

## 6.3 Rückkopplung und Stabilität

Schaltungen mit Operationsverstärkern arbeiten meist mit *Gegenkopplung*, d. h. der Ausgang des OP wirkt über ein Rückkopplungsnetzwerk auf den *invertierenden* Eingang zurück. Gegengekoppelte OP-Schaltungen weisen gewöhnlich Eigenschaften auf, die weitgehend unabhängig von der Verstärkung des OP, Versorgungsspannungsschwankungen etc. sind. Bei Verstärkerschaltungen kann durch Gegenkopplung ferner die Eingangsimpedanz, Ausgangsimpedanz und Bandbreite in weiten Grenzen beeinflußt werden, wie die in Kap. 6.2.1 und 6.2.2 untersuchten Verstärkerschaltungen zeigen. Weitere positive Auswirkungen der Gegenkopplung sind eine Reduktion nichtlinearer Verzerrungen sowie eine Verbesserung der Rauscheigenschaften (vgl. Kap. 6.4) und der Störungsempfindlichkeit (vgl. Kap. 2).

Problematisch bei der Gegenkopplung jedoch ist, daß aufgrund der *Phasenverschiebung* in OP und Rückkopplungsnetzwerk das rückgekoppelte Signal um weniger als  $180^\circ$  gegenüber dem externen Signal phasenverschoben ist. Da die Phasenverschiebung des Verstärkers mit der Frequenz zunimmt, gibt es eine Frequenz  $f_{180}$  bei der das rückgekoppelte Signal *in Phase* mit dem Eingangssignal ist: Der Verstärker weist bei dieser Frequenz keine Gegenkopplung, sondern eine *Mitkopplung* auf. In Schaltungen, bei denen die Verstärkung des rückgekoppelten Netzwerks bei  $f_{180}$  größer gleich eins ist, treten selbsterregte *Schwingungen* auf. Die Schaltung arbeitet dann als Oszillator, was nicht immer erwünscht ist.

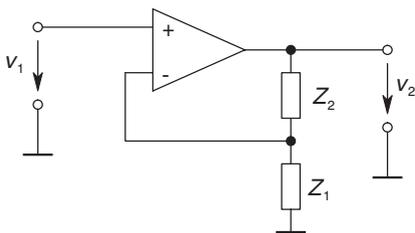


Abb. 6.41. Nichtinvertierender Verstärker

### 6.3.1 Gegenkopplung, Stabilitätsanalyse

Als Beispiel für eine gegengekoppelte OP-Schaltung wird der in Abb. 6.41 skizzierte nichtinvertierende Verstärker mit komplexem Rückkopplungsnetzwerk betrachtet. Der OP wird als spannungsgesteuerte Spannungsquelle mit der frequenzabhängigen Spannungsverstärkung  $\underline{a}_d$  angenommen ( $\underline{v}_2 = \underline{a}_d \underline{v}_d$ ). Mit dem *Rückkopplungsfaktor*

$$\underline{k} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

folgt aus der komplexen Spannungsteilerregel  $\underline{v}_d = \underline{v}_1 - \underline{k} \underline{v}_2$ , so daß

$$\underline{v}_2 = \frac{\underline{a}_d}{1 + \underline{k} \underline{a}_d} \underline{v}_1 . \quad (6.55)$$

Solange die *Schleifenverstärkung*  $\underline{T}(\omega) = \underline{k} \underline{a}_d \neq -1$  ist, hat  $\underline{v}_2$  für  $\underline{v}_1 = 0$  den Wert null; für  $\underline{T}(\omega) = -1$  ist dies nicht notwendig der Fall: Die rückgekoppelte Schaltung kann dann schwingen.

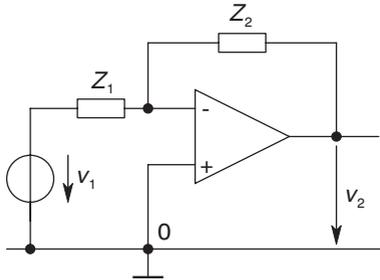


Abb. 6.42. Invertierender Verstärker

Für den mit  $\underline{Z}_1$  und  $\underline{Z}_2$  beschalteten, *invertierenden* Verstärker (vgl. Abb. 6.42) lautet der Überlagerungssatz für den Spannungszeiger am invertierenden Eingang

$$\underline{v}_n = \underline{k} \underline{v}_2 + (1 - \underline{k}) \underline{v}_1 = -\frac{\underline{v}_2}{\underline{a}_d} \quad \text{und} \quad \underline{k} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} .$$

Damit folgt für den Spannungsübertragungsfaktor

$$\frac{\underline{v}_2}{\underline{v}_1} = -(1 - \underline{k}) \frac{\underline{a}_d}{1 + \underline{k} \underline{a}_d} .$$

Vom Faktor  $-(1 - \underline{k})$  abgesehen, resultiert also dasselbe Ergebnis wie in Gl. (6.55), d. h. auch hier muß die Bedingung  $\underline{T}(\omega) = \underline{k} \underline{a}_d = -1$  für das Auftreten ungedämpfter Schwingungen erfüllt sein.

## Pole, Phasenreserve

Zur Klärung der Frage, ob eine Schaltung ungedämpfte Schwingungen ausführen kann, können die *Pole* des Übertragungsfaktors, d. h. die Nullstellen von  $1 + \underline{T}(\omega)$ , untersucht werden. Bevor die Gleichung

$$\boxed{1 + \underline{T}(\omega) = 0} \quad (6.56)$$

gelöst werden kann, muß eine Beziehung für  $1 + \underline{T}(\omega)$  aufgestellt werden – die Nullstellen können dann analytisch oder mit Hilfe eines Mathematikprogramms bestimmt werden. Die Lösungen für die Kreisfrequenz  $\omega$  sind dabei i. allg. komplex. Der Imaginärteil  $\text{Im}(\omega)$  beschreibt dann mit der Zeit anwachsende oder abfallende Lösungen

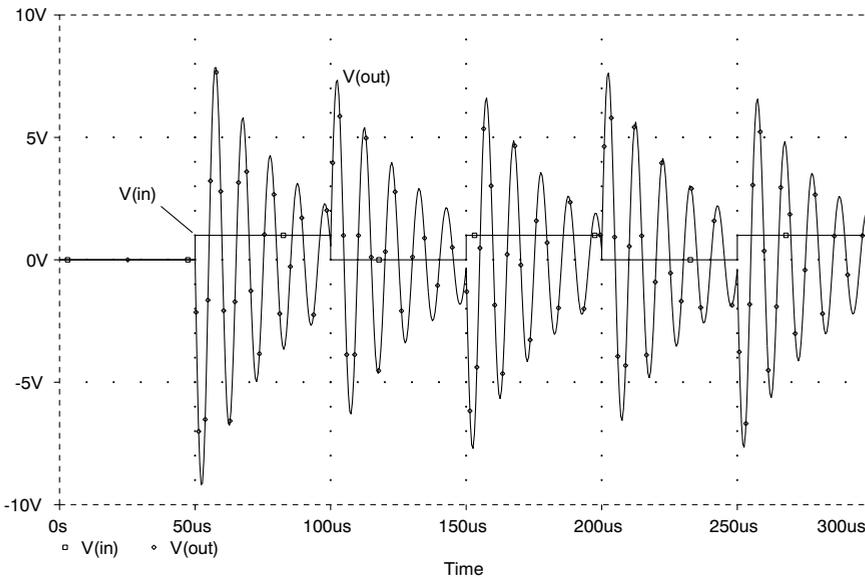
$$e^{j\omega t} = e^{j[\text{Re}(\omega) + j\text{Im}(\omega)]t} = e^{j\text{Re}(\omega)t} \cdot e^{-\text{Im}(\omega)t} .$$

Für  $\text{Im}(\omega) \leq 0$  resultieren demnach ungedämpfte oder exponentiell mit der Zeit anwachsende Schwingungen. Nur falls sämtliche Lösungen der Gleichung (6.56) positive Imaginärteile aufweisen – d. h. falls nur exponentiell mit der Zeit gedämpfte Schwingungen als Lösung auftreten – ist die Schaltung *stabil* und kann keine selbsterregten Schwingungen ausführen.

