
Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundlagen

1	Mengen	5
1.1	Grundzüge der Mengenlehre	5
1.2	Mengenoperationen	7
1.3	Geordnete Paare und kartesische Produkte	8
2	Zahlen	11
2.1	Die natürlichen Zahlen \mathbb{N}	11
2.2	Die ganzen Zahlen \mathbb{Z}	12
2.3	Die rationalen Zahlen \mathbb{Q}	14
2.4	Die reellen Zahlen \mathbb{R}	15
2.5	Die komplexen Zahlen \mathbb{C}	19
3	Vollständige Induktion	23
3.1	Das Induktionsprinzip	23
3.2	Induktive Definitionen	25

Teil II Analysis I

4	Funktionen	35
4.1	Grundbegriffe	35
4.2	Umkehrbarkeit von Funktionen	41
4.3	Unendliche Weiten: Mengenvergleiche	43
5	Folgen und Grenzwerte	47
5.1	Der Begriff der Folge	47
5.2	Die Konvergenz von Folgen und der Grenzwertbegriff ...	50

5.3	Abschätzungen für und Rechnen mit konvergenten Folgen	55
5.4	Divergenz gegen unendlich	58
5.5	Teilfolgen und Häufungspunkte	60
5.6	Unendliche Reihen	62
6	Stetigkeit	73
6.1	Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen	74
6.2	Zwischenwertsatz und Gleichgewichte	77
6.3	Umkehrsatz für monotone Funktionen	79
6.4	Wurzel-, Potenz- und Logarithmusfunktion	80
7	Differentialrechnung	85
7.1	Grundlagen der Differentiation	85
7.2	Die Regel von de l'Hospital	94
8	Optimierung I	99
8.1	Vorbemerkungen	99
8.2	Lokale Extrema I: Notwendige Bedingung	101
8.3	Der Mittelwertsatz	103
8.4	Konvexe und konkave Funktionen	107
8.5	Lokale Extrema II: Hinreichende Bedingung	110
8.6	Prozentuale Änderungen: Elastizität	114
9	Integration	119
9.1	Riemann'sche Summen und Definition des Integrals	119
9.2	Hauptsätze der Analysis	126
9.3	Zwei wichtige Integrationsregeln	131
9.4	Uneigentliche Integrale	133
9.5	Taylorentwicklung und Taylorreihen	135

Teil III Lineare Algebra

10	Vektorräume	145
10.1	Der Begriff des Vektorraums	146
10.2	Lineare Unabhängigkeit	152
10.3	Lineare Abbildungen und Matrizen	157
10.4	Skalarprodukt und Länge von Vektoren	168

11 Lineare Gleichungssysteme 177
 11.1 Abstrakte Lösungstheorie 178
 11.2 Der Gauß'sche Algorithmus 184
 11.3 Quadratische lineare Gleichungssysteme und Matrizen .. 192
 11.4 Determinanten 193

12 Weiterführende Themen 201
 12.1 Quadratische Formen und Definitheit 201
 12.2 Eigenwerte 208

Teil IV Analysis II

13 Topologie 229
 13.1 Normierte Vektorräume 229
 13.2 Stetigkeit und Kompakta 235

14 Differentialrechnung im \mathbb{R}^p 247
 14.1 Graphische Darstellung von Funktionen 247
 14.2 Partielle Ableitung und Richtungsableitung 248
 14.3 Ableitung und totales Differential 254
 14.4 Kettenregel 258
 14.5 Implizite Funktionen und Umkehrsatz 262
 14.6 Taylorentwicklung 268

15 Optimierung II 275
 15.1 Extrema ohne Nebenbedingungen 275
 15.2 Konvexe Funktionen 280
 15.3 Nebenbedingungen in Form von Gleichungen: Lagrange . 282
 15.4 Komparative Statik: Der Einhüllendensatz 288
 15.5 Nebenbedingungen in Form von Ungleichungen:
 Kuhn–Tucker 292
 15.6 Lineare Programmierung 297

16 Weiterführende Themen 305
 16.1 Mengenwertige Funktionen: Korrespondenzen 305
 16.2 Fixpunktsätze 309

A Kleine Vokabelsammlung 317

Sachverzeichnis 323