

# Vorwort

Bauwerke zählen zu den ältesten menschlichen Erzeugnissen. Man schätzt, dass Menschen seit mindestens 20.000 Jahren Bauwerke errichten. Heute ist das Bauwesen eine wichtige Säule der modernen Industriegesellschaft. Im Jahre 2006 wurden in Europa 1,2 Billionen Euro in Bauwerke investiert. Das Bauwesen besitzt damit einen Anteil von ca. 10 % am Europäischen Bruttoinlandsprodukt.

Ein Großteil dieser Investitionen im Bauwesen fließt in Tragwerke aus Stahlbeton, dem heute bedeutendsten Baustoff. Weltweit werden jährlich 1,5 Milliarden Tonnen Zement und ca. 1,2 Milliarden Tonnen Stahl hergestellt. Während der Stahl in verschiedenen Bereichen eingesetzt wird, ist das Anwendungsgebiet für den Zement nahezu ausschließlich die Betonherstellung. Die Schätzungen für das weltweite Betonvolumen reichen bis zu sieben Milliarden Kubikmetern pro Jahr.

Gerade in Verbindung mit Baustahl weist der Stahlbeton eine Vielzahl verschiedener Vorteile auf: Beton ist frei formbar, dauerhaft, einfach zu errichten und preiswert. Dem stehen natürlich auch Nachteile gegenüber. So ist die Dauerhaftigkeit von Stahlbeton nicht unbegrenzt. Auch die farbliche Gestaltung von Beton wird häufig als unschön empfunden. Und die Herstellung von Zement ist ein wesentlicher CO<sub>2</sub>-Produzent.

Doch eine objektive Bewertung der Vor- und Nachteile zeigt, dass der Verbundbaustoff Stahlbeton ein außerordentlich leistungsfähiges Baumaterial ist. Um Konstruktionen aus diesem Material sachgemäß entwerfen und betreiben zu können, ist es wichtig, das Tragverhalten und die Besonderheiten dieses Werkstoffes zu kennen und zu verstehen.

In diesem Buch werden deshalb nicht nur die in der DIN 1045-1 vorgeschriebenen Bemessungsregeln vorgestellt, sondern auch die Grundlagen des Zusammenwirkens von Stahl und Beton in verständlicher Art und Weise erklärt. Darauf wurde beim Entwurf dieses Buches besonders Wert

gelegt, denn die Planung und Berechnung des Verbundwerkstoffes Stahlbeton wird von vielen Studenten häufig als kompliziert und teilweise unverständlich angesehen. Nur allzu oft ist man verwundert, wenn nach einer sehr umfangreichen Berechnung aus konstruktiven Gründen noch einmal ein erheblicher zusätzlicher Bewehrungsanteil in ein Stahlbetonbauteil eingelegt werden muss.

Dieses Buch entstand zunächst als Skript zur Vorlesungsreihe „Grundlagen des Stahlbetonbaus“ für die Studenten der Wasserwirtschaft an der Technischen Universität Dresden. Die Studenten dieser Fachrichtung erhalten in nur einem Semester eine umfangreiche Einführung in das Fach „Stahlbetonbau“. Der große Erfolg dieses Skriptes nicht nur bei den Studenten der Wasserwirtschaft, sondern auch bei den Bauingenieurstudenten ermutigte uns, dieses Skript als Buch zu veröffentlichen.

Das Buch beinhaltet zunächst drei einführende Kapitel, die zum grundlegenden Verständnis notwendig sind. Diese drei Kapitel sind „Ermittlung von Schnittgrößen“, „Baustoffe“ und „Sicherheitskonzept“. Während das erste Kapitel einige Grundlagen der Statik und Festigkeitslehre vermittelt, werden im zweiten Kapitel wichtige Erläuterungen zum Baustoffverhalten gegeben, die für die spätere Bemessung unabdingbar sind. Im dritten Kapitel wird auf das aktuelle Sicherheitskonzept eingegangen. Das ist insbesondere für das Verständnis der aktuellen Norm von Bedeutung.

Anschließend folgen die Kapitel „Biegebemessung“, „Querkraftbemessung“ und „Zugkraftdeckung“. Diese drei Kapitel legen die Grundlage für die Bemessung biegebeanspruchter Stahlbetonbauteile. Auch wenn die Kapitel nacheinander angeordnet sind, so gibt es doch zahlreiche Querverweise. Beispielsweise baut die „Zugkraftdeckung“, die eigentlich eine über die Längsachse kontinuierliche Biegebemessung ist, auf Ergebnissen der Querkraftbemessung auf.

