# 1 Deskriptive Statistik

Die deskriptive Statistik beschäftigt sich mit der Organisation, Darstellung und Zusammenfassung von Daten, um sie übersichtlich und für den Betrachter leicht fassbar zu machen. Zu diesen Zwecken bedient sie sich verschiedener Mittel wie Tabellen und Diagrammen (Kap. 1.1). Graphische Darstellungen haben die Fähigkeit, komplexe Zusammenhänge schnell und einfach verständlich zu machen. Auf der anderen Seite sind mit ihrer Anwendung eine Reihe von Problemen verbunden. Mit der Einführung verschiedener Skalentypen ebnet Kapitel 1.2 den Weg zu einem qualifizierten Umgang mit Daten. Das Zusammenfassen von Daten geschieht mittels verschiedener mathematischer Kennwerte (Kap. 1.3). Sie bilden die Grundlage für viele weitere statistische Konzepte. Zum Abschluss des Kapitels werden wir uns mit der Standardisierung von Daten beschäftigen, die ein unverzichtbares Instrument für jeden empirischen Sozialwissenschaftler darstellt.

Dieses erste Kapitel bildet das Fundament für alle folgenden Fragestellungen. Die Einfachheit einiger der hier behandelten Probleme sollte aber nicht Anlass dazu geben, die Wichtigkeit der Materie zu unterschätzen. Je besser und tiefgehender Ihr Verständnis dieses Kapitels sein wird, desto leichter wird Ihnen auch die Beschäftigung mit den folgenden, etwas weniger trivialen Konzepten fallen.

Die systematische Darstellung gesammelter Daten ermöglicht deren Auswertung.

## 1.1 Organisation und Darstellung von Daten

Die anschauliche Darstellung von Daten ermöglicht eine systematische Betrachtung der Werte und erlaubt erste Schlüsse ohne komplizierte statistische Verfahren. Die Grundlage des folgenden Kapitels bildet ein psychologischer Gedächtnistest, der in der Einleitung bereits ausführlich erläutert wurde. Nach der Durchführung eines solchen Tests erhalten wir eine große Menge Rohdaten, die in dieser Form wenig Aussagekraft besitzt. Im Folgenden geht es darum, diese Datenmenge zu strukturieren, um sie tabellarisch wie graphisch darstellen zu können. Zunächst werden wir das der Einfachheit halber für eine kleine Auswahl von N = 10 Versuchspersonen aus dem Gedächtnisexperiment tun Der gesamte Datensatz wird erst ab Kapitel 2 zur Anwendung kommen.

### 1.1.1 Aufbereitung von Messdaten

Dieser Unterpunkt beschäftigt sich mit der tabellarischen Darstellung von Daten. Sie stellt normalerweise den ersten Schritt nach einer Datenerhebung dar.

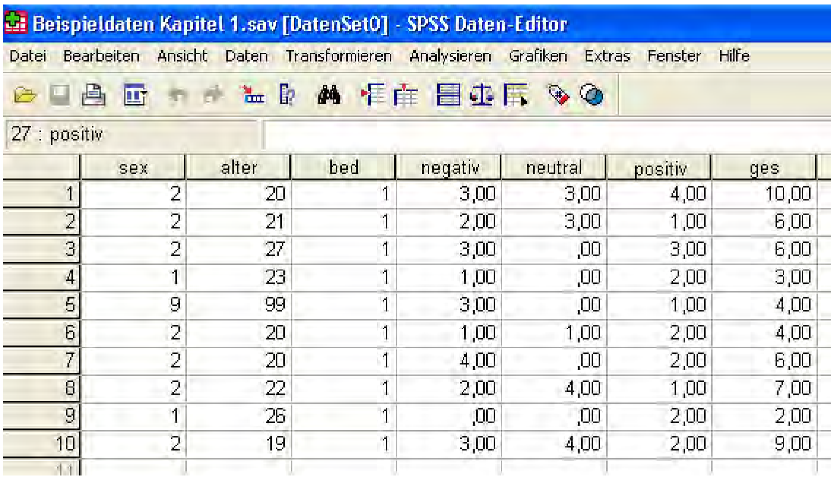
Datenmatrizen werden z.B. mittels des Computerprogramms SPSS hergestellt.

#### Datenmatrix

In einer Datenmatrix werden allen gesammelten Informationen Zahlen zugeordnet. Dies geschieht z.B. mittels des Computerprogramms SPSS. Bei der Erstellung einer Datenmatrix in SPSS sieht der Computerbildschirm aus wie das folgende Datenfenster, in dem die Daten von zehn Versuchspersonen eingetragen sind. Die erste Zeile zeigt die verschiedenen erfassten Variablen in abgekürzter Form. Dies sind im Einzelnen:

| | |
|---|---|
| „sex“: | Geschlecht |
| „alter“: | Alter |
| „bed“: | Verarbeitungsbedingung |
| „negativ“: | Anzahl erinnerter negativer Adjektive |
| „neutral“: | Anzahl erinnerter neutraler Adjektive |
| „positiv“: | Anzahl erinnerter positiver Adjektive |
| „ges“: | Gesamtzahl erinnerter Adjektive |

Die erste Spalte teilt den Versuchspersonen fortlaufende Nummern zu. Alle Versuchspersonen haben hier die Adjektive strukturell verarbeitet (bed = 1).



