | 270 |
| 5.6.4 | Zweidimensionale Normalverteilung | 271 |
| 6 | Schätzen | 273 |
| 6.1 | Zufallsstichproben und Zufallszahlen | 273 |
| 6.1.1 | Spezielle Stichprobenverfahren | 276 |
| 6.1.1.1 | Schlusszifferauswahl | 277 |
| 6.1.1.2 | Geburtstagsverfahren | 278 |
| 6.2 | Das Schätzen von Parametern | 278 |
| 6.2.1 | Vorbemerkungen | 278 |
| 6.2.1.1 | Der Schluss von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit | 278 |
| 6.2.1.2 | Punktschätzung und Intervallschätzung | 279 |
| 6.2.1.3 | Schätzwert und Schätzfunktion | 279 |
| 6.2.2 | Wünschenswerte Eigenschaften von Schätzfunktionen | 280 |
| 6.2.2.1 | S^2 ist eine unverzerrte Schätzfunktion, nicht aber S | 281 |
| 6.2.3 | Gesetz der großen Zahlen | 282 |
| 6.2.4 | Der mittlere quadratische Fehler | 282 |
| 6.3 | Schätzverfahren für Maßzahlen einer Verteilung | 283 |
| 6.3.1 | Momentenmethode | 283 |
| 6.3.2 | Schätzung nach der größten Erwartung (MLE) | 284 |
| 6.3.2.1 | ML-Schätzer zur Binomialverteilung | 286 |
| 6.3.2.2 | ML-Schätzer zur Negativen Binomialverteilung | 287 |
| 6.3.2.3 | ML-Schätzer zur Poisson-Verteilung | 289 |
| 6.3.2.4 | ML-Schätzer zur Normalverteilung | 289 |
| 6.3.3 | Kleinster Fehler (OLS) | 290 |
| 6.4 | Konfidenzintervalle | 291 |
| 6.5 | Konfidenzintervall für einen Anteilswert aus einer dichotomen Grundgesamtheit | 293 |
| 6.5.1 | Approximation durch die Normalverteilung | 295 |
| 6.5.2 | Sonderfälle mit $\hat{p} = 0$ bzw. $\hat{p} = 1$ | 299 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 6.5.3 | Schnellschätzung der Vertrauensgrenzen anhand einer beobachteten relativen Häufigkeit nach Clopper und Pearson | 301 |
| 6.5.4 | Konfidenzintervall für die Differenz zweier Anteile $\pi_1 - \pi_2$ | 301 |
| 6.5.5 | Konfidenzintervall für das Verhältnis zweier Anteile π_1/π_2 | 304 |
| 6.5.6 | Konfidenzintervalle für standardisierte Raten in der Medizin | 306 |
| 6.5.7 | Schätzung des Mindestumfangs einer Stichprobe bei ausgezählten Werten | 308 |
| 6.6 | Konfidenzintervalle für μ bei Normalverteilung | 309 |
| 6.6.1 | Vertrauenswahrscheinlichkeit und Irrtumswahrscheinlichkeit | 309 |
| 6.6.2 | Konfidenzintervall für den Erwartungswert μ | 311 |
| 6.6.3 | Konfidenzintervall für die Differenz $\mu_1 - \mu_2$ | 313 |
| 6.6.4 | Konfidenzintervall für den Erwartungswert μ_d aus Paardifferenzen | 315 |
| 6.6.5 | Konfidenzintervall für das Verhältnis μ_1/μ_2 | 315 |
| 6.6.5.1 | Die Schätzung von Verhältniszahlen | 316 |
| 6.6.6 | Mindestzahl von Beobachtungen zur Schätzung eines Mittelwertes | 317 |
| 6.6.7 | Konfidenzintervall für den Erwartungswert einer Lognormalverteilung | 317 |
| 6.7 | Konfidenzintervall für die mittlere absolute Abweichung | 319 |
| 6.8 | Konfidenzintervall für den Median | 320 |
| 6.8.1 | Verteilungsunabhängige Konfidenzintervalle für beliebige Quantile | 324 |
| 6.9 | Konfidenzintervalle nach dem Bootstrap-Verfahren | 325 |
| 6.10 | Konfidenzintervall für σ^2 bzw. σ | 328 |
