

Was ist Analysis?



In diesem Kapitel ...

- ▶ Sie sind erst auf Seite 1 und schon müssen Sie sich einem Analysistest stellen
- ▶ Analysis – ein bisschen auffrisierte Mathematik
- ▶ Der Trick liegt im Vergrößern
- ▶ Die Welt vor und nach der Analysis

»Mein heiterstes Erlebnis in Analysis K13 war der Tag, an dem ich den Unterricht verlassen musste, um mich einer Wurzelbehandlung zu unterziehen.«

– Mary Johnson

»Mich verfolgt immer wieder dieser Traum, in dem mein Analysislehrer mit der Axt hinter mir her ist.«

– Tom Franklin, Student im 2. Semester

»Analysis macht Spaß und ist völlig logisch. Ich weiß gar nicht, was sie immer alle haben.«

– Sam Einstein, Urenkel von Albert

In diesem Kapitel beantworte ich Ihnen die Frage »Was ist Analysis?« in verständlicher Sprache und zeige Ihnen Beispiele aus der Praxis, wie die Analysis genutzt wird. Nachdem Sie dieses und die beiden folgenden kurzen Kapitel gelesen haben, werden Sie *verstehen*, worum es sich bei Analysis handelt. Aber zuerst machen wir es ganz anders: Sie werden erfahren, was Analysis nicht ist.

Was Analysis nicht ist

Das Unvermeidbare hinauszuzögern, ist wenig sinnvoll. Bereit für den ersten Analysistest? Antworten Sie mit *Richtig* oder *Falsch*!

- Frage Wenn Sie nicht wirklich gerne einen Kopfschutz tragen, brauchen Sie sich gar nicht mit Analysis zu beschäftigen?
- Frage Analysis gefährdet Ihre Gesundheit?
- Frage Analysis ist längst überholt?

Falsch, falsch, falsch! Man erzählt sich heute noch über die Analysis, sie sei ein unheimlich schwieriges, unwahrscheinlich geheimnisvolles Thema, das kein Mensch, der noch halbwegs bei Verstand ist, lernen will – es sei denn, man braucht eine gute Note.

Lassen Sie sich nicht von diesem Irrglauben leiten. Natürlich ist Analysis nicht einfach – ich will Ihnen gar nichts vormachen –, aber sie ist in jedem Fall machbar. Sie haben Algebra, Geometrie und Trigonometrie gelernt. Die Analysis macht genau da weiter, wo Sie dort aufgehört haben – sie bildet ganz einfach den nächsten Schritt in einer logischen Reihe.

Und die Analysis ist keine tote Sprache wie Latein, die nur von Akademikern gesprochen wird. Es handelt sich dabei um die Sprache der Ingenieure, Wissenschaftler und Wirtschaftswissenschaftler – und ist damit vielleicht nicht Teil Ihres Alltagslebens und auch nicht unbedingt der Brüller auf Partys. Aber die Arbeit dieser Ingenieure, Wissenschaftler und Wirtschaftswissenschaftler hat einen wesentlichen Einfluss auf Ihr tägliches Leben – von Ihrer Mikrowelle, dem Handy, dem Fernsehgerät und dem Auto bis hin zu der Medizin, die Sie schlucken, den Leistungen der Wirtschaft und unserem Verteidigungssystem. In dem Moment, wo Sie dies lesen, wurde irgendetwas in Ihrer unmittelbaren Reichweite oder in Ihrem Blickfeld durch die Analysis beeinflusst.

Was also ist Analysis?

Analysis ist im Grunde genommen eine Fortsetzung der Algebra und der Geometrie. In gewisser Hinsicht handelt es sich dabei nicht einmal um einen neuen Themenbereich – hier werden die bekannten Regeln der Algebra und Geometrie angewendet, wenn auch vielleicht etwas optimiert, um sie für komplexere Aufgabenstellungen zu verwenden. (Der Punkt dabei ist natürlich, dass diese *gewisse Hinsicht* ein neues und viel komplizierteres Thema ist.)