Beispieldaten Kapitel 1.sav [DatenSet0] - SPSS Daten-Editor

Datei Bearbeiten Ansicht Daten Transformieren Analysieren Grafiken Extras Fenster Hilfe

27 : positiv

| | sex | alter | bed | negativ | neutral | positiv | ges |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 20 | 1 | 3,00 | 3,00 | 4,00 | 10,00 |
| 2 | 2 | 21 | 1 | 2,00 | 3,00 | 1,00 | 6,00 |
| 3 | 2 | 27 | 1 | 3,00 | ,00 | 3,00 | 6,00 |
| 4 | 1 | 23 | 1 | 1,00 | ,00 | 2,00 | 3,00 |
| 5 | 9 | 99 | 1 | 3,00 | ,00 | 1,00 | 4,00 |
| 6 | 2 | 20 | 1 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 4,00 |
| 7 | 2 | 20 | 1 | 4,00 | ,00 | 2,00 | 6,00 |
| 8 | 2 | 22 | 1 | 2,00 | 4,00 | 1,00 | 7,00 |
| 9 | 1 | 26 | 1 | ,00 | ,00 | 2,00 | 2,00 |
| 10 | 2 | 19 | 1 | 3,00 | 4,00 | 2,00 | 9,00 |

Abb. 1.1. Datenfenster SPSS

## Kodierung

Um alle erhobenen Daten in einer Matrix wiedergeben zu können, ist es notwendig, den unterschiedlichen Ausprägungen der Variablen Zahlen zuzuordnen. Dies ist immer dann einfach, wenn eine der Variablen in der Untersuchung sowieso aus Zahlen besteht, wie bei der Variable „Alter“. Anders verhält es sich bei Variablen wie z.B. „Geschlecht“, dessen Ausprägungen erst „kodiert“ werden müssen. Eine Kodierung könnte folgendermaßen aussehen:

Verschiedene Variablen müssen erst kodiert werden, bevor sie in einer Datenmatrix verarbeitet werden können.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Variable: Geschlecht | Ausprägungen: | männlich | = 1 |
| | | weiblich | = 2 |
| Variable: Verarbeitungsbedingung | Ausprägungen: | strukturell | = 1 |
| | | bildhaft | = 2 |
| | | emotional | = 3 |

## Fehlende Werte

Warum steht in der Datenmatrix bei Versuchsperson Nr. 5 unter „sex“ eine Neun? Bei einer Datenerhebung schleichen sich immer wieder Fehler ein, die ganz unterschiedliche Ursachen haben können: Jemand schaut bei seinem Nachbarn ab, jemand kannte die Untersuchung schon, ein anderer hat keine Lust und füllt die Fragebögen gar nicht oder nur unvollständig aus. Letzteres war offensichtlich bei Versuchsperson Nr. 5 der Fall: Sie hat an dem Gedächtnisexperiment teilgenommen, aber keine oder eine nicht eindeutige Geschlechts- und Altersangabe gemacht. Die vorhandenen

Zahlen außerhalb des Wertebereichs markieren fehlende Werte.

Fehlende Werte werden meist mit 9 oder 99 gekennzeichnet.

Daten (die Anzahl erinnerter Adjektive) sind in diesem Fall aber trotzdem verwertbar. Es wäre möglich, dieses Feld einfach frei zu lassen. SPSS würde das leere Feld dann als einen fehlenden Wert erkennen. Allerdings sind solche fehlenden Werte leichter im Datensatz zu erkennen, wenn Sie durch bestimmte Zahlen gekennzeichnet sind. In SPSS gibt es in der Variablenansicht die Möglichkeit, bestimmte Zahlen oder ganze Wertebereiche als fehlende Werte zu definieren. Diese Kodierung erfolgt mit Zahlen, die außerhalb des Wertebereichs liegen. Unsere vollständige Kodierung für die Variable „Geschlecht“ sieht also wie folgt aus:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Variable: Geschlecht | Ausprägungen: | männlich | = 1 |
| | | weiblich | = 2 |
| | | fehlend | = 9 |

Analog verhält es sich mit der Variable „Alter“. Per Konvention kennzeichnen die Zahlen neun, 99 etc. fehlende Werte, sofern sie außerhalb des Wertebereichs liegen. Zu beachten ist, dass eine Null unter „neutral“ bei Versuchsperson Nr. 5 keineswegs einem „leeren Feld“ entspricht, denn die Null ist ja Teil des Wertebereichs. Die Versuchsperson hat kein einziges neutrales Adjektiv erinnert.

### 1.1.2 Organisation von Daten

Eine Datenmatrix wie die aus dem vorherigen Abschnitt ist eine Möglichkeit der tabellarischen Darstellung von erhobenen Daten. Durch diese Art der Darstellung lassen sich die Charakteristika jeder einzelnen Versuchsperson erkennen. Allerdings gibt es noch andere Perspektiven, die Daten zu betrachten: So kann die Frage interessieren, wie häufig z.B. zwei oder sechs Wörter erinnert wurden. Eine so genannte Häufigkeitsverteilung ist dafür die geeignete Darstellungsmethode. Das Programm SPSS bietet solche Häufigkeitstabellen an. Sie sind zu erzeugen über den Menüpunkt „Analysieren“ → „Deskriptive Statistiken“ → „Häufigkeiten“. Das Programm erstellt die gewünschten Tabelle von allen Variablen, die aus der links abgebildeten Liste aller Variablen in das rechte Feld „Variable(n)“ bewegt wurden.

Tabelle 1.1. SPSS-Tabelle (Häufigkeitsverteilung)

**Gesamtzahl erinnerter Wörter**

| | | Häufigkeit | Prozent | Gültige Prozente | Kumulierte Prozente |
|---|---|---|---|---|---|
| Gültig | 2,00 | 1 | 10,0 | 10,0 | 10,0 |
| | 3,00 | 1 | 10,0 | 10,0 | 20,0 |
| | 4,00 | 2 | 20,0 | 20,0 | 40,0 |
| | 6,00 | 3 | 30,0 | 30,0 | 70,0 |
| | 7,00 | 1 | 10,0 | 10,0 | 80,0 |
| | 9,00 | 1 | 10,0 | 10,0 | 90,0 |
| | 10,00 | 1 | 10,0 | 10,0 | 100,0 |
| | Gesamt | 10 | 100,0 | 100,0 | |

Aus dieser Darstellung ist nicht mehr ersichtlich, welche Ergebnisse eine einzelne, konkrete Versuchsperson erzielt hat. Stattdessen sind hier die Ergebnisse der Gesamtgruppe aller Versuchspersonen besser zu erkennen.