| 6.10.1 | Konfidenzintervall für den Quotienten zweier Varianzen σ_1^2/σ_2^2 | 329 |
| 6.10.2 | Mindestzahl von Beobachtungen zur Schätzung einer Standardabweichung | 330 |
| 6.11 | Konfidenzintervall für den Erwartungswert λ einer Poisson-Verteilung | 331 |
| 6.12 | Weibull-Verteilung | 333 |
| 6.12.1 | Bestimmung der Parameter | 333 |
| 6.12.2 | Konfidenzintervall für die Weibull-Gerade | 335 |
| 6.13 | Konfidenzintervalle für die Parameter einer linearen Regression | 336 |
| 6.13.1 | Die Schätzung einiger Standardabweichungen | 337 |
| 6.13.2 | Konfidenzintervalle für den Regressionskoeffizienten, für den Achsenabschnitt und für die Restvarianz | 342 |
| 6.13.3 | Konfidenzintervalle und Prädiktionsintervalle für die Regressionsgerade | 342 |
| 6.13.4 | Inverse Prädiktion aus einer linearen Regression | 346 |
| 6.13.5 | Konfidenzintervall für den Korrelationskoeffizienten ρ | 347 |
| 6.14 | Übereinstimmung und Präzision von Messwerten | 349 |
| 6.14.1 | Übereinstimmung von Messwertreihen nach Bland-Altman | 349 |
| 6.14.2 | Vergleich der Präzision zweier Messinstrumente oder zweier Messmethoden | 351 |
| 6.15 | Toleranzgrenzen | 352 |
| 6.15.1 | Verteilungsunabhängige Toleranzgrenzen | 354 |
| 6.16 | Voraussageintervalle (Prädiktionsintervalle) | 355 |
| 6.16.1 | Voraussageintervalle für den Mittelwert von m künftigen Beobachtungen | 356 |
| 6.16.2 | Voraussageintervalle für alle künftigen Beobachtungen | 357 |
| 6.16.3 | Voraussageintervalle für die Standardabweichung von m künftigen Beobachtungen | 358 |
| 7 | Hypothesentest | 359 |
| 7.1 | Der statistische Test | 359 |
| 7.1.1 | Entscheidungsprinzipien | 360 |
| 7.1.2 | Statistische Hypothesen und Testentscheidungen | 361 |
| 7.1.3 | Wie oft wird eine wahre Nullhypothese abgelehnt? | 364 |
| 7.1.4 | Statistischer Test - Schritt für Schritt | 365 |
| 7.1.4.1 | Der Likelihood-Quotient; das Neyman-Pearson Lemma | 368 |

| | | |
|---------|--|-----|
| 7.1.5 | Powerfunktion und Operationscharakteristik | 369 |
| 7.1.6 | Die Operationscharakteristik | 374 |
| 7.1.6.1 | Die OC-Kurve in der Qualitätskontrolle | 375 |
| 7.1.7 | Die Formulierung von Hypothesen | 376 |
| 7.1.7.1 | Alternativhypothese als Gegensatz zur Nullhypothese | 376 |
| 7.1.7.2 | Durch Daten angeregte Hypothesen | 377 |
| 7.1.8 | Der P-Wert nach R.A. Fisher | 378 |
| 7.1.9 | Äquivalenztests | 379 |
| 7.1.10 | Verteilungsunabhängige Verfahren | 380 |
| 7.2 | Tests der Verteilung (goodness of fit) | 382 |
| 7.2.1 | Der Quotient R/s | 382 |
| 7.2.2 | Überprüfung des 3. und 4. Momentes | 383 |
| 7.2.3 | Das Wahrscheinlichkeitsnetz, QQ-Plot | 386 |
| 7.2.4 | Box-Cox-Transformation | 389 |
| 7.2.5 | Der Chiquadrat-Anpassungstest | 390 |
| 7.2.6 | Kolmogoroff-Smirnoff-Anpassungstest | 394 |
| 7.2.6.1 | Anpassung an eine Poisson-Verteilung | 397 |
| 7.2.7 | Shapiro-Wilk Test | 397 |
| 7.2.8 | Anderson-Darling Test | 399 |
| 7.2.9 | Ausreißerproblem | 400 |
| 7.2.9.1 | Grubbs-Test für Ausreißer | 402 |