Ist  $f_K$  die Frequenz, bei der der Betrag der Schleifenverstärkung den Wert eins aufweist und  $\varphi_K$  die Phase der Schleifenverstärkung für  $f = f_K$ , so heißt

$$\alpha = 180^\circ - |\varphi_K| \quad (6.57)$$

die *Phasenreserve* der Schaltung. Für stabile Schaltungen ist die Phasenreserve  $\alpha$  *positiv*; ihr Wert bestimmt das *Einschwingverhalten* der Schaltung. Um Überschwinger gering zu halten, sollte die Phasenreserve den Wert von ca.  $45^\circ$  nicht unterschreiten.



**Abb. 6.43.** Antwort der untersuchten Differenzierschaltung mit Phasenreserve  $\alpha = 5.7^\circ$  auf eine rechteckförmige Eingangsspannung der Amplitude 1 V

**Beispiel 6.3.1** Für den in Kap. 3.2.6 betrachteten Differenzierer ist  $\underline{Z}_1 = 1/(j\omega C)$  und  $\underline{Z}_2 = R$ , so daß

$$\underline{k} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + jf/f_g} \quad \text{mit} \quad f_g = \frac{1}{2\pi RC}.$$

Zeigt die Differenzverstärkung des verwendeten OP ein Tiefpaßverhalten erster Ordnung mit der Grenzfrequenz  $f_{co}$ , so ist die Schleifenverstärkung

$$\underline{T}(f) = \frac{A_D}{(1 + jf/f_{co})(1 + jf/f_g)}$$

und die Phase von  $\underline{T}(f)$

$$\varphi(\underline{T}) = -\arctan\left(\frac{f}{f_g}\right) - \arctan\left(\frac{f}{f_{co}}\right) .$$

Die Schaltung kann<sup>17</sup> keine selbsterregten Schwingungen ausführen, da  $|\varphi| = 180^\circ$  nur für  $f \rightarrow \infty$  und damit  $|\underline{T}| \rightarrow 0$  erreicht werden kann. Die Phasenreserve der Schaltung kann jedoch sehr geringe Werte annehmen. Aus  $|\underline{T}| = 1$  resultiert die folgende biquadratische Gleichung für  $f_K$

$$f_K^4 + f_K^2(f_{co}^2 + f_g^2) - (A_D^2 - 1)f_{co}^2 f_g^2 = 0$$

mit der für  $A_D \gg 1$  und  $f_g \ll f_T = A_D f_{co}$  gültigen Näherungslösung

$$f_K \approx \sqrt{f_T f_g} .$$

Für einen Operationsverstärker mit  $f_T = 1$  MHz,  $A_D = 10^5$  und einer Beschaltung mit  $f_g = 10$  kHz – entsprechend der Wahl  $R = 10$  k $\Omega$  und  $C = 1.59$  nF – resultiert die Lösung  $f_K \approx 100$  kHz, was in guter Näherung dem exakten Wert 99.75 kHz entspricht. Die Phasenreserve der Schaltung ist

$$\alpha = 180^\circ - \arctan\sqrt{\frac{10^5}{10^4}} - \arctan\sqrt{\frac{10^5}{10}} = 5.7^\circ ,$$

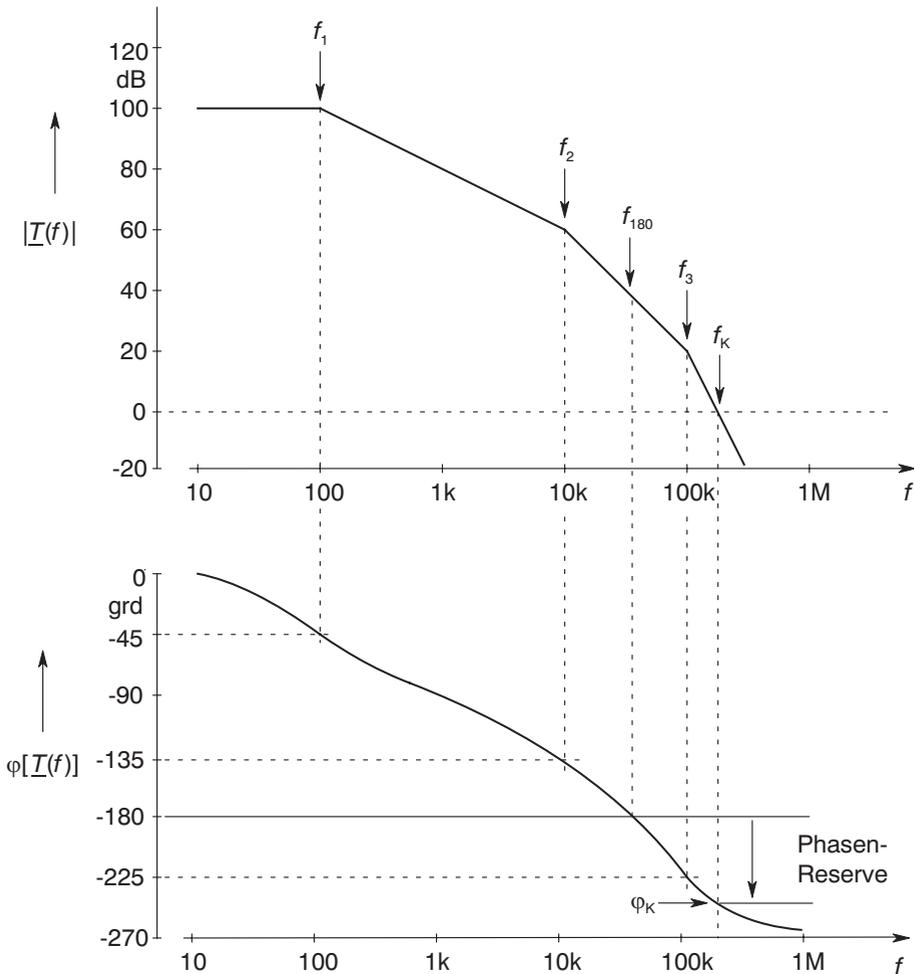
also wesentlich geringer als der für ein gutes Einschwingverhalten geforderte Wert von  $45^\circ$ . Das Ergebnis der SPICE-Transientenanalyse für den Fall der Ansteuerung mit einer rechteckförmigen Eingangsspannung zeigt deshalb sehr ausgeprägte Oszillationen der Ausgangsspannung (Abb. 6.43).  $\Delta$