absolute Häufigkeit

Prozent

gültige Prozente

kumulierte Prozente

Die erste Spalte zeigt die Anzahl erinnerter Adjektive an, „Häufigkeit" die entsprechende absolute Häufigkeit dieser Anzahl. So wurden genau sechs Wörter von insgesamt drei Versuchspersonen erinnert. Die dritte Spalte, „Prozent", dokumentiert die Prozentwerte der Häufigkeiten, ebenso wie die Spalte „Gültige Prozente". Sie ist nur dann von Interesse, wenn einzelne Werte ungültig sind. Schließlich addiert die letzte Spalte, „Kumulierte Prozente", diese Prozentwerte auf (kumulieren = anhäufen). Werden alle erhobenen Daten berücksichtigt, summieren sich die Prozentwerte zu 100 auf.

absolute Häufigkeit $f_k$

Die Abkürzung $f_k$ (für frequency) bezeichnet die absolute Häufigkeit eines Werts k. Laut Tabelle 1.1 ist die absolute Häufigkeit des Werts sechs gleich drei, also $f_{k=6} = 3$. Das bedeutet, dass drei Personen je sechs Adjektive erinnert haben.

relative Häufigkeit $f_{rel_k}$

Die relative Häufigkeit ist definiert als die absolute Häufigkeit $f_k$ dividiert durch den Stichprobenumfang n, also:

$$f_{rel_k} = \frac{f_k}{n}$$

Die relative Häufigkeit des Werts sechs ist demnach 0,3.

prozentuale Häufigkeit $\%_k$

Durch Multiplikation der relativen Häufigkeit mit 100 ergibt sich die prozentuale Häufigkeit, abgekürzt $\%_k$:

$$\%_k = f_{rel_k} \cdot 100\%$$

30% der Personen haben sechs Wörter erinnert.

Welchen Nutzen hat eine solche Häufigkeitsverteilung? Sie gestattet Aussagen wie „Sechs oder weniger Adjektive wurden von 70% der Versuchspersonen erinnert“ oder „20% der Versuchspersonen erinnerten mehr als sieben Wörter“. Weiterhin ist ersichtlich, dass Werte von zehn Versuchspersonen erhoben wurden, die zwischen zwei und zehn Adjektiven erinnerten. Fragestellungen wie diese sind in den empirischen Sozialwissenschaften häufig von Bedeutung.

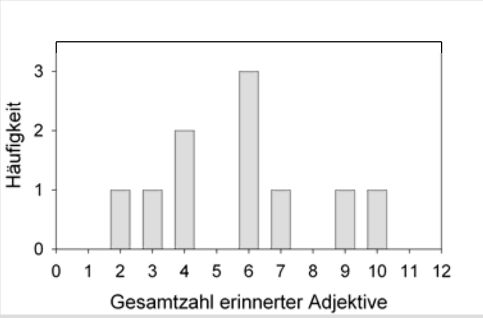
### 1.1.3 Darstellung von Daten

Die graphische Darstellung von Daten ist noch wesentlich anschaulicher als eine Tabelle allein, obwohl sie keinerlei neue Information enthält. Je nach Art der Variable, die wiedergegeben werden soll, gibt es verschiedene Möglichkeiten der Repräsentation.

### Das Histogramm

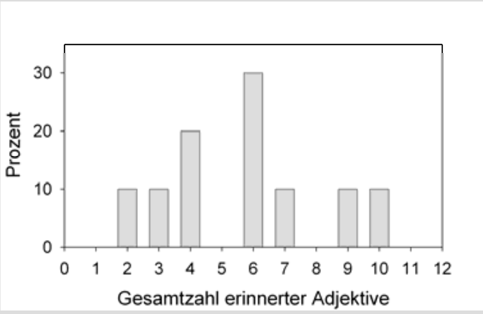
In einem Histogramm (Säulendiagramm) sind die Häufigkeiten der Messwerte abzulesen. Auf der Abszisse (x-Achse) werden die Ausprägungen der Variablen oder deren Kategorien abgetragen, auf der Ordinate (y-Achse) wird die Häufigkeit dieser Ausprägungen angezeigt.

Abb. 1.2. Absolute Häufigkeit in einem Histogramm



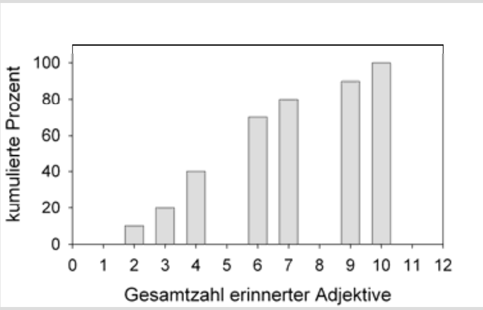

In dem Histogramm in Abb. 1.2 sind die absoluten Häufigkeiten abgetragen. Es stellt das graphische Äquivalent zu der Spalte „Frequency“ der SPSS-Häufigkeitsverteilung auf Seite 5 dar.

Abb. 1.3. Prozentuale Häufigkeit




Doch auch alle weiteren Spalten lassen sich graphisch zum Ausdruck bringen. In Abb. 1.3 ist auf der Ordinate nicht mehr die absolute, sondern die prozentuale Häufigkeit abgetragen.

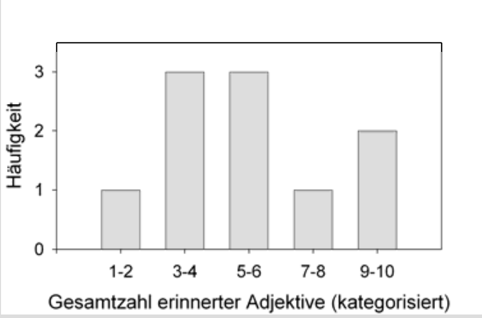
Abb. 1.4. Kum. prozentuale Häufigkeit




Das Histogramm in Abbildung 1.4 bildet die kumulierte prozentuale Häufigkeit ab. Bei Berücksichtigung aller Werte erreicht die letzte Säule dabei 100%.