Daran anschließend finden sich die Kapitel „Verankerung von Bewehrung“ und „Gebrauchstauglichkeit“. Während das Kapitel „Verankerung von Bewehrung“ im Wesentlichen konstruktive Regeln beinhaltet, werden beim Kapitel „Gebrauchstauglichkeit“ zahlreiche bedeutende Zusammenhänge für die Nutzungsfähigkeit des Stahlbetons vermittelt. Die häufigsten Probleme bei Stahlbetonbauwerken sind Probleme der „Gebrauchstauglichkeit“.

Die bisher genannten Kapitel waren überwiegend an Biegebauteilen ausgerichtet. Das folgende Kapitel behandelt die „Bemessung von Druckgliedern“. Dabei gibt es eine Vielzahl besonderer Aspekte, die bei biegebeanspruchten Bauteilen entweder nicht auftreten oder von untergeordneter Bedeutung sind. Den Abschluss bildet das Kapitel „Fundament“.

Am Ende der jeweiligen Kapitel werden Beispiele vorgestellt, denn die Erfahrung hat gezeigt, dass das Verständnis der vielen Formeln am ehesten

durch Übung entsteht. Der Anhang stellt die notwendigen Hilfsmittel für einfache Bemessungsfälle bereit.

Wir hoffen, dass die Mischung aus theoretischen Erläuterungen und Übungsbeispielen, aber auch die hohe Informationsdichte allen Studierenden und anderen Lernenden einen schnellen Lernerfolg ermöglicht und trotz aller studentischen Vorurteile gegenüber dem Fach „Stahlbeton“ Interesse am Material entfacht.

## 6 Zugkraftdeckung

### 6.1 Einleitung und Durchführung

Bisher wurde die erforderliche Biegezugbewehrung im Bereich der maximalen Momente ermittelt. Aber genau wie die Querkraftbewehrung, die abschnittsweise abgestuft werden darf, kann auch die Menge der Biegezugbewehrung in Bereichen mit niedrigerer Beanspruchung reduziert werden. Unter Zugkraftdeckung versteht man die Ermittlung der statisch notwendigen Menge der Biegezugbewehrung, bezogen auf die Längsachse des Biegebauteils.

Woher der Begriff Zugkraftdeckung kommt und warum der Nachweis der Zugkraftdeckung als Abschluss der Biegebewehrungsermittlung im Rechengang erst nach der Ermittlung der Querkraftbewehrung stattfindet, wird im Folgenden erläutert.

Bei der Zugkraftdeckung wird aus der Momentengrenzlinie die Zugkraftlinie und daraus die Zugkraftdeckungslinie in Abhängigkeit von der vorhandenen Bewehrung abgeleitet.

Die Arbeitsschritte können grafisch oder rechnerisch durchgeführt werden und werden im Folgenden aufgelistet.

1. Erstellen der Momentengrenzlinie über die Trägerlänge. Dies wird normalerweise bereits bei der Ermittlung der maßgebenden Schnittgrößen getan. Das Ergebnis ist i. A. ein Längen-Momenten-Diagramm, wie es in Abb. 63 zu sehen ist. Die Bewehrungsmenge  $A_s$  wurde für das maximale Feldmoment bzw. das minimale Stützenmoment in der Biegebemessung ermittelt. Jetzt ist die Bewehrungsmenge  $A_s$  in den Bereichen des Trägers gesucht, in denen die Beanspruchung geringer als bei  $\max M_{Feld}$  oder  $\min M_{Stütze}$  ist.

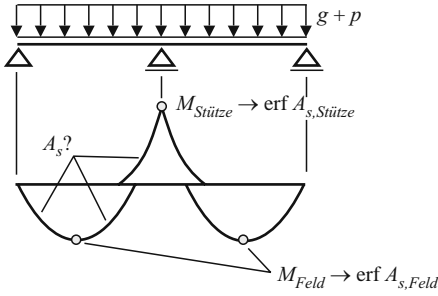


Abb. 63. Momentengrenzlinie laut Schnittgrößenermittlung

2. Erstellen der Zugkraftlinie. Das Moment  $M$  kann über den Hebelarm der inneren Kräfte  $z$  in eine zugehörige Stahlzugkraft  $Z_s$  umgerechnet werden, Gl. (6.1). Der Hebelarm der inneren Kräfte wurde bei der Biegebemessung für die jeweils maßgebenden Momente ermittelt.

$$Z_s = \frac{M_{Ed}}{z} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \cdot d} \tag{6.1}$$

Die Umrechnung vom Momentenbild in ein Zugkraftbild erzeugt kein wirklich neues Diagramm. Die Zugkraftlinie entspricht in ihrem Verlauf der Momentenlinie, da Zugkraft und Moment direkt proportional zueinander sind. Im Diagramm ändert sich lediglich die Einheit der y-Achse, siehe Abb. 64.