## Bode-Diagramm

Betrachtungen zur Stabilität rückgekoppelter Schaltungen werden häufig anhand des zugehörigen Bode-Diagramms der Schleifenverstärkung  $\underline{T}(f)$  (vgl. Abb. 6.44) durchgeführt. Graphisch läßt sich aus der Auftragung von  $|\underline{T}(f)|$  sofort die Frequenz  $f_K$  bestimmen, bei der  $|\underline{T}(f)| = 1$  gilt. Zu dieser Frequenz wird dann in der Auftragung  $\varphi(\underline{T})$  der Phasenwinkel  $\varphi_K$  der Schleifenverstärkung abgelesen, aus dem die Phasenreserve  $\alpha = 180^\circ - |\varphi_K|$  folgt. Ist wie in Abb. 6.44  $|\varphi_K| > 180^\circ$ , so ist die Phasenreserve negativ: Eine Schaltung mit diesen Eigenschaften ist instabil und beginnt selbsterregt zu schwingen.

**Analyse mit PSPICE.** Der Frequenzgang der Schleifenverstärkung einer rückgekoppelten Schaltung kann mittels SPICE-AC-Analyse bestimmt werden. Der Eingang der Schaltung wird dabei auf Masse gelegt, die Rückkopplungsschleife wird aufgetrennt und eine AC-Quelle der komplexen Spannung

<sup>17</sup>Unter der Voraussetzung, daß keine zusätzlichen zu einer Phasenverschiebung führenden Effekte wirksam sind. In der Praxis könnten solche etwa durch Streukapazitäten oder die Eingangskapazität des OP hervorgerufen werden.



**Abb. 6.44.** Verwendung des Bode-Diagramms zur Stabilitätsanalyse

$\underline{v}_t$  eingefügt, wie dies in Abb. 6.45 am Beispiel des invertierenden Verstärkers illustriert ist. Wegen  $\underline{v}_a = -\underline{a}_d \underline{v}_n$  und  $\underline{v}_n = \underline{k} \underline{v}_t$  folgt die Schleifenverstärkung zu

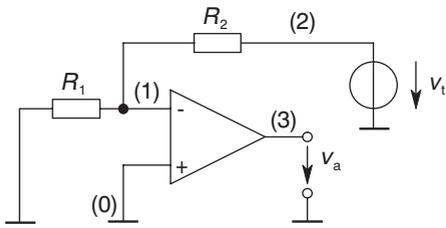
$$\underline{I}(\omega) = \underline{k} \underline{a}_d = -\underline{v}_a / \underline{v}_t .$$

Die SPICE-AC-Analyse liefert die Amplituden  $\hat{v}_a$  und  $\hat{v}_2$  als Funktion der Frequenz in der Form

$$\hat{v}_a = V(3) \cdot e^{jVP(3)} \quad \text{und} \quad \hat{v}_t = V(2) \cdot e^{jVP(2)} ,$$

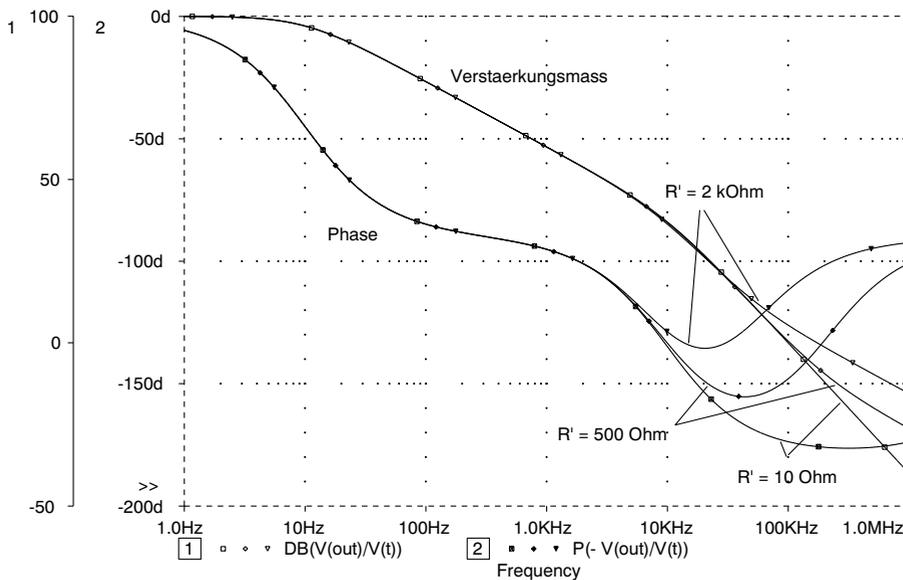
so daß

$$\underline{k} \underline{a}_d = -\frac{V(3)}{V(2)} \cdot e^{j[VP(3)-VP(2)]} = \frac{V(3)}{V(2)} \cdot e^{j[VP(3)-VP(2)-180^\circ]} .$$



**Abb. 6.45.** Bestimmung der Schleifenverstärkung

Verstärkungsmaß und Phase der Schleifenverstärkung lassen sich mittels PROBE demnach als  $DB(V(3)/V(2))$  bzw.  $VP(3) - VP(2) - 180$  ausgeben.



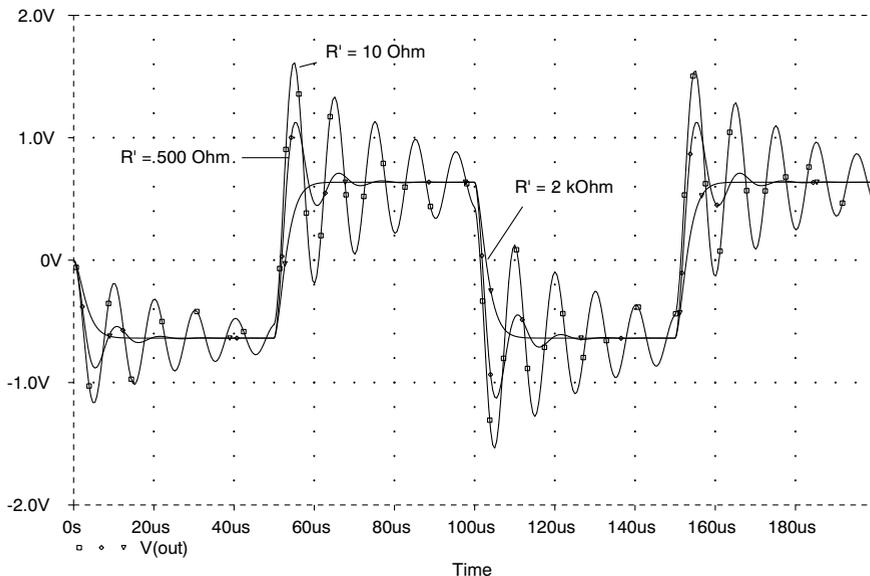
**Abb. 6.46.** Bode-Diagramm der Schleifenverstärkung  $\underline{T}$  des mit  $R'$  beschalteten Differenzierers für verschiedene Werte von  $R'$  und Phasengang des Rückkopplungsfaktors