Betrachten Sie jetzt Abbildung 1.1. Auf der linken Seite schiebt ein Mann eine Kiste eine gerade Steigung nach oben. Auf der rechten Seite schiebt der Mann dieselbe Kiste eine gekrümmte Steigung entlang. In beiden Situationen lautet die Frage, wie viel Energie erforderlich ist, um die Kiste ganz nach oben zu schieben. Für die linke Seite brauchen Sie die Analysis (vorausgesetzt, Sie kennen keine Abkürzungen aus der Physik).

Für die gerade Steigung schiebt der Mann mit *unveränderter* Kraft und die Kiste wird entlang der Steigung mit *unveränderter* Geschwindigkeit bewegt. Mit ein paar Formeln aus der Physik und ganz normaler Mathematik (einschließlich Algebra und Trigonometrie) können Sie berechnen, wie viele Kalorien Energie erforderlich sind, um die Kiste die Steigung nach oben zu schieben. Beachten Sie, dass die in jeder Sekunde verbrauchte Energie gleich bleibt.

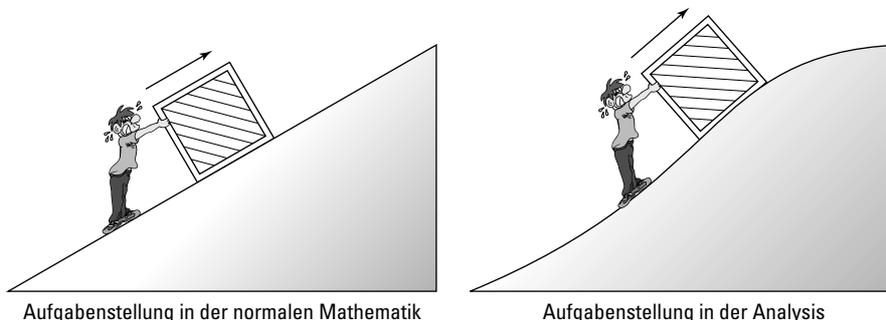


Abbildung 1.1: Der Unterschied zwischen normaler Mathematik und Analysis: die Kurve

Für die gekrümmte Steigung dagegen *ändern* sich die Dinge ständig. Die Steilheit der Steigung ändert sich – und zwar nicht nur so, dass eine Steilheit für die ersten 10 m und eine andere Steilheit für die nächsten 10 m gilt –, sie *ändert* sich *stetig*. Und der Mann schiebt mit einer sich ständig *ändernden* Kraft – je steiler die Steigung, desto schwerer ist es, zu schieben. Das Ergebnis ist, dass sich auch die Menge der verbrauchten Energie ständig *ändert*. Aus diesem Grund handelt es sich hier um eine Aufgabenstellung für die Analysis. Es sollte Sie also nicht überraschen, dass man die Analysis auch als die »Mathematik der Veränderung« bezeichnet. Die Analysis übernimmt die herkömmlichen Regeln aus der Mathematik und wendet sie auf fließende, sich weiterentwickelnde Probleme an.

Für die Aufgabenstellung mit der gekrümmten Steigung bleiben die Formeln aus der Physik dieselben und die Algebra und die Trigonometrie, die Sie verwenden, bleiben ebenfalls gleich. Der Unterschied ist, dass Sie – im Gegensatz zu der Aufgabenstellung mit der geraden Steigung, wo Sie alles in einem einzigen Schritt berechnen können – die gekrümmte Steigung in kleine Abschnitte zerlegen und jeden Abschnitt separat berechnen müssen. Abbildung 1.2 zeigt einen kleinen Abschnitt der gekrümmten Steigung, die hier um ein Vielfaches vergrößert wurde.