3. Berechnung der infolge  $Z_s$  erforderlichen Bewehrungsmenge. Im dritten Schritt berechnet man aus der Zugkraft eine erforderliche Bewehrungs-

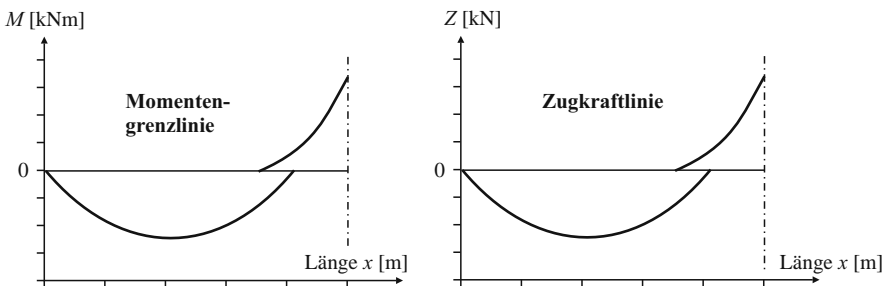


Abb. 64. Momentengrenzlinie und Zugkraftlinie für das linke Feld des zuvor dargestellten Zweifeldträgers

menge, Gl. (6.2), die dann mit der vorhandenen Bewehrungsmenge verglichen werden kann.

$$\text{erf } A_s = \frac{\text{vorh } Z_s}{f_{yd}} \quad (6.2)$$

Die Linie der erforderlichen Stahlmenge hat ebenfalls die gleiche Gestalt wie die Momenten- und die Zugkraftlinie, da auch  $A_s$  linear abhängig von der abzudeckenden Zugkraft und somit vom Biegemoment ist.

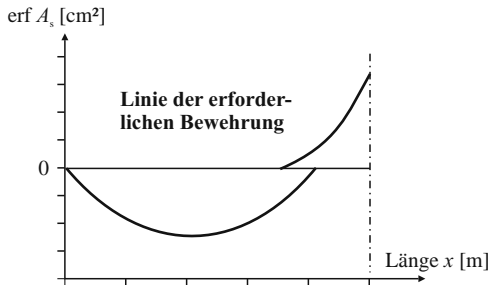


Abb. 65. Linie der erforderlichen Bewehrungsmenge für das linke Feld des Zweifeldträgers

4. Zugkraftlinie einer abgestuften Bewehrung. Die bisher berechneten und dargestellten Größen hatten immer einen Bezug zu erforderlichen Werten. Aus dem vorhandenen Biegemoment wurde die erforderliche Stahlfläche über die Trägerlänge berechnet, die mindestens eingelegt werden muss, um das maximale Biegemoment abzudecken. Eine vorhandene Bewehrung kann nun ohne große Probleme ebenfalls in das Diagramm eingetragen werden, Abb. 66. Visuell wird damit sofort deutlich, ob die vorhandenen Werte den Erfordernisse entsprechen. An den Schnittpunkten zwischen

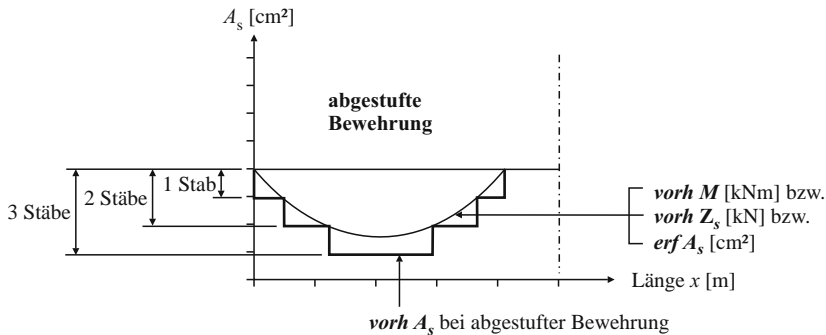


Abb. 66. Prinzipskizze der abgestuften Bewehrung

den Linien für die vorhandene Bewehrung und für die erforderliche Bewehrung könnte die Biegezugbewehrung abgestuft werden.

