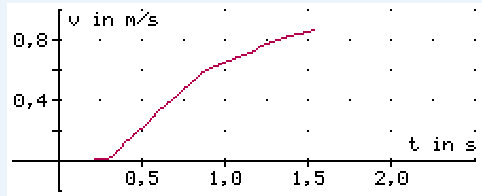
# Geradlinige Bewegungen mit veränderlicher Geschwindigkeit

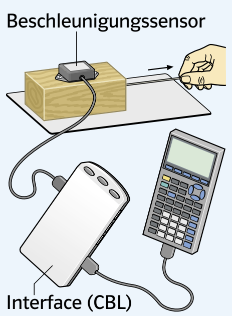
Im Straßenverkehr muss ständig auf andere Verkehrsteilnehmer geachtet und deren Geschwindigkeit abgeschätzt werden. Die Bewegungen haben oft keine konstante Geschwindigkeit, sondern erfolgen beschleunigt oder verzögert.

B1



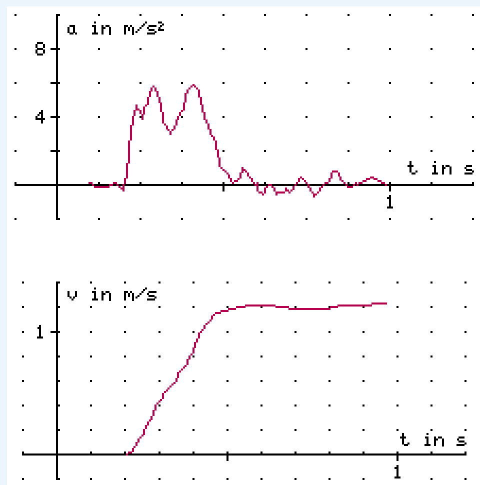

**B2** *t-v*-Diagramm zu Versuch 1

**V1** An einen Wagen wird ein aufgeblasener Luftballon mit einer Düse montiert (→B1). Die ausströmende Luft treibt den Wagen mit wachsender Geschwindigkeit auf der Fahrbahn voran. Mit einem Ultraschall-Bewegungssensor wird alle 0,1 s die Position des Wagens gemessen. Der Taschencomputer errechnet aus diesen Messwerten die Geschwindigkeit (→B2).

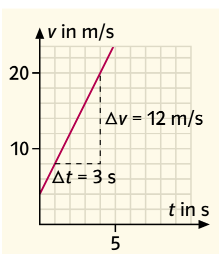



B3

**V2** Auf einem Holzklotz wird ein Beschleunigungssensor befestigt (→B3). Man zieht nun den Klotz so, dass er sich schließlich mit konstanter Geschwindigkeit über den Tisch bewegt (→B4).




**B4** *t-a-* und *t-v*-Diagramme zu Versuch 2




**B5** $a = \frac{12\,\text{m/s}}{3\,\text{s}} = 4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

**Die Beschleunigung** Bewegungen mit sich ändernder Geschwindigkeit heißen **beschleunigte Bewegungen**. Die meisten Bewegungen in unserer Umwelt sind beschleunigt. Oft ändert sich sogar die Beschleunigung während der Bewegung.

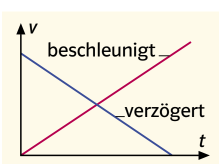
Sonderfälle beschleunigter Bewegungen liegen vor, wenn ihre Graphen im *t-v*-Diagramm Geraden sind (→B5). Je größer die Steigung dieser Geraden ist, umso größer ist für gleiche Zeitspannen die Änderung der Geschwindigkeit. Die Steigung der Geraden drückt aus, was im Alltag mit Beschleunigung gemeint ist. Man definiert:

● **Die Beschleunigung $a$ ist der Quotient aus Geschwindigkeitsänderung $\Delta v$ und zugehöriger Zeitspanne $\Delta t$.**

