

1 Einleitung

1.1 Schrödinger's Quantenmechanik und relativistische Quantenmechanik

Aus historischer Sicht kann die Quantenmechanik¹ als umfassende Erweiterung der Newton'schen Mechanik verstanden werden. Obwohl die Quantenmechanik prinzipiell auf alle materiellen Objekte angewandt werden kann, entfaltet sich ihre Stärke bis auf wenige Ausnahmen erst auf mikroskopischen Skalen. Im Gegensatz zur streng deterministischen klassischen Mechanik ist die Quantenmechanik eine probabilistische Theorie, aus der die maximal mögliche Information über das jeweils betrachtete physikalische System berechnet werden kann.

Die Erfolge der Quantenmechanik, insbesondere bei der Berechnung der Eigenschaften von Atomen, Molekülen und kondensierter Materie, haben wesentlich zur Etablierung dieser Theorie beigetragen. Auf der Basis der Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik ließ sich ein Axiomensystem aufbauen, das ähnlich den Newton'schen Axiomen den Rahmen der neuen Theorie fixierte. Je genauer man jedoch mikroskopische Phänomene experimentell studieren konnte, um so deutlicher wurde, dass auch die der klassischen Newton'schen Mechanik² entsprechende Quantenmechanik keine vollständig adäquate Beschreibung der Experimente liefern konnte.

Eine erste erfolgreiche Ergänzung der Quantenmechanik wurde mit der Einführung des Spins vorgenommen. Dieser innere Freiheitsgrad ist innerhalb der klassischen Mechanik nicht bekannt und besitzt auch kein entsprechendes Äquivalent. Tatsächlich lassen sich bei Berücksichtigung des Spins viele spektroskopische Experimente überhaupt erst erklären oder die Messwerte können quantitativ wesentlich genauer berechnet werden. Wir haben solche Effekte im Band III dieser Lehrbuchreihe ausführlich diskutiert.

Die weitere Verbesserung kann durch relativistische Effekte erwartet werden. Das trifft insbesondere auf die schnellen Elektronen der inneren Atomorbitale zu. Noch stärker sollten relativistische Effekte in myonischen Ato-

1) siehe Band III dieser Lehrbuchreihe

2) siehe Band I dieser Lehrbuchreihe

men zu Buche schlagen, bei denen man die Elektronen eines Atoms durch die weitaus schwereren Myonen ersetzt. In beiden Fällen treten Abweichungen von den Ergebnissen der Schrödinger'schen Quantenmechanik auf, die hauptsächlich auf die relativistische Bewegung der Elektronen bzw. Myonen zurückgeführt werden können. Ebenso können Streuexperimente hochenergetischer Partikel nicht mehr mit der Schrödinger- bzw. Pauli-Gleichung beschrieben werden.

Es gab deshalb bereits relativ früh Versuche, die der Newton'schen Bewegung eines klassischen Teilchens entsprechende Schrödinger-Gleichung durch eine relativistische quantenmechanische Gleichung zu ersetzen. Während man von der Schrödinger-Gleichung die Invarianz gegenüber Galilei-Transformationen forderte, muss die gesuchte relativistische Gleichung invariant gegenüber Lorentz-Transformationen sein.

Tatsächlich konnte man mit der Klein-Gordon-Gleichung und der Dirac-Gleichung zwei Kandidaten finden, die einerseits diese Forderung befriedigten, andererseits aber auch die richtige Beziehung zwischen den Energie- und Impulswerten herstellten. Überraschenderweise stellten sich aber erhebliche Interpretationsprobleme ein, die eine neue Sichtweise erforderten. Die Vollständigkeitsforderung zwingt dazu, auch quantenmechanische Zustände negativer Energie zuzulassen. Dirac umging dieses Problem zwar dadurch, dass er solche Zustände mit Antiteilchen identifizierte, aber damit war es nicht mehr möglich, eine konsistente Einteilchentheorie zu formulieren. Es gibt nämlich Situationen, bei denen sich aus Zuständen positiver Energie solche negativer Energien entwickeln können, siehe Kap. 2.2.4.2. Das würde aber bedeuten, dass ein quantenmechanischer, zunächst durch Eigenfunktionen positiver Energie zusammengesetzter Zustand eines Teilchens sich partiell in einen Zustand umwandelt, der aus Eigenzuständen positiver und negativer Energie besteht und demzufolge sowohl Teilchen als auch Antiteilchen repräsentiert.