**Beispiel 6.3.2** Die in Kap.6.2.6 und Beispiel 6.3.1 untersuchte Schaltung eines Differenzierers weist für  $f_T RC \gg 1$  eine unbefriedigende Phasenreserve auf. Zur Verbesserung kann ein Widerstand  $R' \ll R$  in Serie zu  $C$  geschaltet werden. Der Rückkopplungsfaktor

$$\underline{k} = \frac{R' + (j\omega C)^{-1}}{R + R' + (j\omega C)^{-1}} = \frac{1 + j\omega R' C}{1 + j\omega(R + R')C}$$

weist dann für sehr kleine und für sehr große Frequenzen einen verschwindend kleinen Imaginärteil auf – der durch  $\underline{k}$  bedingte Anteil der Phase der Schleifenverstärkung

$$\varphi(\underline{k}) = -\arctan\left(\frac{\omega RC}{1 + \omega^2 R'(R + R')C^2}\right)$$



**Abb. 6.47.** Einschwingverhalten des Differenzierers für verschiedene Werte von  $R'$

ist dann vernachlässigbar. Die maximale durch  $\underline{k}$  bedingte Phasendrehung resultiert für

$$f = 1/(2\pi\sqrt{R'(R'+R)}C)$$

und besitzt den Wert

$$\varphi_{\max}(\underline{k}) = -\arctan\left(\frac{R}{2R'}\sqrt{\frac{R'}{R+R'}}\right).$$

Um eine bestimmte Phasenreserve  $\alpha$  sicherzustellen, sollte  $\varphi_{\max}(\underline{k}) > \alpha - 90^\circ$  gewählt werden, falls  $\underline{a}_d$  ein Tiefpaßverhalten erster Ordnung zeigt. Die Forderung  $\alpha = 45^\circ$  führt so auf

$$R'^2 + RR' - R^2/4 > 0 \quad \text{bzw.} \quad R' > \frac{\sqrt{2}-1}{2} R \approx 2.1 \text{ k}\Omega.$$

Dies wird durch Abb. 6.46 bestätigt. In Abb. 6.47 ist das zugehörige Einschwingverhalten gezeigt, wobei am Eingang eine Dreiecksspannung mit  $2 V_{ss}$  und der Frequenz  $10 \text{ kHz}$  angelegt wurde. Dies sollte am Ausgang eine rechteckförmige Spannung liefern, die zwischen den Werten

$$\pm RC \left| \frac{dv_2}{dt} \right| = \pm 1.59 \text{ nF} \cdot 10 \text{ k}\Omega \cdot \frac{2 \text{ V}}{50 \mu\text{s}} \approx \pm 624 \text{ mV}$$

hin und her springt. Für die Werte  $R' = 10 \Omega$  und  $R' = 500 \Omega$  ist die Phasenreserve offensichtlich zu gering – es treten deutliche Oszillationen um den Sollwert auf; bei  $R' = 2 \text{ k}\Omega$  sind diese Überschinger wegen der erhöhten Phasenreserve unterdrückt, die Ausgangsspannung zeigt annähernd den erwarteten rechteckförmigen Verlauf.  $\Delta$

### 6.3.2 Frequenzgangkorrektur

Besitzt eine Schaltung keine ausreichende Phasenreserve, so muß eine Frequenzgangkorrektur vorgenommen werden. Dabei wird entweder der Frequenzgang der Leerlaufdifferenzverstärkung – durch eine Beschaltung des Operationsverstärkers – oder der Frequenzgang des Rückkopplungsfaktors verändert.

#### Dominant-Pol-Kompensation (Lag-Kompensation)

Für ohmsche Rückkopplungsnetzwerke ist der Rückkopplungsfaktor  $k$  reell, die Phase von  $\underline{T}(\omega)$  ist demnach gleich der Phase der Differenzverstärkung  $\underline{a}_d$  des OP. Da  $k$  nur Werte zwischen null und eins annehmen kann, gilt  $|\underline{T}(\omega)| < |\underline{a}_d(\omega)|$ , d. h. besitzt die Leerlaufdifferenzverstärkung des OP eine Phasenreserve  $\alpha \geq 45^\circ$ , so wird dieser Wert auch für alle ohmschen Rückkopplungsnetzwerke nicht unterschritten.