5. Versetzen der Zugkraftlinie, Zugkraftdeckungslinie und Wahl der Bewehrung. Die Fragen vom Anfang sind aber noch offen: Warum heißt das gesuchte Diagramm nicht Momenten- oder Biegebewehrungsdeckungsdiagramm sondern Zugkraftdeckungslinie und warum muss die Querkraftbewehrung vor der Zugkraftdeckung berechnet werden. Beide Fragen haben eine gemeinsame Lösung. Bei der Ermittlung der Querkraftbewehrung wurde das Fachwerkmodell eingeführt. Dieses Modell für den Abtrag der Schnittgröße Querkraft unterscheidet sich deutlich vom Modell für die Schnittgröße Biegemoment, bei dem lediglich die horizontalen inneren Kräfte betrachtet wurden. Da beide Schnittgrößen gleichzeitig auftreten, müssen auch beide Modelle gleichzeitig wirksam sein. Während in der Nähe des Auflagers eines gelenkig gelagerten Einfeldträgers das Moment nahezu null ist und damit aus dieser Schnittgröße keine Zugkraft resultiert, ergibt sich aus dem Fachwerkmodell für die Querkraft in diesem Auflagerbereich an der Unterseite des Biegeträgers durchaus eine horizontale Zugkraft, s. hierzu auch Abb. 50 bis Abb. 52 zu den Fachwerkmodellen.

Dieser Zugkraftanteil aus dem Fachwerkmodell muss zu dem Zugkraftanteil aus Biegung addiert werden. Das Ergebnis sind horizontal versetzte Zug- und Druckkraftlinien. Sehr anschaulich sind diese im Kapitel Querkraftbemessung in Abb. 52 dargestellt.

Auf grafischem Wege erzielt man die endgültige Zugkraftlinie also dadurch, dass die bisher betrachtete Zugkraftlinie am Maximalwert geteilt und einfach um das Versatzmaß  $a_l$  von diesem weg hin zum Auflager oder zum Momentennullpunkt verschoben wird. Das Versatzmaß ist abhängig von der Größe des inneren Hebelarms und von der Neigung der Streben im Fachwerkmodell. Es kann mit Gl. (6.3) berechnet werden.

$$a_l = \frac{z}{2} \cdot (\cot \Theta - \cot \alpha) \geq 0 \quad (6.3)$$

mit:  $\Theta$ ,  $\alpha$  entsprechend Querkraftbemessung

$z$  entsprechend Biegebemessung oder allgemein  $z = 0,9 \cdot d$

Wird bei Plattenbalken die teilweise aus dem Steg ausgelagerte Bewehrung abgestuft, ist zum Versatzmaß  $a_l$  der Abstand dieser Stäbe vom Stegtrand zu addieren.

Das Verschieben der Zugkraftlinie wird in Abb. 67 demonstriert. Am Punkt  $x$  erkennt man, dass sich die Größe der vorhandenen Zugkraft infolge der Verschiebung der aus dem Momentengleichgewicht resultierenden Zugkraftlinie erhöht hat. Damit wurde der Zugkraftanteil aus dem Querkraftmodell dem Anteil infolge des Biegemomentes hinzugerechnet.

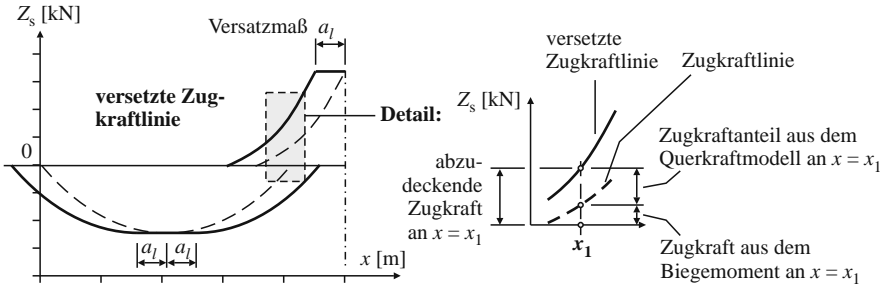


Abb. 67. Versetzen der Zugkraftlinie um das Versatzmaß  $a_l$

Wie im Kapitel Querkraft erläutert, unterscheiden sich die Fachwerkmodelle in Abhängigkeit von der Größe der Querkraft, was wiederum zu verschiedenen Beträgen der Zugkräfte in den Fachwerken führt. Um diese Unterschiede zu berücksichtigen, wird das Versatzmaß mit Hilfe des Druckstrebenwinkels  $\theta$  und des Zugstrebenwinkels  $\alpha$  berechnet. Somit hängt der Betrag der Verschiebung  $a_l$  und damit der Betrag der Erhöhung der Zugkraft direkt vom Querkraftmodell ab.