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$. **Die gesetzliche Einheit ist** $1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Dem *t-v*-Diagramm **B5** ist zu entnehmen, dass die Geschwindigkeit $v$ in $\Delta t = 3\,\text{s}$ um $\Delta v = 12\,\text{m/s}$ gestiegen ist, also ist $a = 4\,\text{m/s}^2$. Das bedeutet, dass die Geschwindigkeit in einer Sekunde um 4 m/s zunimmt.
Wird eine Bewegung langsamer, wie z. B. bei Bremsvorgängen, so heißt die Beschleunigung auch **Verzögerung** (→B6). Bei einer Verzögerung hat die Steigung der Geraden im *t-v*-Diagramm gegenüber der Steigung der Geraden bei einer Bewegung mit zunehmender Geschwindigkeit das entgegengesetzte Vorzeichen, weil $\Delta v = v_2 - v_1 < 0$ für $\Delta t = t_2 - t_1 > 0$ ist. Bei verzögerten Bewegungen haben Geschwindigkeit $v$ und Beschleunigung $a$ entgegengesetzte Vorzeichen.

**A1** Seite 7 zeigt einen Tennisspieler beim Aufschlag. Benennen Sie die Phasen der Beschleunigung und Verzögerung des Schlägers.




B6



**Beschleunigung und Weg** Beschleunigungen sind daran zu erkennen, dass in gleichen Zeitspannen unterschiedliche Weglängen gemessen werden.
Das *t-s*-Diagramm **B1** stammt von der Bewegung eines Zylinders, der eine schiefe Ebene hinabrollt. Der Graph ähnelt einem Parabelstück. Es kann durch die Gleichung $s = k \cdot t^2$ beschrieben werden. Die Überprüfung mit Hilfe der Messdaten nach **B1** zeigt, dass $k$ im Rahmen der Ablesegenauigkeit eine Konstante ist.

| $t$ in s | 0 | 1,0 | 2,0 | 3,0 | 4,0 | 5,0 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $s$ in m | 0 | 0,01 | 0,06 | 0,13 | 0,24 | 0,37 |
| $k = \frac{s}{t^2}$ in $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ | – | 0,010 | 0,015 | 0,014 | 0,015 | 0,015 |

Da $k$ dieselbe Einheit $1\,\text{m/s}^2$ wie die Beschleunigung hat, ist ein Zusammenhang zu vermuten. Misst man die Geschwindigkeit des Zylinders zu den gegebenen Zeitpunkten, so ergibt sich im *t-v*-Diagramm näherungsweise eine Gerade mit der Steigung:

$a = \Delta v / \Delta t = 0{,}03\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

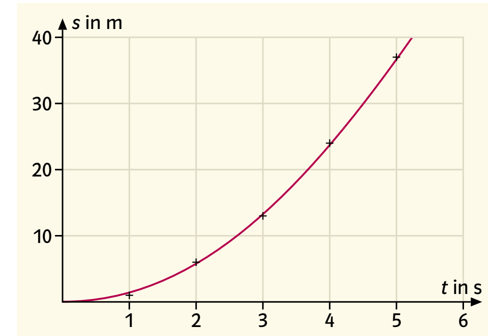
Ein Vergleich zeigt, dass $k = a/2$ ist. Dies gilt für jede Bewegung, deren Graph im *t-v*-Diagramm eine Gerade durch den Ursprung ist.

● **Beginnt eine geradlinige Bewegung aus der Ruhe mit konstanter Beschleunigung $a$ bei $t = 0$ und $s = 0$, so wird sie durch folgende Gleichungen beschrieben:**

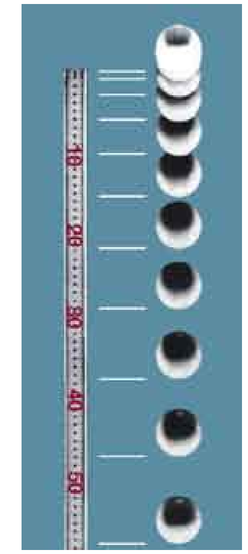
$s = \frac{1}{2}\,a \cdot t^2 \qquad v = a \cdot t \qquad a = \text{konstant}$

Eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung heißt **gleichmäßig beschleunigt**.