Noch schwieriger wird die Situation für die Klein-Gordon-Gleichung. Hier ist es nicht mehr möglich, eine Kontinuitätsgleichung für eine positiv definite Wahrscheinlichkeitsdichte abzuleiten. Auch hier hilft man sich mit einer gegenüber der Schrödinger'schen Quantenmechanik modifizierten Sichtweise, indem man die Wahrscheinlichkeitsdichte jetzt als Ladungsdichte interpretiert. Aber auch damit sprengt man den engen Rahmen einer konsistenten Einteilchentheorie³.

3) Das Auftreten einer Ladungsdichte mit positivem und negativem Wertebereich verlangt die Existenz positiv und negativ geladener Partikel. Diese Forderung kann nicht mehr im Rahmen einer Theorie, die genau ein Teilchen mit fixierter Ladung beschreibt, konsistent berücksichtigt werden.

Es zeigt sich, dass die Beseitigung der Inkonsistenz der relativistischen Quantenmechanik einzelner Partikel automatisch auf Theorien führt, die man unter dem Begriff "Quantenfeldtheorie" zusammenfassen kann.

1.2

Klassische Feldtheorie und Quantenfeldtheorie

Die klassischen Feldtheorien, insbesondere die von Maxwell 1864 axiomatisch begründete Elektrodynamik und die auf Einstein zurückgehende allgemeine Relativitätstheorie (1915), erlaubten es, zwei fundamentale Formen der Wechselwirkung, nämlich die elektromagnetische und die Gravitationswechselwirkung, zu begründen. Spätestens mit der experimentellen Verifikation der Photonen als Quanten des elektromagnetischen Feldes erschien es notwendig, eine dem Übergang von der klassischen Mechanik zur Quantenmechanik entsprechende Quantisierung der klassischen Felder vorzunehmen.

Obwohl mit dem kanonischen Apparat der klassischen Feldtheorie eine tiefgreifende und kräftige Theorie zur Verfügung steht, die einen ähnlichen Übergang zu quantenmechanischen Beschreibungen erlaubt, wie es vom Übergang der Newton'schen Mechanik zur Schrödinger'schen Quantenmechanik bekannt ist, treten doch im Detail einige Probleme auf. Eine vollständig befriedigende Quantisierungsvorschrift für das Gravitationsfeld ist z. B. bis heute nicht bekannt. Aber auch die Quantisierung des elektromagnetischen Feldes führt auf überraschende Probleme. So ist es nicht möglich, die Lorentz-Eichung auf der Ebene der Feldoperatoren einzuführen. Vielmehr kann diese Forderung nur als Erwartungswert formuliert werden. Gleichzeitig führt die Quantisierung des elektromagnetischen Feldes auf experimentell als freie Partikel nicht beobachtbare Photonen⁴, die aber ihrerseits für eine konsistente Beschreibung der Wechselwirkung geladener Partikel im Rahmen der Quantenelektrodynamik unbedingt notwendig sind.

Von Bedeutung für die Etablierung einer allgemeingültigen Quantenfeldtheorie ist die erfolgreiche Quantisierung der Materiefelder, also der Wellenfunktionen der Dirac-, Klein-Gordon- und Schrödinger-Gleichung. Hier zeigt sich, dass die im Rahmen der relativistischen Quantenmechanik eingeführte Teilchen-Antiteilchenkonzeption eine direkte Folge der Quantisierung der beiden relativistischen quantenmechanischen Gleichungen ist. Eine zusätzliche Interpretation, wie sie noch zur Aufrechterhaltung der Dirac'schen Quantenmechanik z. B. als Löchertheorie notwendig war, ist jetzt nicht mehr notwendig.