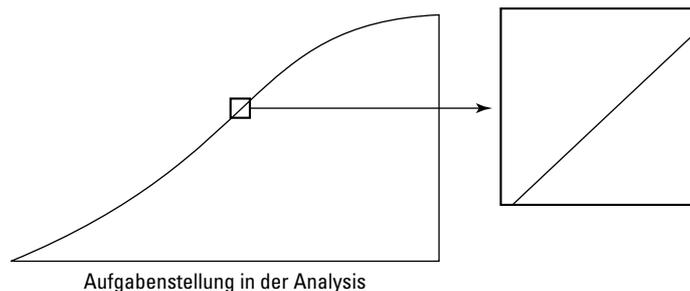


Abbildung 1.2: Wenn man die Kurve ausreichend vergrößert, wird sie gerade (zumindest fast)

Wenn Sie weit genug vergrößern, wird der kleine Abschnitt der gekrümmten Steigung, die Sie dabei betrachten, praktisch gerade. Und weil er gerade ist, können Sie diesen kleinen Abschnitt wie eine gerade Steigung berechnen. Jeder dieser kleinen Abschnitte wird auf dieselbe Weise berechnet, und anschließend addieren Sie alle Ergebnisse.

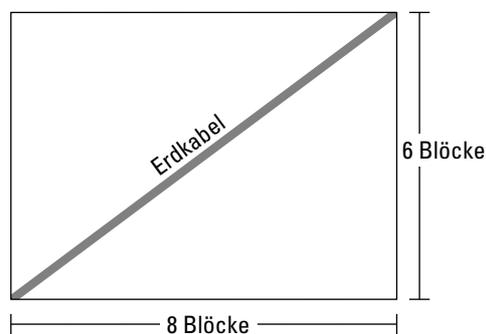
Das ist die Analysis im Groben. Sie betrachtet Aufgabenstellungen, die mit der normalen Mathematik nicht gelöst werden können, weil sich die Gegebenheiten ständig ändern – die sich ändernden Mengen stellen sich im Graphen als Kurven dar. Die Analysis vergrößert die Kurve, bis sie schließlich gerade wird, und wendet dann die normale Mathematik zur Lösung der Aufgabe an.

Was die Analysis zu einer so fantastischen Angelegenheit macht, ist die Tatsache, dass sie letztlich *unendlich* weit vergrößert. Eigentlich machen Sie in der Analysis alles auf die eine oder andere Weise bis zur Unendlichkeit, denn wenn sich etwas ständig ändert, dann ändert es sich unendlich oft – von jedem unendlich kleinen Moment zum nächsten.

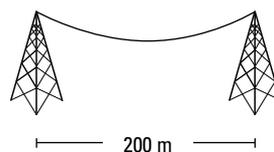
Beispiele für die Analysis aus der Praxis

Mit der herkömmlichen Mathematik können Sie die Aufgabe mit der geraden Steigung lösen; mit der Analysis können Sie die Aufgabenstellung mit der gekrümmten Steigung lösen. Nachfolgend zeige ich Ihnen noch ein paar weitere Beispiele.

Mit der herkömmlichen Mathematik können Sie die Länge eines Erdkabels berechnen, das diagonal von einer Ecke eines Grundstücks zur anderen Ecke verläuft. Mit Hilfe der Analysis können Sie die Länge eines Kabels berechnen, das zwischen zwei Türmen hängt und die Form einer *Seilkurve* hat (was sich übrigens von einem einfachen Bogen oder einer Parabel unterscheidet). Die Kenntnis der genauen Länge ist selbstverständlich wichtig für ein Energieversorgungsunternehmen, das Hunderte Kilometer neuer Elektrokabel verlegen muss. Sehen Sie sich dazu auch Abbildung 1.3 an.



Aufgabenstellung für die normale Mathematik:
Wie lang ist das Kabel?



Aufgabenstellung für die Analysis:
Wie lang ist das Kabel?

Abbildung 1.3: Ohne und mit Analysis

Die Fläche eines normalen Hausdachs können Sie mit Hilfe der herkömmlichen Mathematik berechnen. Mit Hilfe der Analysis können Sie die Fläche eines komplizierten, nicht kreisrunden Daches berechnen, wie beispielsweise die Kuppel der Frauenkirche. Architekten, die ein solches Gebäude planen, müssen die Fläche der Kuppel kennen, um die Materialkosten zu ermitteln und um das Gewicht der Kuppel berechnen zu können (mit und ohne Schnee). Das Gewicht braucht man natürlich für die Planung der Stützstruktur. Sehen Sie sich dazu Abbildung 1.4 an.