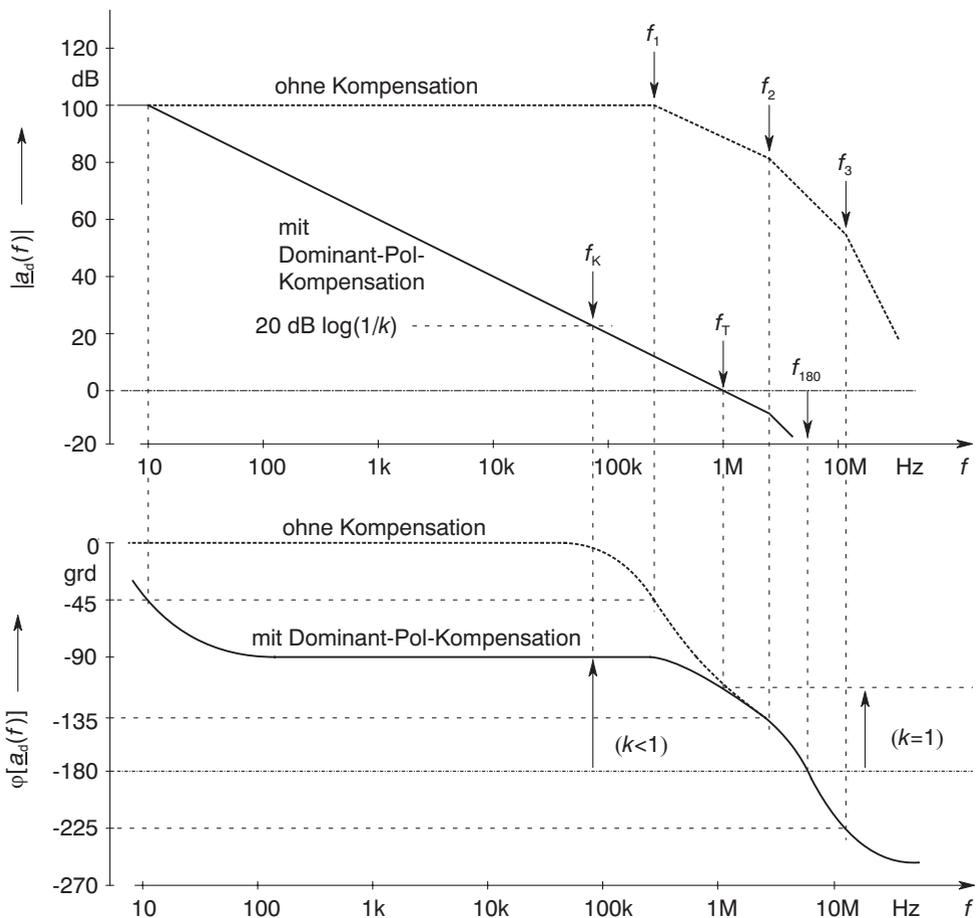


Abb. 6.48. Dominant-Pol-Kompensation des Frequenzgangs

Ohne besondere Maßnahmen zeigt die Differenzverstärkung das Verhalten eines Tiefpasses höherer Ordnung mit vergleichsweise dicht liegenden Grenzfrequenzen  $f_1, f_2, f_3$ , was in der Regel zu einer Phasenreserve  $\alpha < 0$  führt (vgl. Abb. 6.48). Um die Leerlaufdifferenzverstärkung  $\underline{a}_d$  mit einer ausreichenden Phasenreserve auszustatten werden OPs häufig mit einer *internen Frequenzkompensation* versehen. Durch diese nimmt die 3 dB-Grenzfrequenz  $f_1$  des zuerst wirksamen Tiefpasses so geringe Werte an, daß  $|\underline{a}_d|$  bei der 3 dB-Grenzfrequenz des als nächstes wirksam werdenden Tiefpasses bereits auf Werte  $\leq 0$  dB gedämpft wurde.<sup>18</sup> Dies ist in Abb. 6.48 illustriert. Offensichtlich gilt  $|\underline{a}_d(f_{180})| < 0$  dB, d. h. jede ohmsche Gegenkopplung führt bei einem derart kompensierten Verstärker zu einer stabilen Schaltung. Die Phasenreserve zum Rückkopplungsfaktor 1 läßt sich leicht bei  $f = f_T$  aus dem Diagramm ablesen. Die Phasenreserve zu einem Rückkopplungsfaktor  $k < 1$  läßt sich ebenfalls aus Abb. 6.48 ablesen: Bei  $f = f_K$  ist  $|k\underline{a}_d| = 1$ , d. h. das Verstärkungsmaß der Differenzverstärkung beträgt dort  $20 \text{ dB} \cdot \log(1/k)$ . Die Phasenreserve ergibt sich dann aus der Phasenverschiebung bei dieser Frequenz (vgl. Abb. 6.48).

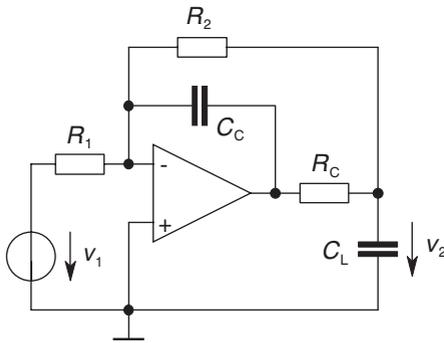
Als Nachteil der beschriebenen internen Dominant-Pol-Kompensation ist die starke Einschränkung der Bandbreite und damit des Verstärkungs-Bandbreite-Produkts des OP anzusehen. Bei Verstärkern mit Spannungsverstärkungen  $A_v \gg 1$  gilt  $k \ll 1$ , d. h. hier verursacht die interne Dominant-Pol-Kompensation eine unnötig starke Einschränkung von  $f_T$ . Für die Realisierung von *Breitbandverstärkern* werden deshalb auch OPs hergestellt, die über keine interne Kompensation des Frequenzgangs verfügen. Diese wird vom Anwender durch extern zugeschaltete Kapazitätswerte vorgenommen. Die zur Kompensation des Frequenzgangs verwendete Kapazität kann dabei so gewählt werden, daß die Bandbreite bei der geforderten Phasenreserve maximal wird.

## Lead-Kompensation

Ursache einer Instabilität bzw. einer zu geringen Phasenreserve ist die durch das Zusammenwirken mehrerer Tiefpässe bedingte Phase der Schleifenverstärkung. Durch ein Rückkopplungsnetzwerk mit *Hochpaßcharakteristik* kann dies kompensiert werden.

**Beispiel 6.3.3** Als Beispiel wird der Operationsverstärker mit interner Dominant-Pol-Kompensation und kapazitiver Last am Ausgang betrachtet. Hier ist wegen des endlichen Ausgangswiderstands  $R_A$  des OP am Ausgang ein zweiter Tiefpaß wirksam, der die Phasenreserve vermindert. Zur Verbesserung der Phasenreserve wird

<sup>18</sup>Durch die interne Kompensation wird in der Regel  $f_1$  zu kleineren Werten und  $f_2$  zu größeren Werten hin verschoben (pole splitting) [1, 5]. Die Schaltung wird dabei meist so ausgelegt, daß  $f_2 = f_T$  gilt - in diesem Fall ist die Phasenreserve beim Rückkopplungsfaktor  $k = 1$  gleich  $45^\circ$ .

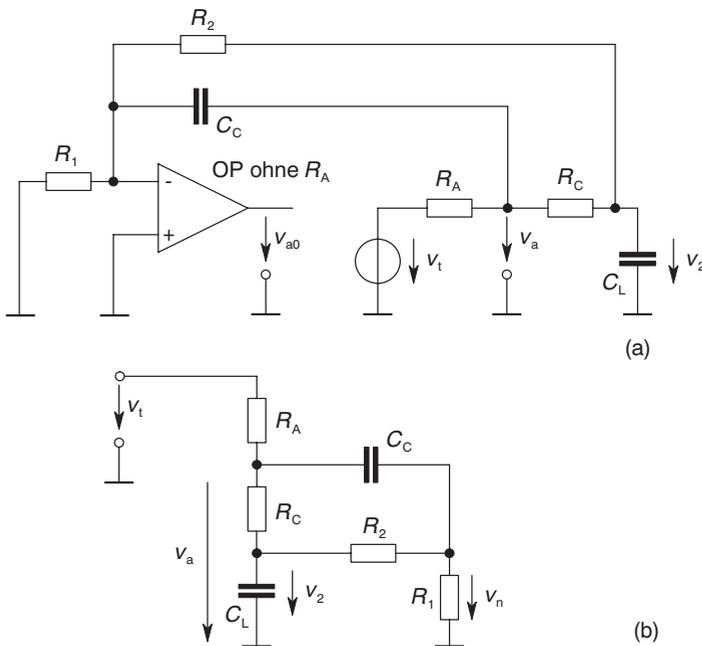


**Abb. 6.49.** Invertierender Verstärker mit verbessertem Einschwingverhalten

über  $C_C$  parallel zu  $R_2$  ein frequenzabhängiger Rückkopplungsweg hinzugeschaltet (Abb. 6.49). Wird die Belastung des durch  $R_A$ ,  $R_C$  und  $C_L$  gebildeten Spannungsteilers durch das Rückkopplungsnetzwerk vernachlässigt, so folgt  $\underline{v}_n$  durch Anwenden des Überlagerungssatzes zu (Abb. 6.50)

$$\underline{v}_n = \frac{k_0}{1 + j\omega k_0 R_2 C_C} \underline{v}_2 + \frac{j\omega k_0 R_2 C_C}{1 + j\omega k_0 R_2 C_C} \underline{v}_a,$$

wobei  $k_0 = R_1 / (R_1 + R_2)$  den Rückkopplungsfaktor des nicht kompensierten Verstärkers bezeichnet.