Die Quantenfeldtheorie erlaubt eine neue Sichtweise auf mikroskopische Prozesse, die sich nicht zuletzt in einer systematisch ausgearbeiteten Stö-

⁴) die sogenannten skalaren und longitudinalen Photonen

rungstheorie zur Behandlung dieser Effekte äußert. Schließlich bietet die Quantenfeldtheorie das geeignete Werkzeug, um auch die zwei weiteren bekannten fundamentalen Wechselwirkungen, nämlich die starke und die schwache Wechselwirkung, in eine gemeinsame Theorie einzubinden. Innerhalb dieses Bandes wird dieses Konzept im Rahmen des Weinberg-Salam-Modells benutzt, um die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung zur sogenannten elektroschwachen Wechselwirkung zu vereinigen.

1.3

Aufbau des Bands "Quantenmechanik 2"

Das erste Ziel dieses Buches wird es sein, die der Newton'schen Mechanik entsprechende Schrödinger'sche Quantenmechanik zu einer lorentzinvarianten relativistischen Quantenmechanik zu erweitern. Dazu werden wir in Kapitel 2 einige Konstruktionszugänge diskutieren, die auf die Dirac-Gleichung für Teilchen mit Spin $1/2$ und die Klein-Gordon-Gleichung für spinlose Teilchen führen. Ähnlich wie bei der Einführung der Schrödinger-Gleichung haben diese Überlegungen keinen zwingenden Charakter, sondern dienen nur zur intuitiven Begründung dieser Gleichungen. Genaugenommen gelten die Dirac- und die Klein-Gordon-Gleichung nur auf Grund ihrer guten Übereinstimmung mit experimentellen Resultaten als gesichert. Sie sind deshalb eher als Postulate der jeweiligen Quantentheorie zu verstehen. Mit der Vorgabe dieser quantenmechanischen Evolutionsgleichungen lassen sich jetzt aber gezielt bedeutsame Schlussfolgerungen gewinnen. Eine kleine Auswahl dieser Ergebnisse wird in Kapitel 2 vorgestellt. Insbesondere werden wir zeigen, dass sich der Spin bereits als intrinsische Eigenschaft der Dirac-Gleichung ergibt und dass die Feinstrukturaufspaltung im Spektrum des Wasserstoffatoms ein relativistischer Effekt ist.

In Kapitel 3 wenden wir uns noch einmal der Schrödinger'schen Quantenmechanik zu, die wir jetzt aber im Rahmen der Pfadintegraldarstellung formulieren. Diese Darstellung erlaubt es, den im Rahmen der klassischen Mechanik zentralen Begriffen von Wirkung und Lagrange-Funktion auch im Rahmen der Quantenmechanik einen tieferen Sinn zu geben. Als Anwendung werden wir uns im zweiten Teil dieses Kapitels mit den Grundzügen der quantenmechanischen Streutheorie befassen.

In Kapitel 4 wenden wir uns der Quantisierung von Feldern zu. Dazu wählen wir zwei verschiedene Zugänge. Zunächst zeigen wir, dass die quantenmechanische Formulierung eines Vielteilchensystems auf der Basis der Schrödinger-Gleichung in eine Darstellung gebracht werden kann, die der Quantisierung der Wellenfunktion des korrespondierenden quantenmechanischen Einteilchenproblems entspricht.