| 7.2.9.2 | Q-Test nach Dixon für $3 \leq n \leq 8$ | 403 |
| 7.2.9.3 | Standardisierte Extremabweichungen | 403 |
| 7.3 | Einstichprobenverfahren | 404 |
| 7.3.1 | Hypothesen zu Wahrscheinlichkeiten | 405 |
| 7.3.1.1 | Binomialtest | 405 |
| 7.3.1.2 | Binomialtest - Approximation durch die Normalverteilung | 406 |
| 7.3.1.3 | Binomialtest - Fallzahlabstschätzung | 408 |
| 7.3.1.4 | Binomialtest: Likelihood-Quotienten-Test | 409 |
| 7.3.2 | Hypothesen zu Erwartungswerten, die sich auf einen empirischen Mittelwert beziehen | 410 |
| 7.3.2.1 | Einstichproben-t-Test | 410 |
| 7.3.2.2 | Einstichprobentest auf Äquivalenz | 413 |
| 7.3.2.3 | Fallzahlabstschätzung zum Einstichproben-t-Test | 414 |
| 7.3.3 | Einstichproben-Median-Test | 416 |
| 7.3.4 | Vergleich einer empirischen Varianz mit ihrem Parameter | 417 |
| 7.3.5 | Asymptotischer Test für den Variationskoeffizienten | 418 |
| 7.3.6 | Prüfung der Zufällsmäßigkeit einer Folge von Alternativdaten oder von Messwerten | 419 |
| 7.3.6.1 | Die sukzessive Differenzenstreuung | 419 |
| 7.3.6.2 | Der Iterationstest für die Prüfung, ob eine Folge von Alternativdaten oder von Messwerten zufallsgemäß ist | 421 |
| 7.3.6.3 | Phasenhäufigkeitstest von Wallis und Moore | 422 |
| 7.3.6.4 | Der Vorzeichen-Trendtest von Cox und Stuart | 424 |
| 7.3.6.5 | Variabilität der zentralen Tendenz | 425 |
| 7.3.7 | Prüfung der Erwartungswerte von Poisson-Verteilungen | 425 |
| 7.4 | Zweistichprobenverfahren | 427 |
| 7.4.1 | Vergleich zweier Varianzen (F-Test) | 427 |
| 7.4.1.1 | Varianzvergleich bei kleinem bis mittlerem Stichprobenumfang | 427 |
| 7.4.1.2 | Varianzvergleich bei mittlerem bis großem Stichprobenumfang | 429 |

| | | |
|----------|---|-----|
| 7.4.1.3 | Varianzvergleich bei großem bis sehr großem Stichprobenumfang ($n_1, n_2 \gtrsim 100$) | 430 |
| 7.4.1.4 | Minimale Stichprobenumfänge für den F-Test | 430 |
| 7.4.1.5 | Vergleich der Streuung zweier kleiner Stichproben nach Pillai und Buenaventura | 430 |
| 7.4.2 | Rangdispersionstest von Siegel und Tukey | 431 |
| 7.4.3 | Ansari-Bradley-Test | 435 |
| 7.4.4 | t-Test für unabhängige Stichproben | 437 |
| 7.4.4.1 | Unbekannte aber gleiche Varianzen | 437 |
| 7.4.4.2 | t-Test bei unbekanntem Varianzen, die möglicherweise ungleich sind | 441 |
| 7.4.4.3 | Fallzahlabeschätzung für den t-Test für zwei unabhängige Stichproben | 444 |
| 7.4.5 | t-Test für Paardifferenzen | 446 |
| 7.4.5.1 | Gepaarte Beobachtungen | 446 |
| 7.4.5.2 | t-Test für paarweise angeordnete Messwerte | 449 |
| 7.4.5.3 | Prüfung der Gleichheit zweier Varianzen paariger Stichproben | 450 |
| 7.4.6 | Wilcoxon Rangsummentest für zwei unabhängige Stichproben (U-Test) | 451 |
| 7.4.6.1 | Der U-Test bei Rangaufteilung | 458 |
| 7.4.6.2 | Effektstärke im Vergleich unabhängiger Stichproben | 460 |
| 7.4.6.3 | Fallzahlabeschätzung für den U-Test | 463 |
| 7.4.7 | Wilcoxon-Paardifferenzentest | 464 |
| 7.4.7.1 | Konfidenzintervall für den Median $\tilde{\mu}_d$ der Paardifferenzen | 468 |