Die versetzte Zugkraftlinie muss abschließend durch Bewehrung abgedeckt werden. Da die Bewehrung aber nicht kontinuierlich an die Momentenlinie angepasst werden kann, wird die Linie der aufnehmbaren Zugkraft im Gegensatz zur Linie der aufzunehmenden Zugkraft stufenförmig verlaufen, wie schon in Abb. 66 angedeutet wurde. Die waagerechten Linien der Zugkraftdeckungsline bezeichnet man als Bewehrungshorizonte, Abb. 68. Durch das Eintragen von Bewehrungshorizonten ist der Vergleich zwischen der zwingend erforderlichen Bewehrung und der laut Biegebemessung vorgesehenen Bewehrung möglich.

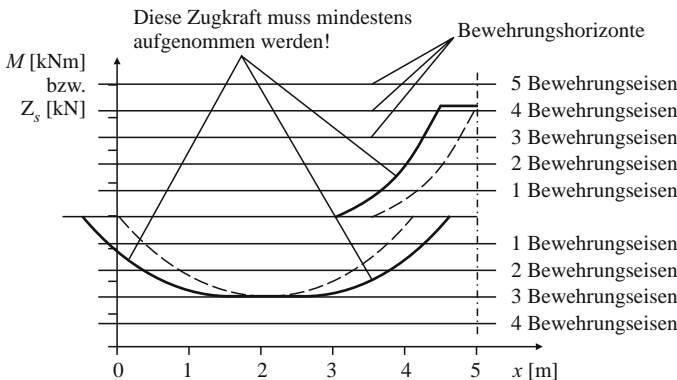


Abb. 68. Eintragen von Bewehrungshorizonten, Beispiel



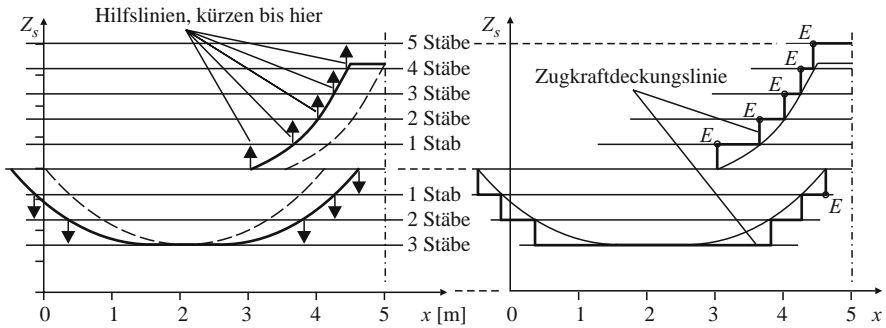


Abb. 69. Vorgehensweise bei der Ermittlung der abgestuften Bewehrung

Die Vorgehensweise beim Abstufen der Biegezugbewehrung zeigt Abb. 69. Vom Schnittpunkt der Zugkraftlinie mit dem Bewehrungshorizont wird eine Hilfslinie in Richtung des betragsmäßig größeren Bewehrungshorizontes gezeichnet (linkes Bild). Am Schnittpunkt der beiden Linien kann die höhere Lage auf eben diese Länge gekürzt werden. In DIN 1045-1 wird dieser Schnittpunkt mit  $E$  bezeichnet, was „rechnerischer Endpunkt“ der Bewehrung bedeutet. Dadurch erhält man die Grundlänge dieses Bewehrungsseisens, die erforderliche Verankerungslänge ist also noch nicht mit berücksichtigt. Kürzt man alle Bewehrungshorizonte auf das erforderliche Maß (ohne Verankerungslängen), erhält man die stufenförmige Zugkraftdeckungsline (rechts im Bild).