**Abb. 6.50.** Invertierender Verstärker mit kapazitiver Last. (a) Auftrennen der Schleife zur Berechnung der Schleifenverstärkung, (b) Teilschaltung zur Berechnung des Rückkopplungsfaktors

Aus der Spannungsteilerregel folgt ferner

$$\underline{v}_2 = \frac{1}{1 + j\omega(R_A + R_C)C_L} \underline{v}_t \quad \text{und} \quad \underline{v}_a = \frac{1 + j\omega R_C C_L}{1 + j\omega(R_A + R_C)C_L} \underline{v}_t.$$

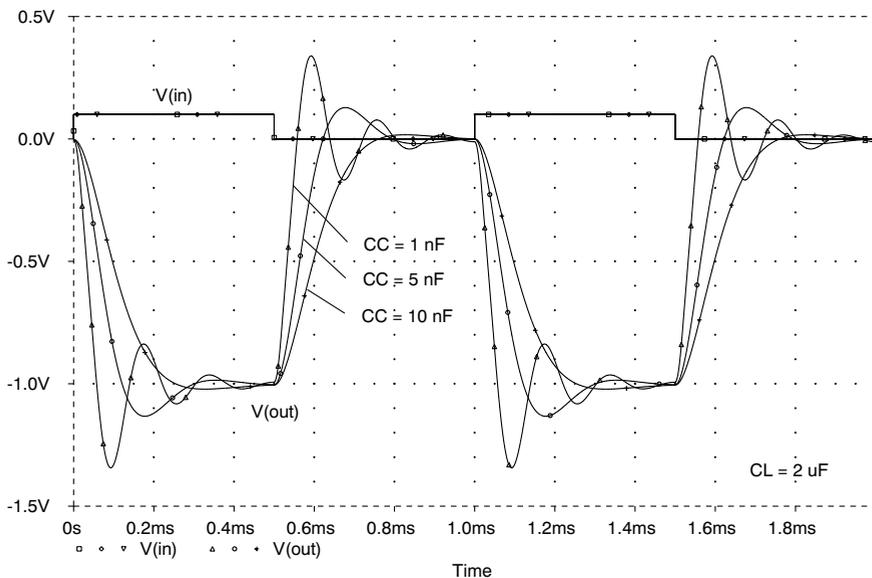
Durch Zusammenfassen ergibt sich daraus der Rückkopplungsfaktor  $\underline{k} = \underline{v}_n / \underline{v}_t$

$$\underline{k} = \frac{k_0}{1 + j\omega(R_A + R_C)C_L} \frac{1 + j\omega R_2 C_C (1 + j\omega R_C C_L)}{1 + j\omega k_0 R_2 C_C}$$

Zur Kompensation<sup>19</sup> des Terms  $1 + j\omega(R_A + R_C)C_L$  im Nenner ist

$$C_C \approx \frac{R_A + R_C}{R_2} C_L$$

zu wählen – ein größerer Wert würde zu einer unnötigen Verzögerung der Anstiegsflanke am Ausgang führen. Für  $C_L = 2 \mu\text{F}$ ,  $R_A = 35 \Omega$ ,  $R_C = 20 \Omega$  und  $R_2 = 10 \text{k}\Omega$  führt dies auf die Forderung  $C_C \approx 10 \text{nF}$ . Abbildung 6.51 zeigt das Einschwingverhalten eines entsprechenden Umkehrverstärkers – simuliert mit dem Makromodell des OP LM324 – für verschiedene Werte von  $C_C$ . Während für  $C_C = 1 \text{nF}$  und  $C_C = 5 \text{nF}$  noch deutliche Überschwinger bei rechteckförmiger Eingangsspannung auftreten, sind diese für  $C_C = 10 \text{nF}$  vollständig unterdrückt.  $\Delta$



**Abb. 6.51.** Einschwingverhalten eines invertierenden Verstärkers bei kapazitiver Last am Ausgang und Lead-Kompensation für unterschiedliche Werte von  $C_C$

<sup>19</sup>Der Term proportional zu  $\omega^2 R_C C_L$  im Nenner kann bei höheren Frequenzen den Frequenzgang der sich dann nicht mehr wie ein ohmscher Widerstand verhaltenden Ausgangsimpedanz des OP kompensieren, bzw. bei niedriger Verstärkung ( $k_0$  groß) die Auswirkung des Faktors  $1 + j\omega k_0 R_2 C_C$  im Nenner von  $\underline{k}$  mildern.

## 6.4 Rauschen von Operationsverstärkern

### 6.4.1 Rauschersatzschaltung

Das Rauschen eines OPs wird durch eine Erweiterung der in Kap. 6.1 betrachteten Ersatzschaltung um Rauschquellen erfaßt. Diese werden üblicherweise auf den Eingang des OP bezogen, wie dies in Abb. 6.52 dargestellt ist.

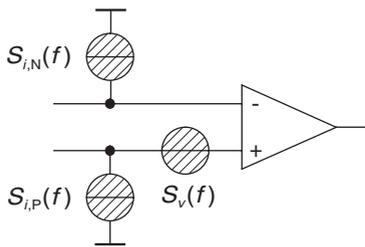


Abb. 6.52. Operationsverstärker mit Rauschquellen

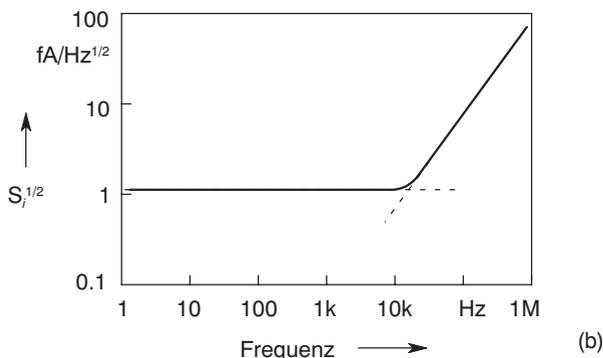
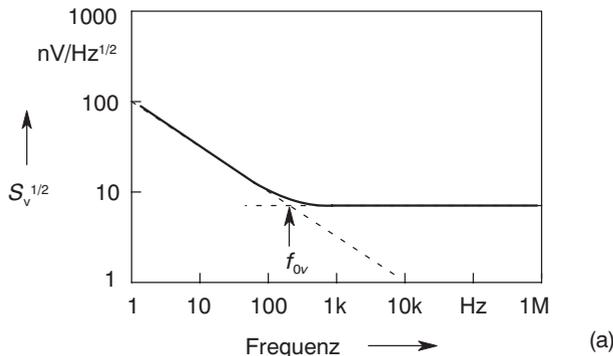
Die Spektren  $S_{i,P}(f)$ ,  $S_{i,N}(f)$  und  $S_v(f)$  der Rauschquellen werden durch das thermische Widerstandsrauschen und das Schrotrauschen der Halbleiterbauelemente bestimmt. Bei niedrigen Frequenzen ist darüber hinaus ein Anteil des  $1/f$ -Rauschens zu beobachten. Die Korrelation der Rauschquellen ist in der Regel gering und wird in den Datenblättern i.allg. nicht spezifiziert. Abbildung 6.53 zeigt die mittlere Rauschspannung und den mittleren Rauschstrom für ein Frequenzintervall von 1 Hz für den OP 101: Für  $f < f_{0v}$  wird  $S_v$  durch das  $1/f$ -Rauschen bestimmt, d. h.  $\sqrt{S_v}$  nimmt hier proportional zu  $1/\sqrt{f}$  ab. Das Rauschen einer Schaltung mit OP wird neben den Rauschquellen des OP durch die Rauschquellen der Beschaltung bestimmt. Als Beispiel wird der nichtinvertierende Verstärker betrachtet.