| 7.4.7.2 | Der Maximum-Test für Paardifferenzen | 469 |
| 7.4.7.3 | Der Vorzeichentest von Dixon und Mood | 469 |
| 7.4.7.4 | Stichprobenumfang für den Vorzeichentest / Wilcoxon-Test für Paardifferenzen | 470 |
| 7.4.8 | Vergleich zweier unabhängiger Stichproben nach Kolmogoroff und Smirnow | 472 |
| 7.4.9 | Cramér-von Mises Test | 474 |
| 7.4.10 | Einige weitere verteilungsunabhängige Verfahren für den Vergleich unabhängiger Stichproben | 476 |
| 7.4.10.1 | Rosenbaumsche Schnelltests | 476 |
| 7.4.10.2 | Permutationstest, Randomisierungstest | 477 |
| 7.4.10.3 | Der Vergleich zweier unabhängiger Stichproben: Schnelltest nach Tukey | 479 |
| 7.4.10.4 | Der Median Test | 480 |
| 7.4.11 | Zweistichprobentest auf Äquivalenz | 481 |
| 7.4.11.1 | Test auf Bioäquivalenz | 482 |
| 7.5 | Mehrstichprobenverfahren, varianzanalytische Methoden | 484 |
| 7.5.1 | Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen | 485 |
| 7.5.1.1 | Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen nach Hartley | 485 |
| 7.5.1.2 | Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen nach Cochran | 486 |
| 7.5.1.3 | Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen nach Bartlett | 487 |
| 7.5.1.4 | Robuster Test auf Varianzheterogenität nach Levene in der Brown-Forsythe-Version | 489 |
| 7.5.2 | Einfache Varianzanalyse | 490 |
| 7.5.2.1 | Stichprobenumfänge für den varianzanalytischen Mittelwertvergleich von maximal sechs Stichprobengruppen | 494 |
| 7.5.3 | Mehrfacher Hypothesentest | 494 |
| 7.5.3.1 | Multiples Testproblem | 494 |

| | | |
|----------|---|-----|
| 7.5.3.2 | Adjustierung von P-Werten | 497 |
| 7.5.4 | Multiple paarweise Vergleiche und weitere Mittelwertverfahren | 501 |
| 7.5.4.1 | Beurteilung linearer Kontraste nach Scheffé | 501 |
| 7.5.4.2 | Bildung homogener Gruppen von Mittelwerten anhand des nach Hayter modifizierten LSD-Tests, eines Lücken-Tests für geordnete μ_i | 504 |
| 7.5.4.3 | Bereichsschätzung für μ_{max} und Auswahl der „besten“ \bar{x}_i | 505 |
| 7.5.4.4 | Multiple Vergleiche nach Tukey-Kramer | 506 |
| 7.5.4.5 | Multiple Vergleiche nach Games-Howell | 509 |
| 7.5.4.6 | Multiple Vergleiche nach Dunnett | 509 |
| 7.5.4.7 | Multipler Vergleich von Mittelwerten mit dem Gesamtmittel (Maximum-Modulus-Ansatz) | 512 |
| 7.5.5 | H-Test von Kruskal und Wallis | 514 |
| 7.5.5.1 | Multiple paarweise Vergleiche mittlerer Ränge | 516 |
| 7.5.5.2 | Multiple Vergleiche unabhängiger Stichproben nach Nemenyi | 521 |
| 7.5.5.3 | H-Test-Variante: Vergleich eines Standards mit mehreren Behandlungen | 524 |
| 7.5.5.4 | Trendtest nach Jonckheere: Vergleich mehrerer geordneter Verteilungsfunktionen oder Mediane | 525 |
| 7.5.6 | Varianzanalyse für Messwiederholungen (Blockvarianzanalyse) | 527 |
| 7.5.7 | Friedman-Test | 528 |
| 7.5.7.1 | Multiple paarweise Vergleiche nach Wilcoxon und Wilcox | 534 |
| 7.5.7.2 | Page-Test für geordnete Alternativen, die auf Friedman-Rangsummen basieren | 536 |