In Abbildung 1.5 sind jeweils zwei mögliche Ausprägungen zu einer Kategorie zusammengefasst. Eine solche Vorgehensweise kann in verschiedenen Fällen sinnvoll sein, wenn die Datenstruktur vereinfacht werden soll oder wenn Aussagen über Bereiche an Stelle von Einzelwerten interessieren (z.B. über Zeitspannen mehrerer Messeinheiten). Dabei ist es wichtig, dass die Kategorien nur in begründeten Sonderfällen unterschiedliche Größen haben, da sonst eine Verzerrung des Datenmaterials die Folge sein kann.

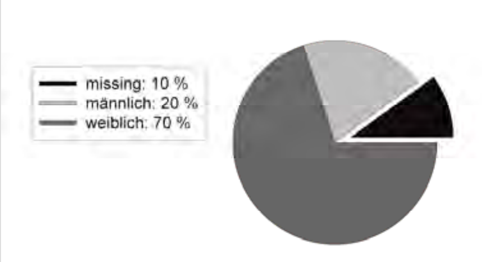
Abb. 1.5. Kategorisierung




## Das Kreisdiagramm

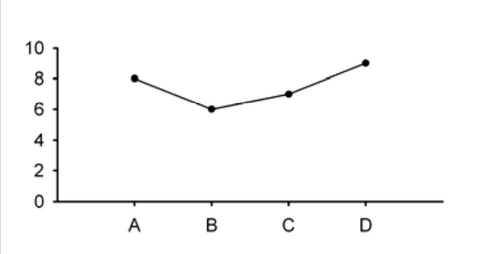
Das Kreisdiagramm (Abb. 1.6) eignet sich für nominalskalierte Variablen wie z.B. Geschlecht (vgl. Kap. 1.2.1). Auch dieses Diagramm stellt verschiedene Ausprägungen einer Variablen dar. Seine Interpretation ist sehr einfach. Die ganze Information, die in dem Kreisdiagramm steckt, war auch schon in der Datenmatrix aus Kapitel 1.1 enthalten. Jetzt ist sie allerdings auf einen Blick ersichtlich. Natürlich beinhaltet die Datenmatrix auch noch weit mehr Informationen als die in dem Kreisdiagramm allein behandelte Frage der Geschlechterverteilung unter den Versuchspersonen.

Abb. 1.6. Kreisdiagramm




In SPSS lassen sich leicht Graphiken für unterschiedliche Zwecke erstellen. Eine Erläuterung für die Varianten Histogramm und Kreisdiagramm finden Sie auf der Internetseite zu diesem Buch.

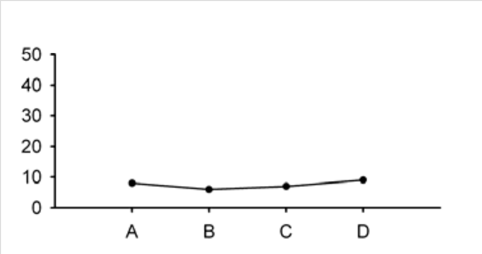
Abb. 1.7. Kleine Intervalle




## Kritischer Umgang mit Graphiken

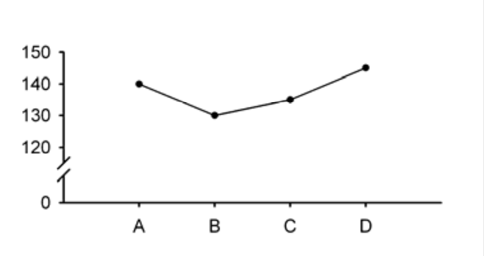
Graphische Darstellungen ermöglichen ein schnelles Verständnis verschiedener Sachverhalte. Sie bergen aber auch gewisse Risiken, die bei der Betrachtung solcher Abbildungen zu beachten sind. Die Gefahr möglicher Verzerrungen wurde schon bei der Behandlung der Histogramme genannt.

Abb. 1.8. Große Intervalle




Per Konvention hat die Ordinate etwa 2/3 bis 3/4 der Länge der Abszisse. Die Einhaltung dieses Richtwerts ist angezeigt, um etwaigen Verzerrungen vorzubeugen. Durch Maßstabsverzerrung auf Ordinate und Abszisse kann die Form einer Verteilung vorgetäuscht werden. Um solchen Verzerrungen nicht zu erliegen, sind die kritische Betrachtung und Prüfung der gewählten Maßstäbe solcher Darstellungen erforderlich. Die Abbildungen 1.7 und 1.8 verdeutlichen diesen Sachverhalt: Der Unterschied zwischen den

Abb. 1.9. Verkürzte Achse




Es gibt vier hierarchisch geordnete Skalentypen:

Nominalskala

Ordinalskala

Intervallskala

Verhältnisskala

Werten erscheint in der ersten Abbildung viel größer als in der zweiten.

Soll aus Gründen der Platzersparnis eine verkürzte Achse eingesetzt werden, so muss dies durch zwei Trennlinien an der entsprechenden Stelle kenntlich gemacht werden (Abb. 1.9).

## 1.2 Skalentypen

Die Zuordnung von Zahlen zu einem Ereignis oder einer Eigenschaft ist eine Begebenheit, die jedem von uns täglich widerfährt. Verschiedene Buslinien haben verschiedene Nummern, Sportergebnisse werden oft in Zahlen ausgedrückt, ganz gleich ob diese für erzielte Zeiten, Punkte oder Tore stehen. Doch nach welchen Gesetzen erfolgen diese Zuordnungen? Während ein qualitativer Unterschied zwischen ein oder drei erzielten Toren sofort ersichtlich ist, macht eine solche Bewertung bei unterschiedlichen Buslinien keinen Sinn. Offensichtlich gibt es feste Regeln, nach denen einer Variablen Zahlen zugeordnet werden, die die Quantität oder Qualität dieser Variablen widerspiegeln sollen. Diese Regeln werden durch vier verschiedene Skalentypen verkörpert: der Nominal-, der Ordinal-, der Intervall- und der Verhältnisskala. Aufgrund ihrer unterschiedlichen Aussagekraft spricht man im Allgemeinen von vier Skalenniveaus. Skalenniveaus sind in allen empirischen Sozialwissenschaften von entscheidender Bedeutung, denn erst sie ermöglichen den sinnvollen Umgang mit statistischen Verfahren.