Anschließend werden wir eine Quantisierungsvorschrift ableiten, die konsequent auf der zugehörigen klassischen Feldtheorie aufbaut. Dazu benutzen wir das Modell einer eindimensionalen harmonischen Kette. Diese kann einerseits im Rahmen der klassischen Mechanik beschrieben werden und deshalb nach den üblichen Vorschriften in eine quantenmechanische Theorie überführt werden. Andererseits kann man die klassische Dynamik dieser Kette im kontinuierlichen Grenzfall, nämlich im Grenzfall der Saite, durch den Übergang zum Kontinuumsbild auch im Rahmen einer Feldtheorie bestimmen. Führt man den gleichen Übergang erst nach der Quantisierung aus, dann gelangt man zu einer quantenfeldtheoretischen Beschreibung des Problems, die sich zu einem allgemeingültigen Konzept verallgemeinern lässt. Dabei kommt den Feldvariablen und den zugehörigen kanonisch konjugierten Feldimpulsen eine ähnliche Rolle zu wie den Orts- und den zugehörigen kanonisch konjugierten Impulskoordinaten beim Übergang von der klassischen Mechanik zur Quantenmechanik. Mit der so abgeleiteten kanonischen Feldquantisierung – die wir in diesem Band stets im Heisenberg-Bild durchführen – wird es uns dann möglich sein, einerseits das Schrödinger-, Dirac- und Klein-Gordon-Feld als sogenannte Materiefelder, andererseits aber auch das elektromagnetische Feld als ein sogenanntes Austauschfeld zu quantisieren⁵.

Im nachfolgenden Kapitel 5 werden wir uns im Rahmen der Quantenelektrodynamik hauptsächlich mit dem quantisierten Maxwell-Dirac-Feld befassen. Im Zentrum steht dabei die theoretische Behandlung von Streumechanismen. Zu diesem Zweck führen wir eine Graphentechnik ein, die einer zur Beschreibung des Problems notwendigen zeitabhängigen Störungstheorie entspricht, die sehr effizient ist und ursprünglich auf Feynman zurückgeht. Schließlich werden wir zeigen, dass Quantenfeldeffekte zur Renormierung von Masse und Ladung des Elektrons führen. Es zeigt sich insbesondere, dass ein wechselwirkungsfreies Elektron in der Realität nicht existieren kann.

Schließlich wollen wir uns in Kapitel 6 mit der phänomenologischen Elementarteilchentheorie befassen. Dabei werden Symmetrieüberlegungen eine

5) Materiefelder im engeren Sinne beschreiben üblicherweise Fermi-Teilchen, die auf Grund solcher Eigenschaften wie Masse oder Ladung mit anderen Teilchen in Wechselwirkung treten. Nach dem Nahwirkungsprinzip, siehe Band II, Kap. 2-4, sind aber zur Vermittlung dieser Wechselwirkung weitere Felder, sogenannte Austauschfelder – z. B. das elektromagnetische Feld oder das Gravitationsfeld – notwendig. Die zu diesen Feldern gehörigen Teilchen haben gewöhnlich einen ganzzahligen Spin und sind deshalb Bosonen. Oft werden aber nicht nur echte Elementarteilchen, z. B. Elektronen oder Quarks, sondern auch stabile Verbindungen (z. B. Protonen und Neutronen als Kombination von je drei Quarks) oder Pionen durch (quantisierte) Felder beschrieben, die man ebenfalls als Materiefelder bezeichnet. Diese zusammengesetzten Teilchen können aber im Gegensatz zu echten Elementarteilchen auch einen ganzzahligen Spin und damit bosonischen Charakter haben.

wichtige Rolle spielen. Darauf aufbauend werden wir in Kapitel 7 die Grundzüge des Standardmodells skizzieren. Insbesondere werden wir in diesem Kapitel die elektroschwache Wechselwirkung diskutieren, die als Vereinigung der elektromagnetischen und der schwachen Wechselwirkung zu verstehen ist und wesentlich zum Verständnis der Elementarteilchentheorie beigetragen hat.