| 7.5.8 | Zweifache Varianzanalyse | 538 |
| 7.5.9 | Analyse von wiederholten Messungen | 543 |
| 7.5.9.1 | Typisierung wiederholter Messungen | 543 |
| 7.5.9.2 | ANOVA für wiederholte Messungen (gemischte Modelle) | 546 |
| 7.5.10 | Prinzipien der Versuchsplanung | 547 |
| 7.6 | Die Analyse von Häufigkeiten | 555 |
| 7.6.1 | Vergleich zweier relativer Häufigkeiten | 555 |
| 7.6.2 | Analyse von Vierfeldertafeln | 557 |
| 7.6.2.1 | Fallzahl und Power zum Vierfeldertest | 562 |
| 7.6.2.2 | Minimales n für den Vierfeldertest | 563 |
| 7.6.2.3 | Vorsicht vor Trugschlüssen beim Vierfeldertest | 564 |
| 7.6.3 | Spezielle Risiko- und Effektmaße | 565 |
| 7.6.3.1 | Odds Ratio und relatives Risiko | 565 |
| 7.6.3.2 | Der expositionsbedingte Anteil Erkrankter: Population Attributable Risk | 572 |
| 7.6.3.3 | Number Needed to Treat (NNT) | 574 |
| 7.6.4 | Exakter Fisher-Test | 575 |
| 7.6.5 | Äquivalenz zweier Binomialwahrscheinlichkeiten | 578 |
| 7.6.6 | Der von McNemar modifizierte Vorzeichenstest | 581 |
| 7.6.7 | Test nach Mantel-Haenszel | 586 |
| 7.6.7.1 | Die Kombination von Vierfeldertafeln | 588 |
| 7.6.8 | Der $k \cdot 2$ -Felder- χ^2 -Test nach Brandt und Snedecor | 590 |
| 7.6.8.1 | Homogenitätstest nach Ryan (Lückentest) | 597 |
| 7.6.9 | Cochran-Armitage Test auf linearen Trend | 598 |
| 7.6.10 | Die Analyse von Kontingenztafeln des Typs $r \cdot c$ | 602 |
| 7.6.10.1 | Kontingenzkoeffizient - Stärke des Zusammenhangs | 610 |
| 7.6.10.2 | Lokalisation der stochastischen Abhängigkeit nach Hommel | 612 |

| | | | |
|----------|----------|--|-----|
| | 7.6.10.3 | Simultane Paarvergleiche nach Royen | 613 |
| | 7.6.10.4 | Prüfung auf Trend: Der Anteil der linearen Regression an der Gesamtvariation | 616 |
| | 7.6.11 | Bowker-Test auf Symmetrie in quadratischen Mehrfeldertafeln | 620 |
| | 7.6.12 | Q -Test nach Cochran | 622 |
| | 7.6.12.1 | Simultane Konfidenzintervalle für paarweise Differenzen von Erfolgsanteilen | 624 |
| | 7.6.13 | Cohen's Kappa-Koeffizient κ | 625 |
| | 7.6.13.1 | Das gewichtete κ (Kappa) | 627 |
| | 7.6.13.2 | Das κ für mehrfache Beurteilungen (Multi-Rater) | 629 |
| 7.7 | | Hypothesentests zur Korrelation und Regression | 631 |
| | 7.7.1 | Prüfung des Vorhandenseins einer Korrelation | 631 |
| | 7.7.2 | z -Transformation nach R.A. Fisher | 636 |
| | 7.7.3 | Weitere Anwendungen der z -Transformation | 637 |
| | 7.7.4 | Der Vergleich mehrerer Korrelationskoeffizienten | 639 |
| | 7.7.5 | Prüfung der Linearität einer Regression | 640 |
| | 7.7.6 | Prüfung der Regressionsparameter | 641 |
| | 7.7.7 | Prüfung des Rang-Korrelationskoeffizienten ρ_S | 645 |
| 8 | | Statistische Modellbildung | 648 |
| 8.1 | | Einführung | 648 |
| 8.2 | | Lineare Regressionsmodelle | 650 |
| | 8.2.1 | Die einfache lineare Regression | 650 |
| | 8.2.2 | Multiple lineare Regression | 654 |
| | 8.2.3 | Überwindung von Multikollinearität in Regressionsmodellen | 659 |
| | 8.2.4 | Hypothesentest und Konfidenzintervalle zum linearen Modell | 660 |