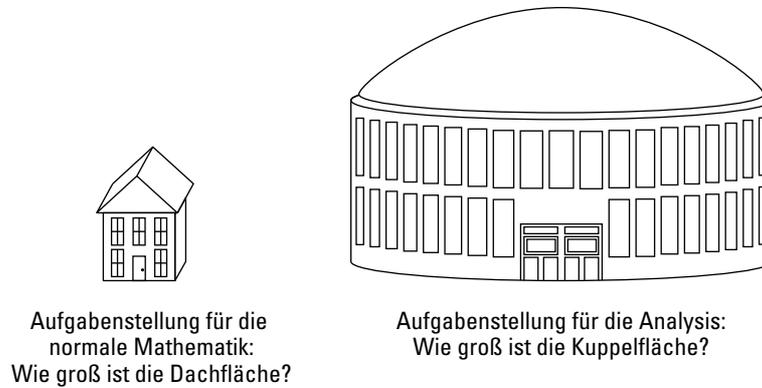


Abbildung 1.4: Mit und ohne Analysis

Mit der regulären Mathematik und ein bisschen einfacher Physik können Sie berechnen, um wie viel ein Mittelfeldspieler seinem Linksaußen voraus sein muss, um einen Pass spielen zu können. Beachten Sie, dass der Linksaußen in einer *geraden* Linie und bei *konstanter* Geschwindigkeit läuft. Als jedoch die NASA 1975 den »Vorlauf« für die Zielrichtung der Viking I auf den Mars berechnete, brauche man dazu die Analysis, weil sich sowohl die Erde als auch der Mars in elliptischen Umlaufbahnen (unterschiedlicher Formen) bewegen und sich die Geschwindigkeiten von beiden ständig ändern – nicht zu erwähnen, dass die Sonde auf ihrem Weg zum Mars den verschiedenen und sich ständig ändernden Gravitationsfeldern von Erde, Mond, Mars und Sonne ausgesetzt ist. Betrachten Sie dazu Abbildung 1.5.

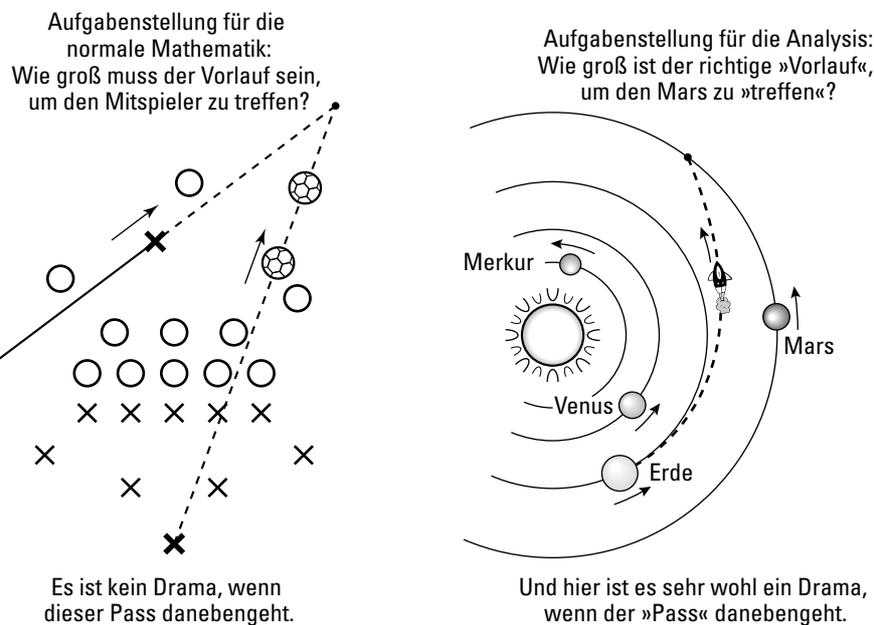


Abbildung 1.5: v.A. und n.A. (vor Analysis und nach Analysis)