Die Grundlänge eines Bewehrungsseisens ist der Abstand zwischen den zwei rechnerischen Endpunkten  $E$ . Um die erforderliche Gesamtlänge des Stabes angeben zu können, muss allerdings noch die Verankerungslänge ausgerechnet und zur Grundlänge addiert werden. Die Vorgehensweise wird im Kap. 7 erläutert.

Die gewählte Bewehrungsmenge muss selbstverständlich immer größer oder gleich der statisch erforderlichen sein, d. h. die gewählten Bewehrungshorizonte müssen immer außerhalb oder dürfen höchstens identisch mit der abzudeckenden Zugkraftlinie sein. Die Staffelung der Stabdurchmesser und auch die Durchmesser selbst sind frei wählbar. Dabei sollte das Verhältnis zwischen Materialeinsparung und erhöhtem Arbeits- und Planungsaufwand beachtet werden.

Zusammenfassend sollen noch einmal alle notwendigen Arbeitsschritte aufgeführt werden:

- Momentenlinie erstellen (dabei Maßstab für die Darstellung der Momente und Längen wählen)
- Zugkraftbild aus Momentenbild ableiten (neuen Maßstab für Kräfte errechnen)

- Versatzmaß in Abhängigkeit von der Querkraftbeanspruchung ermitteln
- Zugkraftbild um den Betrag des Versatzmaßes verschieben
- Bewehrungshorizonte wählen und eintragen
- erforderliche Bewehrungslänge festlegen.

Die Zugkraftdeckung ist ein graphisches Verfahren. Die Momente, Kräfte und Längen dürfen aus dem Diagramm abgemessen werden. Es empfiehlt sich deshalb, z. B. mit Millimeterpapier zu arbeiten. Geringe Ableseungenauigkeiten oder Skizzierfehler sind akzeptabel.

Noch einige Bemerkungen zur Anwendung. Die Zugkraftdeckung kann sowohl für normalen Bewehrungsstahl als auch für Spannstahl durchgeführt werden. Die Berechnung der Zugkraftdeckung erfolgt heutzutage in der Praxis nur noch rechnergesteuert. Im Allgemeinen ist durch die Zugkraftdeckungslinie gestaffelte Bewehrung im Hochbau nicht mehr so intensiv zu finden wie noch vor einigen Jahren. Während früher die Einsparung von Stahl im Vordergrund stand, sind heute im Wesentlichen die Kosten der Ingenieurstunden und die Kosten der Stahlliste entscheidend. Außerdem ist der Verlegeaufwand bei vielen verschiedenen Bewehrungspositionen höher, da mehr Lagerplatz auf der Baustelle bereitgestellt werden muss und die Zuordnung und exakte Ausrichtung der verschiedenen Eisen länger dauert, als wenn nur eine Art Eisen eingebaut werden soll. Letztlich ist auch das Risiko von Fehlern größer, da Stähle in der falschen Lage eingebaut werden können. Trotzdem sollte man das Prinzip der Zugkraftdeckung verstehen, da es in einfacher und sehr anschaulicher Weise den prinzipiellen Zusammenhang zwischen der Beanspruchung eines Bauteils und der einzubauenden Bewehrung verdeutlicht. Sinnvolle Anwendungsgebiete sind nach wie vor zum Beispiel der Fertigteilbau und der Brückenbau.

## 6.2 Konstruktive Regeln

Es ist zu beachten, dass nicht beliebig viele Bewehrungseisen vor den Auflagerpunkten im Feld enden dürfen. Die wichtigsten Regeln für Platten und Balken sind:

Platten:

- Mindestens  $\frac{1}{2}$  der Feldebewehrung ist ins Auflager zu führen und dort zu verankern.
- Bei Platten ohne Querkraftbewehrung gilt  $a_l = 1,0 \cdot d$ .

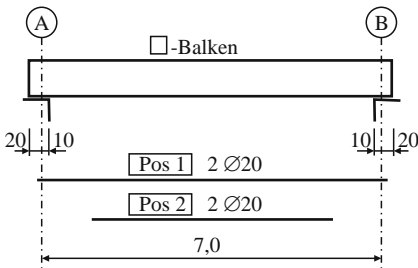
Balken:

- Mindestens  $\frac{1}{4}$  der Feldebewehrung ist ins Endauflager zu führen und dort zu verankern.

- Mindestens  $\frac{1}{4}$  der Feldbewehrung ist um  $6 \cdot d_s$  über das Zwischenauflager zu führen.
- Zur Aufnahme positiver Momente an Zwischenstützen, z. B. infolge Baugrundsetzungen, sollte die Bewehrung durchlaufen.