### 6.4.2 Rauschen des nichtinvertierenden Verstärkers

Das Rauschverhalten des von einer Quelle der Impedanz  $R_S$  angesteuerten nichtinvertierenden Verstärkers wird anhand der in Abb. 6.54 a dargestellten Ersatzschaltung untersucht. Diese kann durch Umzeichnen in die in Abb. 6.54 b gezeigte Form überführt werden. Die einzelnen Rauschquellen werden als nicht korreliert angenommen. Das Zusammenwirken der einzelnen Quellen läßt sich dann nach dem *Überlagerungssatz* berechnen, wobei die Auswirkung jeder Quelle auf die Ausgangsspannung separat untersucht wird. Zu diesem Zweck muß der jeweilige Übertragungsfaktor bestimmt werden.

Zunächst wird der Übertragungsfaktor  $V_a/I_1$  mit  $V_a = a_d V_d$  ermittelt. Hierzu wird die Teilschaltung 6.55 a betrachtet. Aus dem Knotensatz für (2)

$$j\omega c_d V_d = \frac{V_{nR1}}{R_1} + \frac{V_{nR1} - V_a}{R_2}$$



**Abb. 6.53.** Typischer Frequenzgang (a) der Rauschspannung und (b) des Rauschstroms eines Operationsverstärkers mit JFET-Eingangstransistoren

folgt mit  $A_{v0} = 1/k = (R_1 + R_2)/R_1$  durch Überlagerung

$$\underline{V}_{nR1} = \frac{1}{A_{v0}} (\underline{V}_a + j\omega c_d R_2 \underline{V}_d) .$$

Mit diesem Ergebnis und  $\underline{V}_d = \underline{V}_{nRS} - \underline{V}_{nR1}$  folgt aus dem Knotensatz für (1)

$$\underline{I}_1 = \frac{V_{RS}}{R_S} + j\omega c_d \underline{V}_d$$

die Beziehung

$$\underline{I}_1 = \left[ \frac{1}{R_S} + j\omega c_d \left( 1 + \frac{R_2}{A_{v0} R_S} \right) \right] \underline{V}_d + \frac{1}{A_{v0} R_S} \underline{V}_a$$

bzw. mit  $\underline{V}_a = a_d \underline{V}_d$

$$\frac{\underline{V}_a}{\underline{I}_1} = A_{v0} R_S \frac{1}{1 + \frac{1}{a_d} [A_{v0} + j\omega c_d (R_2 + A_{v0} R_S)]} = A_{v0} R_S \Xi(f) . \quad (6.58)$$

Dieses Ergebnis ermöglicht die Berechnung der Beiträge des Rauschens des Generatorinnenwiderstands und des Stromrauschens des nichtinvertierenden Eingangs.

Die Antwort der Ausgangsspannung auf das Spannungsrauschen des OP läßt sich ebenfalls mit dieser Beziehung ermitteln, falls die Rauschspannungsquelle

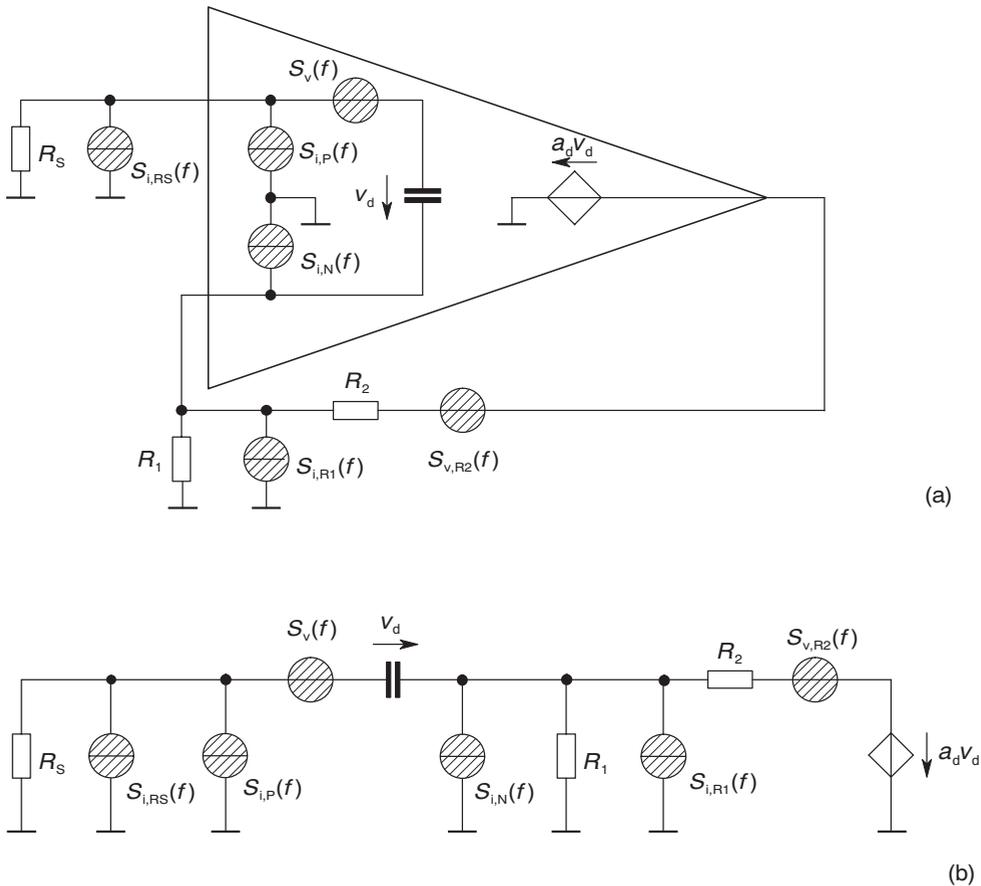


Abb. 6.54. Rauschersatzschaltung des invertierenden Verstärkers

durch eine äquivalente Rauschstromquelle ersetzt wird (Abb. 6.55 b). Für den Übertragungsfaktor der Eingangsrauschspannung ergibt sich damit