1.4

Grenzen der relativistischen Quantenmechanik und der Quantenfeldtheorie

Die in diesem Band behandelten Dirac- und Klein-Gordon-Gleichungen sind als quantenmechanische Evolutionsgleichungen zwar ebenso wie die Schrödinger-Gleichung zur Beschreibung von Einteilchenproblemen vorgesehen, zeigen aber hier erhebliche Interpretationsprobleme. Insbesondere das Auftreten beliebig großer negativer Energieeigenwerte erzeugt gewisse Verständnisprobleme. Für Elektronen – oder allgemeiner für Teilchen mit Spin $1/2$ – fand Dirac mit der Löchertheorie eine anschauliche Interpretation. Aber bereits dieses einleuchtende Konzept ist keine echte Einteilchentheorie mehr. Vielmehr wird jedes Antiteilchen als ein nicht besetzter Zustand in einem ansonsten vollständig mit Teilchen negativer Energie aufgefüllten Spektrum von Zuständen – dem sogenannten Dirac-See – verstanden. Jedes Loch entsteht also erst durch die Präsenz unendlich vieler anderer Teilchen⁶, so dass bereits die Dirac'sche Löchertheorie keine echte Einteilchentheorie mehr ist. Noch aussichtsloser wird diese Interpretation für die Lösungen der Klein-Gordon-Gleichung. Da die hiermit beschriebenen Teilchen den Spin 0 besitzen, kann jeder Zustand negativer Energie beliebig oft besetzt werden, so dass jeder Dirac-See aus spinlosen Teilchen zwangsläufig kollabieren würde.

Innerhalb der Quantenfeldtheorie lösen sich zwar diese Probleme automatisch auf, es entstehen aber neue grundlegende Probleme. Dazu gehört, dass Masse und Ladung von Partikeln erst durch die Wechselwirkung mit einem Halo virtueller Elementar- und Austauscheteilchen entsteht und die Frage nach der ohne diese Wechselwirkung verbleibenden nackten Masse und Ladung sogar sinnlos wird.

Noch weitgehend offen sind unsere Vorstellungen über die Elementarteilchen. Nach dem breit akzeptierten Standardmodell gibt es insgesamt 36

⁶) Diese Teilchen negativer Energie bilden innerhalb der Dirac'schen Löchertheorie einen experimentell nicht direkt beobachtbaren Hintergrund. Erst das Herauslösen eines solchen Teilchens durch Zuführung von Energie führt dazu, dass das Teilchen physikalisch beobachtbar wird und der ehemals besetzte Zustand negativer Energie als Loch und damit als mit umgekehrtem Vorzeichen geladenes Antiteilchen zurückbleibt. Wie wir in Kapitel 2.2.4.3 zeigen werden, kann dieser Vorgang als Paarbildung verstanden werden.

Quarks und 12 Leptonen, 12 Austauscheteilchen⁷ sowie das experimentell noch nicht verifizierte Higgs-Boson. Es ist aber durch keine fundamentalen Prinzipien abgesichert, dass damit bereits alle Elementarteilchen erfasst sind. In diesem Sinne erscheinen die verschiedenen Gebiete der Quantenfeld- und Elementarteilchentheorie aus unserer heutigen Sicht als eine Reihe von Baustellen, die durchaus noch nicht an allen Stellen zusammenpassen. Tatsächlich lassen sich die verschiedenen Aspekte der in diesem Band nicht mehr behandelten oder nur am Rand gestreiften Quantenchromodynamik, der Quantengravitation oder der Stringtheorie nur bedingt zu einem Gesamtbild zusammenfassen.

Gerade wegen der hier noch auftretenden Ungereimtheiten ist die Quantenfeldtheorie eines der spannendsten Forschungsgebiete der modernen Physik. Ihr Abschluss zu einer, ähnlich wie die nichtrelativistische Quantenmechanik, weitgehend geschlossenen Theorie ist eine der großen Herausforderungen der Zukunft.

7) das Photon, 8 Gluonen der starken Wechselwirkung, drei Eich-Bosonen der schwachen Wechselwirkung sowie das bisher noch nicht nachgewiesene Graviton