**Geschwindigkeit und Beschleunigung für einen Zeitpunkt** Nur in Sonderfällen ergeben sich im *t-s-* oder im *t-v*-Diagramm Geraden. Bei gekrümmten Graphen sind die Quotienten $\Delta s/\Delta t$ bzw. $\Delta v/\Delta t$ nicht mehr konstant und die bisherigen Definitionen für die Geschwindigkeit $v$ bzw. die Beschleunigung $a$ sind so nicht mehr anwendbar. In der Mathematik ist es möglich, die Steigung eines Graphen für jeden seiner Punkte zu definieren. Diese mathematische Definition lässt sich auf die Physik übertragen:
Die Steigung des Graphen im *t-s*-Diagramm zum Zeitpunkt $t$ gibt die **Momentangeschwindigkeit** $v(t)$ einer Bewegung an. Die Steigung des Graphen im *t-v*-Diagramm zum Zeitpunkt $t$ gibt die **Momentanbeschleunigung** $a(t)$ einer Bewegung an.




**B1** Konstant beschleunigte Bewegung



**B2** Fallbewegung einer Kugel (Aufnahme mit 30 Bildern pro Sekunde)

Das folgende Beispiel zeigt die Idee:

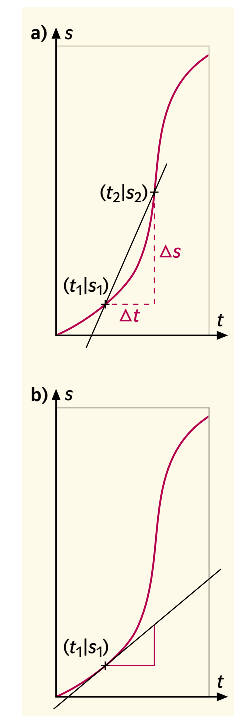
**1.** Der Graph der Bewegung wird zwischen zwei Ortskoordinaten $s_1$ und $s_2$ durch ein Geradenstück ersetzt. Das heißt, die tatsächliche Bewegung wird durch eine Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit angenähert (→B3a). Diese Geschwindigkeit heißt **Intervall-** oder **Durchschnittsgeschwindigkeit** $\overline{v}$ zwischen den Zeitpunkten $t_1$ und $t_2$. Es gilt:

$\overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$

**2.** Wird der Punkt $(t_2 \mid s_2)$ an den Punkt $(t_1 \mid s_1)$ angenähert, so unterscheiden sich Kurvenstück und Geradenstück immer weniger. Die Näherungsgerade geht dabei in die Tangente des Graphen im Punkt $(t_1 \mid s_1)$ über (→B3b). Mathematisch bedeutet dies für die Momentangeschwindigkeit $v(t)$ und für die Momentanbeschleunigung $a(t)$ zu einem beliebigen Zeitpunkt $t$:

$v(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \dot{s}(t) \qquad a(t) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \dot{v}(t)$

● **Momentangeschwindigkeit und -beschleunigung ergeben sich als Ableitungen der Funktionen $s(t)$ und $v(t)$ nach der Zeit $t$.**




**B3** Zur Definition von Durchschnitts- und Momentangeschwindigkeit

**A1** Erstellen Sie ein *t-s*-Diagramm der Fallbewegung der Kugel in Abbildung **B2**. Zeichnen Sie für $t = 0{,}5\,\text{s}, 1{,}0\,\text{s}, 1{,}5\,\text{s} \ldots 4{,}5\,\text{s}, 5{,}0\,\text{s}$ die Tangenten ein und bestimmen Sie deren Steigungen. Erstellen Sie mit diesen Werten ein *t-v*-Diagramm und bestimmen Sie die Beschleunigung $a$ der Bewegung.