Achtung: Mit Zahlen allein sind natürlich die verschiedensten Rechenoperationen möglich. Sobald den Zahlen aber Ausprägungen sozialwissenschaftlicher Merkmale zugeordnet sind, müssen wir uns Gedanken darüber machen, welche mathematischen Operationen mit diesen Zahlen auch inhaltlich erlaubt und sinnvoll sind. Genau dies geschieht bei der Festlegung eines Skalenniveaus. Diese Festlegung hängt von zwei Faktoren ab:

a) den Eigenschaften des zu messenden Merkmals
b) der Art der Abbildung des Merkmals durch das Messinstrument

Die Skalenniveaus folgen einer Hierarchie: Je höher die Stufe auf der Leiter der Skalenniveaus, desto vielfältiger sind auch die Aussagemöglichkeiten. Der Preis dafür sind die Einschränkungen bei der Transformierbarkeit der Daten. Transformation meint das Ausdrücken derselben Sachverhalte mit anderen Zahlen. Erlaubte Transformationen sind alle diejenigen mathematischen Umwandlungen von Daten, die keinen Aussageverlust zur Folge haben. Je höher das Skalenniveau, desto weniger Transformationen sind erlaubt. Die Hierarchie beginnt bei der rudimentärsten aller Skalen, der Nominalskala.

### 1.2.1 Die Nominalskala

Die Nominalskala bildet das niedrigste Skalenniveau. Dies bedeutet keineswegs, dass sie keine sinnvollen Aussagen zulässt, sondern zollt lediglich der Tatsache Tribut, dass die Nominalskala die wenigsten, nämlich nur zwei Annahmen bei der Messung einer Variablen macht. Zahlen auf Nominalskalenniveau markieren verschiedene Qualitäten oder Kategorien der Variable. Die zwei Annahmen oder Regeln bei der Zuweisung von Zahlen sind:

1. Unterschiedlichen Merkmalsausprägungen werden unterschiedliche Zahlen zugeordnet (Exklusivität).
2. Es existiert eine Zahl für jede beobachtete oder potentiell bestehende Merkmalsausprägung (Exhaustivität).

Diese Annahmen gelten für alle vier Skalentypen, für die Nominalskala sind sie aber die einzigen.

Die Nominalskala macht Aussagen über Gleichheit/Verschiedenheit von Merkmalsausprägungen.

Zahlen auf dem Nominalskalenniveau unterscheiden also nur zwischen Gleich- und Verschiedenheit. Der zugewiesene numerische Wert ist ohne Bedeutung. Wichtig ist lediglich, dass unterschiedlichen Merkmalsausprägungen auch unterschiedliche Zahlen zugeteilt werden.

Da für die Nominalskala lediglich die Verschiedenheit bzw. Gleichheit der zugeordneten Zahlen relevant ist, sind mit diesen beliebige Transformationen möglich. Zahlen, die vor der Umwandlung gleich waren, müssen dies auch danach sein. Zahlen, die vorher unterschiedlich waren, müssen auch danach unterschiedlich sein. Transformationen, die dies gewährleisten, heißen eineindeutige Transformationen: $x_1 \neq x_2$.

Die Nominalskala erlaubt alle eineindeutigen Transformationen.

Ein Beispiel für eine Nominalskala sind die Rückennummern einer Sportmannschaft, von denen jeder Spieler eine andere trägt. Welche

dies speziell ist, hat keinen Belang für den primären Zweck der Nummern, der Unterscheidungsmöglichkeit der Spieler.
Die Rückennummern dürfen theoretisch nach beliebigen Regeln umgeformt werden, solange auch nach der Transformation jede Nummer in jeder Mannschaft nur einmal existiert.

### 1.2.2 Die Ordinalskala

Die Ordinalskala schließt die Aussagen der Nominalskala (Gleichheit und Verschiedenheit) mit ein. Sie trifft aber noch eine weitere Annahme, abgesehen von der Exklusivität und der Exhaustivität. Um Ordinalskalenniveau zu entsprechen, müssen die zugeordneten Zahlen folgende zusätzliche Bedingung erfüllen:

3. Die Zahlen repräsentieren Unterschiede einer bestimmten Größe in Bezug auf die Merkmalsausprägung.

Die Ordinalskala macht zusätzlich zur Gleichheit/Verschiedenheit Aussagen über Größer-Kleiner-Relationen von Merkmalsausprägungen.

Die Ordinalskala erlaubt also Größer-Kleiner-Aussagen über die Merkmalsausprägungen und bringt sie auf diese Weise in eine Reihenfolge. Deshalb wird die Ordinalskala oft auch Rangskala genannt. Über die Größe der Unterschiede zwischen den einzelnen Rängen macht diese Skala keine Aussage. Die zugeordneten Zahlen müssen keineswegs aufeinander folgen. Sie können frei gewählt werden, solange die Größer-Kleiner-Relation gewahrt bleibt.

Die Ordinalskala erlaubt alle monotonen Transformationen.

Für mögliche Transformationen gibt es bei der Ordinalskala im Vergleich mit der Nominalskala nur die Einschränkung, dass die vor der Umformung herrschende Reihenfolge auch nach dieser noch bestehen muss. Umwandlungen dieser Art heißen monotone Transformationen.

Die Reihenfolge des Einlaufs bei einem 100m-Lauf stellt ein Beispiel einer Ordinalskala dar. Jeder Läufer erzielt eine bestimmte Platzierung gemäß seinem Eintreffen im Ziel. Eine Rangreihe entsteht. Die Abstände zwischen den einzelnen Läufern bleiben aber unbeachtet, denn auch wenn zwischen dem Ersten und Zweiten nur wenige Hundertstel lägen und der Dritte erst Sekunden danach ins Ziel käme, würde sich an der Reihenfolge nichts ändern. Die Bedingungen der Ordinalskala wären auch erfüllt, wenn dem Ersten die Zahl 5, dem Zweiten die 8 und dem Drittplazierten die 12 zugeordnet würde.