### 6.3 Beispiel Zugkraftdeckungslinie Einfeldträger

Ein Balken wurde für eine konstante Linienlast bemessen. Das maximale Moment von 214 kNm erfordert eine Biegezugbewehrung von vier Stäben  $\varnothing 20$ . Zwei Stäbe sollen außerhalb des Endauflagers verankert werden. Gesucht sind die Zugkraftdeckungslinie, die Stablänge der abgestuften Stäbe, die Verankerungslängen und die Gesamtlängen aller Bewehrungsseisen.



*Baustoffe:*

Beton: C 20/25 mit  $f_{cd} = \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0,85 \cdot \frac{20}{1,5} = 11,3 \text{ N/mm}^2$

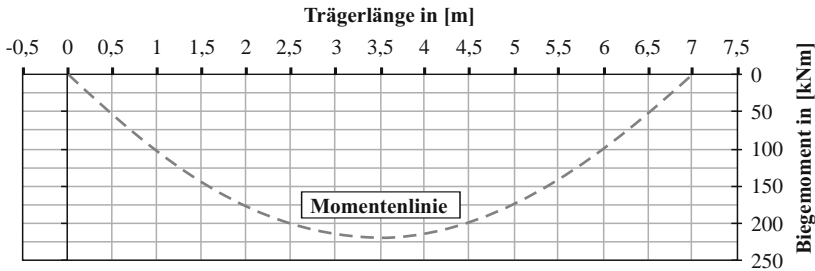
Bewehrungsstahl: BSt 500 S(A) mit  $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,8 \text{ N/mm}^2$

*weiterhin sind gegeben:*

Trägerhöhe:  $h = 55 \text{ cm}$   
 statische Nutzhöhe:  $d = 50 \text{ cm}$   
 Hebelarm der inneren Kräfte:  $z = 0,839 \cdot d = 42 \text{ cm}$   
 Querkraft am Endauflager:  $V_{Ed} = 122,5 \text{ kN}$

*Momenten- und Zugkraftlinie:*

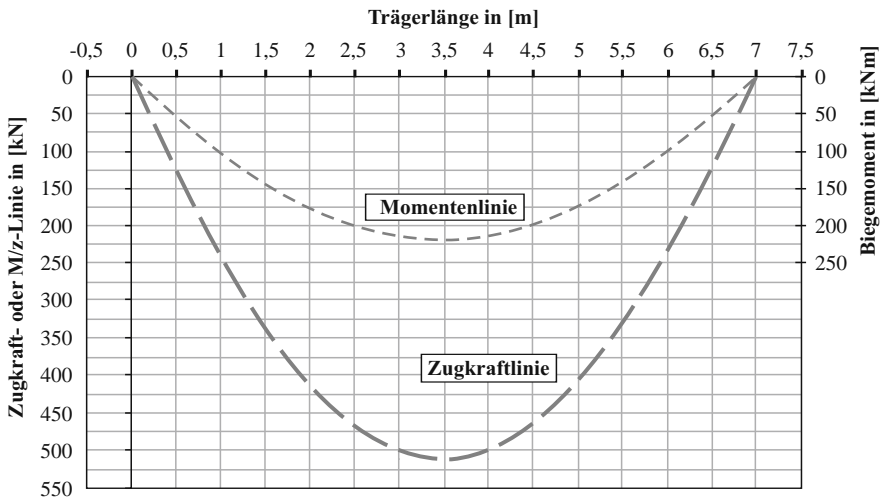
In einem Diagramm wird zuerst die parabolische Momentenlinie eingezeichnet. Die Ordinate auf der rechten Seite trägt die Einheit [kNm].



Aus der Momentenlinie wird die Zugkraftlinie entwickelt. Die maximal aufzunehmende Stahlzugkraft an der Stelle des Maximummomentes beträgt:

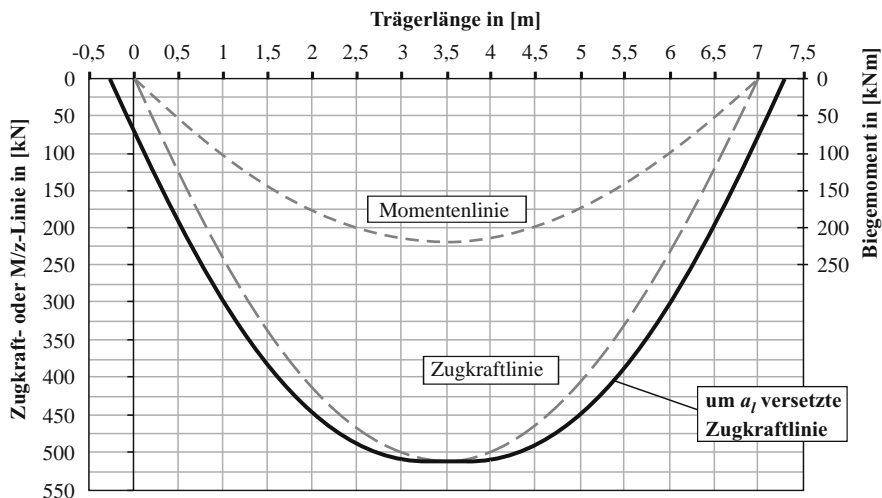
$$\max Z_{S,Ed} = \frac{\max M_{Ed}}{z} = \frac{214 \text{ kNm}}{0,839 \cdot 0,5 \text{ m}} = 510 \text{ kN}$$

Die Ordinate für die Zugkraft an der linken Seite des Diagramms trägt die Einheit [kN].



Als nächstes muss die Zugkraftlinie um das Versatzmaß  $a_l$  verschoben eingezeichnet werden.

$$a_l = \frac{z}{2} \cdot (\cot \vartheta - \cot \alpha) = \frac{0,839 \cdot 0,5 \text{ m}}{2} \cdot (1,2 - 0) = 0,252 \text{ m} > 0$$



### Zugkraftdeckungslinie:

Für die grafische Darstellung der Zugkraftdeckungslinie muss die Kraft bekannt sein, die ein Bewehrungsstab aufnehmen kann.

ein Stab  $\varnothing 20$ :  $A_s = 3,14 \text{ cm}^2$  ergibt

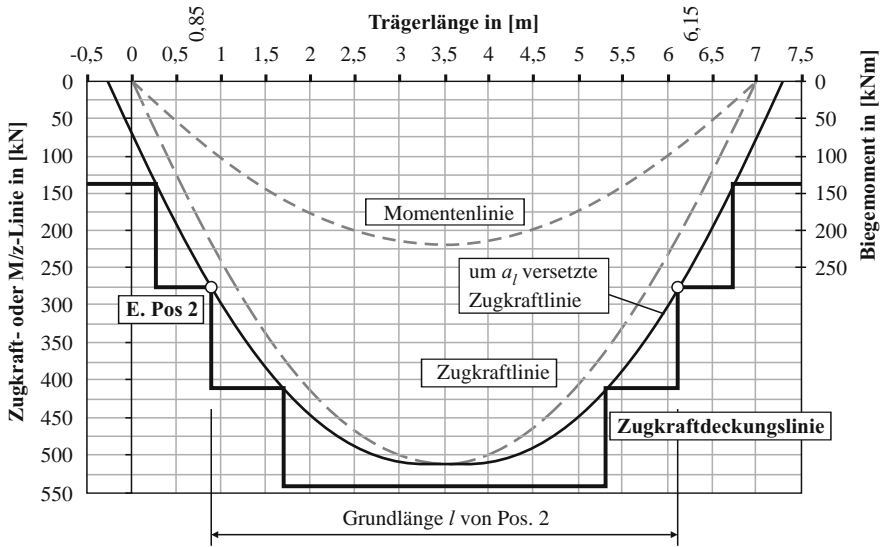
$$Z_{s1} = f_{yd} \cdot A_s = 434,8 \cdot 0,001 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} \cdot 314 \text{ mm}^2 = 136,5 \text{ kN}$$

zwei Stäbe:  $Z_{s2} = 273 \text{ kN}$

drei Stäbe:  $Z_{s3} = 409,6 \text{ kN}$

vier Stäbe:  $Z_{s4} = 546,1 \text{ kN}$

Das endgültige Diagramm sieht wie folgt aus:



Die Grundlänge der zwei Stäbe Pos 2 kann nun in der Zeichnung abgemessen werden:

Pos 2, Grundlänge:  $l = 6,15 - 0,85 = 5,3$  m

Pos 1, Grundlänge:  $l = 7,00 - 2 \cdot 0,10 = 6,80$  m (von Auflagerrand zu Auflagerrand)

Die Berechnung der Verankerungslängen wird am Ende des folgenden Kapitels vorgeführt.