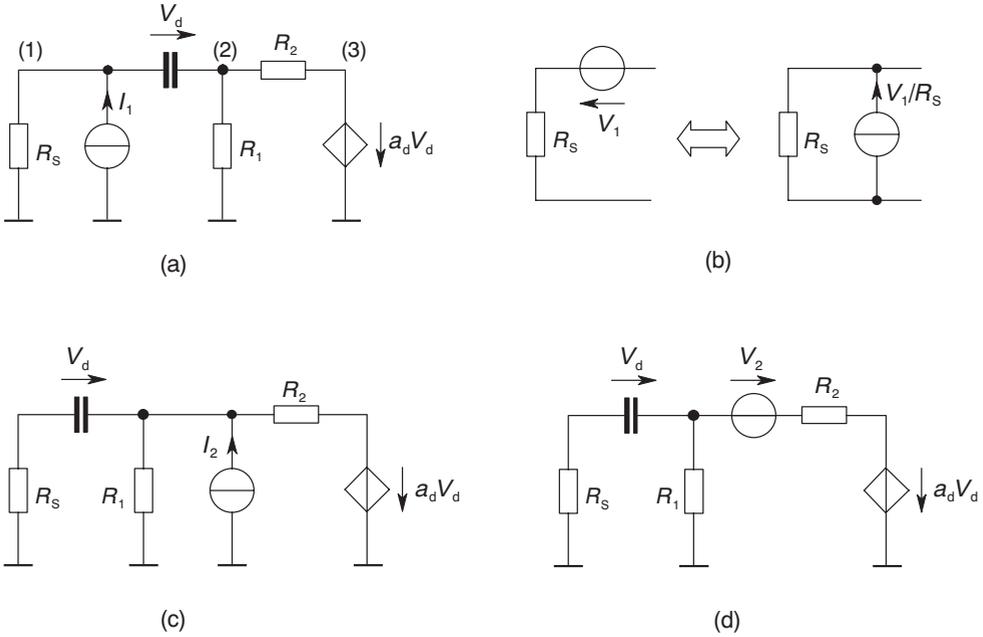
$$\underline{V}_a / \underline{V}_1 = A_{v0} \Xi(f) .$$

Um die Auswirkung des Rauschens von  $R_1$  sowie des Stromrauschens des invertierenden Eingangs auf die Ausgangsspannung zu bestimmen, ist der Übertragungsfaktor  $\underline{V}_a / \underline{I}_2$  für die in Abb. 6.55 c angegebene Teilschaltung zu ermitteln. Diese ergibt sich nach dem demselben Schema wie Gl. (6.58) zu

$$\underline{V}_a / \underline{I}_2 = -R_2 \Xi(f) .$$

Der Einfluß des Rauschens des Widerstands  $R_2$  auf die Ausgangsspannung läßt sich mit Hilfe des Übertragungsfaktors  $\underline{V}_a / \underline{V}_2$  für die in Abb. 6.55 d angegebene Teilschaltung bestimmen. Diese ergibt sich nach kurzer Rechnung zu

$$\underline{V}_a / \underline{V}_2 = -\Xi(f) .$$



**Abb. 6.55.** Teilschaltungen zur Berechnung des Rauschens der Ausgangsspannung

Durch Überlagerung folgt für die spektrale Leistungsdichte des Spannungsrauschens am Ausgang

$$S_{v,a}(f) = |\Xi(f)|^2 \{ A_{v0}^2 R_S^2 [ S_{i,RS}(f) + S_{i,P}(f) ] + A_{v0}^2 S_v(f) + R_2^2 [ S_{i,N}(f) + S_{i,R1}(f) ] + S_{v,R2}(f) \} .$$

Falls die Widerstände nur thermisches Rauschen aufweisen, ist

$$S_{i,RS}(f) = \frac{4k_B T}{R_S}, \quad S_{i,R1}(f) = \frac{4k_B T}{R_1}, \quad S_{v,R2}(f) = 4k_B T R_2 ,$$

so daß mit  $S_{i,P}(f) = S_{i,N}(f) = S_i(f)$  folgt

$$S_{v,a}(f) = |\Xi(f)|^2 [ 4k_B T ( A_{v0}^2 R_S + A_{v0} R_2 ) + ( A_{v0}^2 R_S^2 + R_2^2 ) S_i(f) + A_{v0}^2 S_v(f) ] .$$

Für  $A_{v0} \ll A_D$  und  $f \ll A_D / [ 2\pi ( R_2 + A_{v0} R_S ) c_d ]$  gilt die Näherung

$$\Xi(f) \approx \frac{1}{1 + jf/f_g} ,$$

wobei  $f_g = f_T / A_{v0}$  die Bandbreite des Verstärkers bezeichnet, und damit

$$S_{v,a} \approx \frac{A_{v0}^2}{1 + f^2/f_g^2} \left\{ 4k_B T \left( R_S + \frac{R_2}{A_{v0}} \right) + \left[ R_S^2 + \left( \frac{R_2}{A_{v0}} \right)^2 \right] S_i + S_v \right\} \quad (6.59)$$

Aus diesem Ergebnis lassen sich folgende Schlußfolgerungen für den Aufbau rauscharmer Verstärkerschaltungen ziehen:

1. Das *Widerstandsniveau* sollte gering gehalten werden. Kleine Werte für  $R_2$  halten den Einfluß des Stromrauschens des invertierenden Eingangs gering.
2. Bei hochohmigen Quellen ( $R_S$  groß) ist das *Stromrauschen* des nichtinvertierenden Eingangs besonders bedeutsam. In diesem Fall sollte demnach ein Operationsverstärker mit möglichst geringem Stromrauschen gewählt werden. Als geeignet erweisen sich hier Operationsverstärker mit FET-Eingang, bei denen der Eingangs-Rauschstrom i. allg. besonders niedrige Werte aufweist. Um das Rauschen minimal zu halten, ist bei der Verstärkung von Wechsellspannungssignalen geringer Amplitude eine Rauschanpassung bezüglich des Generatorinnenwiderstands vorzunehmen.
3. Bei niederohmigen Quellen ist besonders auf das *Spannungsrauschen* zu achten.
4. Da sich die effektive Rauschspannung am Ausgang durch Integration von  $S_{v,a}(f)$  über die Bandbreite ergibt

$$V_n = \sqrt{\int_f^{f+\Delta f} S_{v,a}(f) df},$$

sollte die *Bandbreite* der Verstärkerschaltung nicht unnötig groß gewählt werden.

**Beispiel 6.4.1** Mit einem OP ( $f_T = 1$  MHz,  $A_D = 10^5$ ) soll ein nichtinvertierender Verstärker der Spannungsverstärkung  $A_{v0} = 20$  aufgebaut werden. Zu bestimmen ist der Effektivwert der Rauschspannung im Frequenzbereich  $1 \text{ kHz} < f < 10 \text{ kHz}$ , falls dort

$$\sqrt{S_v} = 10 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}} \quad \text{sowie} \quad \sqrt{S_i} = 1 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$$

gilt. Der Quellwiderstand betrage  $R_S = 1 \text{ k}\Omega$ , ferner gelte  $R_2 = 50 \text{ k}\Omega$ ; die Eingangskapazität des OP wird als vernachlässigbar klein angenommen. Die Bandbreite ist  $f_g = 1 \text{ MHz}/20 = 50 \text{ kHz}$ , so daß im betrachteten Frequenzbereich  $|\Xi(f)|^2 \approx 1$  gilt. Die Spektralfunktion  $S_{v,a}(f)$  wird damit unabhängig von der Frequenz; mit den Zahlenwerten  $R_S = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 50 \text{ k}\Omega$  führt dies bei  $T = 300 \text{ K}$  auf

$$S_{v,a} \approx 400 \cdot (1.66 \cdot 10^{-17} \cdot 3.5 + 7.25 \cdot 10^{-24} + 10^{-16}) \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} = 6.3 \cdot 10^{-14} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}}.$$

Der Effektivwert der Rauschspannung im betrachteten Frequenzintervall  $\Delta f$  folgt daraus zu

$$V_n = \sqrt{S_{v,a} \Delta f} = \sqrt{6.3 \cdot 10^{-14} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} \cdot 9 \cdot 10^3 \text{ Hz}} \approx 24 \mu\text{V}.$$