### 1.2.3 Die Intervallskala

Die Intervallskala ist die wichtigste und am häufigsten verwendete Skala in den empirischen Sozialwissenschaften, da meistens davon ausgegangen wird, dass sehr viele der gemessenen Variablen die Anforderungen dieses Skalentyps erfüllen, also „Intervallskalenqualität" haben. Zusätzlich zu den drei bisher getroffenen Annahmen macht die Intervallskala eine vierte:

Die Intervallskala ist die wichtigste Skala in den Sozialwissenschaften.

4. Gleich große Abstände zwischen zugeordneten Zahlen repräsentieren gleich große Einheiten des Konstrukts.

Während die Ordinalskala nur Aussagen über die Größer-Kleiner-Relation von Merkmalsausprägungen macht, spezifiziert die Intervallskala die Abstände zwischen den Ausprägungen. Die entscheidende Folge von Annahme 4 ist das Vorhandensein von Äquidistanz. Sie besagt, dass ein bestimmter Zahlenabstand (ein Intervall) immer den gleichen Qualitätsunterschied in der Merkmalsausprägung abbildet. Als Anfangspunkt kann jede Zahl dienen und auch die mathematische Größe einer Einheit ist variabel. Die Intervallskala ermöglicht Aussagen wie „das Merkmal A ist bei Versuchsperson 1 um drei Einheiten größer als bei Person 2."

Sie macht Aussagen über die Größe der Unterschiede zwischen den Merkmalsausprägungen.

Die Intervallskala lässt nur Transformationen zu, bei denen die Äquidistanz gewahrt bleibt. Dies sind alle linearen Transformationen der Form $y = a \cdot x + b$. Mathematisch ist jedoch die Wahrung der Äquidistanz ein großer Vorteil, denn dies macht viele mathematische Operationen wie z.B. die Berechnung des Mittelwerts erst möglich (siehe Abschnitt 1.3.1).

Die Intervallskala erlaubt nur lineare Transformationen.

Die Messung der Temperatur in Grad Celsius oder Fahrenheit stellt ein Beispiel einer Intervallskala dar. Der Abstand zwischen 10°C und 20°C ist genauso groß wie zwischen 30°C und 40°C. Transformiert nach der Formel $y = 1{,}8 \cdot x + 32$ zur Umrechnung dieser Temperaturen in die Einheit °F, ergibt das erste Paar Werte von 50°F und 68°F, das zweite Paar von 86°F und 104°F. Hierbei handelt es sich zwar nun nicht mehr um Werte der Temperaturskala nach Celsius (sondern nach Fahrenheit), die Transformation ist aber im Sinne der Intervallskala erlaubt, denn die Äquidistanz bleibt erhalten. Die Aussage, 20°C sei doppelt so warm wie 10°C ist allerdings nicht zulässig, wie bereits aus den entsprechenden Angaben in Fahrenheit

(50°F und 68°F) deutlich wird. Der Grund dafür ist in der Abwesenheit eines absoluten Nullpunktes der Temperaturskala zu suchen. Null Grad Celsius ist nicht gleichbedeutend mit der Abwesenheit von Temperatur, sondern vielmehr ein Punkt auf dieser Skala. Eine Skala die einen solchen absoluten Nullpunkt besitzt und gleichzeitig die vier bisher diskutierten Bedingungen erfüllt, heißt Verhältnisskala.

### 1.2.4 Die Verhältnisskala

Die Verhältnisskala oder Ratioskala ist die aussagekräftigste aller Skalen. Sie schließt die Annahmen der Nominal-, der Ordinal- und der Intervallskala ein, macht aber noch eine Annahme mehr:

5. Der Anfangspunkt der Skala kennzeichnet einen definierten Nullpunkt.

Die Verhältnisskala macht Aussagen über das Verhältnis von Merkmalsausprägungen.

Eine Verhältnisskala beginnt also mit dem Punkt Null. Dieser Punkt ist nicht willkürlich festgelegt, wie dies bei den anderen drei Skalentypen der Fall ist. Der Nullpunkt einer Verhältnisskala ist dort lokalisiert, wo die Variable aufhört zu existieren.

Sie findet in den Sozialwissenschaften nur selten Anwendung.

Das Verhältnis zweier Zahlen dieses Skalentyps spiegelt genau das Verhältnis der entsprechenden Merkmalsausprägungen in der Realität wider. Aussagen wie „Das Merkmal A ist bei Versuchsperson 1 doppelt so stark ausgeprägt wie bei Person 2.“ sind möglich. Da die in den Sozialwissenschaften untersuchten Variablen selten einen absoluten Nullpunkt erreichen können (z.B. Intelligenz oder Extraversion), findet die Verhältnisskala in diesen Wissenschaften kaum Anwendung.

Die Verhältnisskala erlaubt alle Ähnlichkeitstransformationen.

Um die zahlreichen Bedingungen der Verhältnisskala nicht zu verletzen sind nur noch so genannte Ähnlichkeitstransformationen erlaubt, das sind Transformationen der Art $y = a \cdot x$.

Beispiele für eine Verhältnisskala sind Länge, Gewicht oder Licht, das in einen Raum fällt. Bei absoluter Dunkelheit ist diese Variable nicht mehr zu messen. Ein anderes Beispiel: Eine Eiche misst 5 Längeneinheiten (LE), eine Kastanie 10 LE. Die Kastanie ist doppelt so lang wie die Eiche. Transformiert nach $y = 3 \cdot x$ ergeben sich für die Eiche 15 LE und für die Kastanie 30 LE. An der doppelten Länge der Kastanie hat sich auch nach der Transformation nichts geändert.