| | 8.2.5 | Verfahren der Variablenauswahl | 662 |
| | 8.2.6 | Nominalskalierte Einflussgrößen | 665 |
| 8.3 | | Varianzanalyse im linearen Modell | 666 |
| | 8.3.1 | Einfaktorielle Varianzanalyse | 666 |
| | 8.3.1.1 | Erwartungswert-Parametrisierung | 667 |
| | 8.3.1.2 | Effekt-Parametrisierung: Dummy-Codierung | 668 |
| | 8.3.1.3 | Effekt-Parametrisierung: Effekt-Codierung | 668 |
| | 8.3.1.4 | Varianzkomponenten - ANOVA | 669 |
| | 8.3.2 | Zweifaktorielle Varianzanalyse | 671 |
| 8.4 | | Logistische Regression | 674 |
| | 8.4.1 | Hypothesentest im logistischen Regressionsmodell | 678 |
| | 8.4.2 | Multiple logistische Regression | 680 |
| | 8.4.3 | Interpretation der Regressionskoeffizienten | 683 |
| | 8.4.4 | Variablenauswahl im Rahmen der Modellbildung | 684 |
| | 8.4.5 | Residuenanalyse | 686 |
| | 8.4.6 | Pseudo-Bestimmtheitsmaße (Pseudo- R^2) | 687 |
| 8.5 | | Poisson-Regression und Log-lineare Modelle | 688 |
| | 8.5.1 | Poisson-Regression | 688 |
| | 8.5.1.1 | Dispersionsindex und Poisson-Regression | 691 |
| | 8.5.2 | Analyse von Kontingenztafeln | 691 |
| | 8.5.3 | Log-lineares Modell am Beispiel von 2 Faktoren | 695 |
| | 8.5.4 | Dreidimensionale Kontingenztafeln | 697 |
| | 8.5.4.1 | Modellbildung unter verschiedenen Restriktionen | 697 |
| | 8.5.4.2 | Modellauswahl im log-linearen Ansatz | 698 |
| | 8.5.4.3 | Einschränkungen und Hinweise zum log-linearen Modell | 701 |
| 8.6 | | Analyse von Überlebenszeiten | 702 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 8.6.1 | Kaplan-Meier Schätzung der Überlebensfunktion | 705 |
| 8.6.2 | Der Logrank-Test | 709 |
| 8.6.3 | Parametrische Modelle für Überlebenszeiten | 711 |
| 8.6.4 | Das Cox-Regressionsmodell | 714 |
| 8.6.4.1 | Regressionsmodelle zu Überlebenszeiten | 714 |
| 8.6.4.2 | Das Proportional-Hazards Modell von Cox | 715 |
| 8.6.4.3 | Schätzen der Parameter im PH-Modell | 716 |
| 8.6.4.4 | Interpretation der Parameter | 718 |
| 8.6.4.5 | Modellbildung; zur Auswahl geeigneter Einflussgrößen | 720 |
| 8.6.4.6 | Güte der Modellanpassung, Residualanalyse | 722 |
| 9 | Einführung in R | 726 |
| 9.1 | Das Konsolfenster | 726 |
| 9.2 | Hilfestellung in R | 729 |
| 9.3 | Objekte in R | 730 |
| 9.3.1 | Vektoren | 730 |
| 9.3.2 | Erzeugen von Vektoren und Dateneingabe | 732 |
| 9.3.3 | Faktoren in R, Klassenbildung | 733 |
| 9.3.4 | Erzeugen von Matrizen | 733 |
| 9.3.5 | Tabellen: Daten in Rahmen (data.frame) | 734 |
| 9.4 | Fehlende Angaben | 735 |
| 9.5 | Auswahl und Sortierung von Daten | 736 |
| 9.6 | Ablaufsteuerung: logische Bedingungen und Funktionen in R | 738 |
| 9.7 | Einige mathematische und statistische Funktionen | 740 |
| 9.7.1 | Formulierung von Modellgleichungen | 741 |
| 9.8 | Einfache graphische Funktionen und Hilfsmittel | 742 |
| 10 | Übungsaufgaben zu ausgewählten Themen | 747 |
| | Lösungen der Übungsaufgaben | 754 |
| | Literaturverzeichnis | 765 |
| | Namensverzeichnis | 782 |
| | Sachverzeichnis | 787 |