### 1.2.5 Festlegung des Skalenniveaus

Noch einmal zur Verdeutlichung: Bei der Festlegung auf ein Skalenniveau gibt es zwei bestimmende und damit auch limitierende Faktoren: Das zu messende sozialwissenschaftliche Konstrukt sowie die Abbildung des Konstrukts durch das Messinstrument. Nur wenn beide die gestellten Anforderungen erfüllen, ist die Wahl eines Skalentyps zu vertreten. Betrachten wir als erstes die limitierende Wirkung des zu messenden Konstrukts anhand einiger Beispiele: Das Konstrukt „Geschlecht“ hat zwei Ausprägungen. Diese Ausprägungen stehen aber in keiner Größer-Kleiner-Relation und weisen keine bestimmbare Distanz zueinander auf. Das Konstrukt umfasst eine reine Einteilung und legt damit das Skalenniveau auf nominaler Ebene fest. Ein weiteres Beispiel sind Diagnosen: Die Einteilung von Patienten nach Krankheiten bildet eine nominalskalierte Variable.

Ein anderer Fall liegt z.B. in dem Gedächtnisexperiment vor. Das psychologische Konstrukt „Gedächtnis“ beinhaltet Aussagen über Größer-Kleiner-Relationen und Abstände von Gedächtnisleistungen. Jeder Mensch hat demnach eine bestimmte Gedächtnisleitung und ist auf einem Kontinuum lokalisierbar. Das Konstrukt „Gedächtnis“ erlaubt deshalb eine Messung mindestens auf Intervallskalenniveau. Nun stellt sich die Frage, ob das Messinstrument die vorhandenen Distanzen korrekt abbildet. Spiegeln sich die in der Realität vorhandenen relativen Abstände der Personen in den Ergebnissen des Tests wider? Die Graphiken machen den Unterschied der zwei Ebenen deutlich: Die Abbildungen 1.10, 1.11 und 1.12 setzen alle die gleichen Relationen der Personen in der Realität voraus. In Abbildung 1.10 bildet der Test die relativen Abstände korrekt ab. Dieser Test liefert intervallskalierte Daten. Abbildung 1.11 zeigt einen Test, in dem die relativen Abstände nicht mit der Realität übereinstimmen. Es ergeben sich ordinale Daten. Abbildung 1.12 zeigt eine Reduzierung auf Nominalskalenniveau, auf dem neben den relativen Abständen auch die Informationen über die Größer-Kleiner-Relationen bzw. die Reihenfolge der Personen verloren gehen.

In der Praxis kommt es oft vor, dass die benutzten Messinstrumente Daten auf einem niedrigeren Skalenniveau liefern als theoretisch möglich. In vielen Fällen verzichten Wissenschaftler auf eine differenziertere Erfassung ihres Untersuchungsgegenstands, weil sie

Das Skalenniveau bezieht sich auf das zu messende Konstrukt und die Abbildung des Konstrukts durch das Messinstrument.

Abb. 1.10. Beispiel für das Abbilden der Realität auf einer Intervallskala

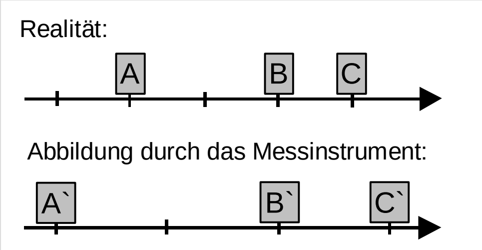



Abb. 1.11. Beispiel für das Abbilden der Realität auf einer Ordinalskala

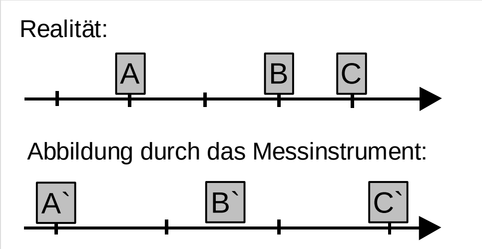
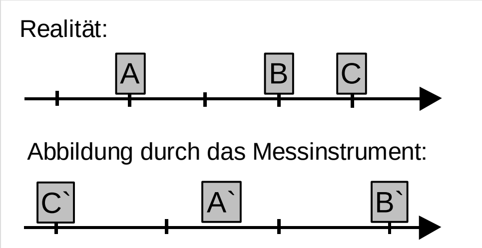



Abb. 1.12. Beispiel für das Abbilden der Realität auf einer Nominalskala



Die Festlegung des Skalenniveaus ist schwierig und erfolgt meist nach Plausibilitätsargumenten.

diese für ihre Datenauswertungen nicht benötigen. Oder eine bessere Operationalisierung ist aus inhaltlichen Gründen nicht möglich. Auch viele etablierte Testverfahren wie z.B. Intelligenztests bleiben häufig den Nachweis schuldig, dass sie das erfasste Konstrukt auf einer Intervallskala abbilden. Statistisch gesehen ist der Nachweis, welches Skalenniveau vorliegt, äußerst aufwändig. Dazu gibt es eine eigene Spezialdisziplin, die Messtheorie. Wenn das Skalenniveau nicht durch entsprechend aufwändige Verfahren bestimmt wurde, erfolgt eine Festlegung nach Plausibilitätsargumenten: Diagnosen der Art „1 = Depression, 2 = Schizophrenie, 3 = Phobie“ haben Nominalskalenniveau. Bei Messwerten wie z.B. dem „IQ“ in Intelligenztests oder der „Anzahl erinnerter Wörter“ in einem Gedächtnisexperiment geht man von Intervallskalenniveau aus. Sind die Messwerte aus gut konstruierten psychologischen Tests gewonnen, so kann man relativ sicher sein, dass Intervallskalenqualität vorliegt. Weitere Informationen zur Feststellung des Skalenniveaus sind bei Steyer & Eid (1993) zu finden.

Übersicht 1.1. Die vier Skalentypen

| Skalentyp | Mögliche Aussagen | Beispiele | Erlaubte Transformationen |
|---|---|---|---|
| **Nominalskala** | Gleichheit/ Verschiedenheit | - Diagnosen<br>- Geschlecht<br>- Gruppenzugehörigkeit | alle eineindeutigen Transformationen wenn $x_1 \neq x_2$, dann $y_1 \neq y_2$ |
| **Ordinalskala** | Größer-Kleiner-Relation | - Schulbildung<br>- Zieleinläufe<br>- Uni-Rankings | Alle streng monotonen Transformationen, wenn $x_1<x_2<x_3$, dann $y_1<y_2<y_3$ oder $y_1>y_2>y_3$ |
| **Intervallskala** | Gleichheit von Differenzen | - IQ<br>- Temperatur | Alle linearen Transformationen $y = a \cdot x + b$ |
| **Verhältnisskala** | Gleichheit von Verhältnissen | *(selten in der Psychologie)*<br>- Länge<br>- Gewicht | Alle Ähnlichkeitstransformationen $y = a \cdot x$ |

## 1.3 Statistische Kennwerte

Nach der graphischen Darstellung von Datenmaterial und den unterschiedlichen Skalenniveaus kommen wir nun zu den statistischen Kennwerten. Der Sinn statistischer Kennwerte besteht darin, bestimmte Eigenschaften einer Verteilung numerisch wiederzugeben, so dass mit ihnen gerechnet werden kann. Aus vielen Einzelwerten werden also einige wenige resultierende Werte gebildet, die die gesamte Verteilung beschreiben. Die hier behandelten statistischen Kennwerte sind in zwei Gruppen unterteilt: die Maße der zentralen Tendenz und die Dispersionsmaße. Maße der zentralen Tendenz repräsentieren alle Messwerte einer Verteilung zusammenfassend, Dispersionsmaße hingegen geben Auskunft über die Variation der Messwerte, also darüber, wie unterschiedlich ein Merkmal verteilt ist.

Statistische Kennwerte geben über bestimmte Eigenschaften eines Datenkollektivs oder einer Verteilung zusammenfassend Auskunft.

### 1.3.1 Maße der zentralen Tendenz

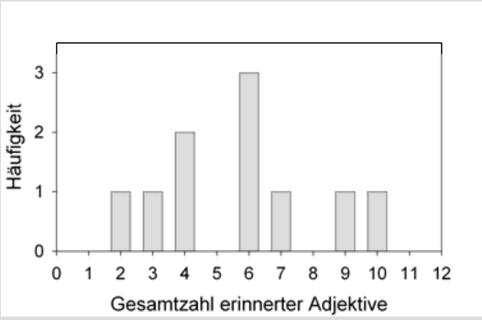
Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die Einzelwerte einer Verteilung durch einen Wert zu repräsentieren. Wir werden uns im Folgenden mit den drei gebräuchlichsten Maßen der zentralen Tendenz oder „Lokationsstatistiken“ beschäftigen: dem Modalwert, dem Medianwert und dem arithmetischen Mittel.

#### Modalwert

Der Modalwert oder Modus ist derjenige Wert, welcher in einer diskreten Verteilung am häufigsten vorkommt. Folglich ist er auch der Wert, der am wahrscheinlichsten ist, wenn wir aus der Gesamtheit der Messwerte zufällig ein Ergebnis herausgreifen. In einer graphischen Darstellung zeigt sich der Modalwert als Maximum (siehe Abb. 1.13). Die Berechnung des Modalwerts erfordert lediglich Nominalskalenqualität der entsprechenden Variablen.

Der am häufigsten vorkommende Wert einer Verteilung heißt Modalwert.

Abb. 1.13. Histogramm mit Modus = 6




Graphen mit einem Modus und ohne weitere relative Hochpunkte heißen unimodal und eingipflig. Gibt es in einer Verteilung zwei voneinander getrennte, gleich hohe Maximalwerte, so sprechen wir von einer bimodalen Verteilung. Liegen mehrere Maximalwerte nebeneinander, so bezeichnen wir die Verteilung als breitgipflig. In dem Fall, dass zwar ein Modus, aber mehrere relative Hochpunkte auftreten, ist die Verteilung unimodal und mehrgipflig.

Betrachten wir die Abbildung 1.13: Der Modus hat hier den Wert sechs, denn diese Zahl kommt in der Verteilung dreimal und damit am häufigsten vor.

### Medianwert

Der Median teilt eine Verteilung in zwei Hälften.

Der Medianwert oder kurz Median ist der Wert, von dem alle übrigen Werte im Durchschnitt am wenigsten abweichen, so dass die Summe der Abweichungsbeträge minimal ist. Mathematisch kann man zeigen, dass dieser Wert eine Verteilung halbiert. Es liegen also genauso viele Messwerte über wie unter dem Median.

Liegt eine ungerade Anzahl von Messwerte vor, so ist der Median leicht bestimmbar: Wir ordnen die Werte der Größe nach, und der in der Mitte stehende Wert ist der Median. In dem Datensatz 1, 2, 4, 5, 7, 7, 9 ist der Median Md = 5. Bei einem Datensatz mit gerader Anzahl von Fällen ordnen wir die Zahlen ebenso. Die numerische Mitte der beiden mittleren Zahlen ist der Median. In der Verteilung 2, 2, 3, 6 beträgt der Median folglich 2,5. Die Berechnung des Medianwerts erfordert mindestens Ordinalskalenqualität.

### Arithmetisches Mittel

Das arithmetische Mittel gibt den Durchschnittswert einer Verteilung an.

Das arithmetische Mittel $\overline{x}$ oder der Mittelwert ist das gebräuchlichste Maß der zentralen Tendenz. Es gibt den Durchschnitt aller Messergebnisse wieder. Rechnerisch ist das arithmetische Mittel die Summe aller Werte dividiert durch deren Anzahl n:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Die Berechnung des Mittelwerts ist nur bei mindestens intervallskalierten Daten erlaubt.

Mathematisch ist das arithmetische Mittel der Wert, bei dem die Summe der quadrierten Abweichungen aller Werte von diesem Mittelwert minimal wird. Die Berechnung des arithmetischen Mittels setzt voraus, dass die Daten mindestens Intervallskalenqualität besitzen, da Informationen über die Abstände zwischen den einzelnen Zahlen mit einfließen.

Diese Bedingung wird im Alltag oft leichtfertig übergangen. So ist beispielsweise die Intervallskalenqualität von Schulnoten zweifelhaft. Spiegeln die Abstände zwischen den Noten tatsächlich gleich große Leistungsunterschiede wider oder handelt es sich lediglich um eine Größer-Kleiner-Relation? In letzterem Falle wäre die Bildung eines