

1 Die Entwicklung des Rechnens

„Das Einmaleins ist mir bis auf diese Stunde nicht geläufig.“

Franz Grillparzer

Die Geschichte der Menschheit ist untrennbar verbunden mit der Verwendung von Zahlen. Während Naturvölkern zum Rechnen die beiden Hände genühten, so ist die moderne Wissenschaft und Technik auf komplizierte Rechenverfahren angewiesen. Dabei haben sich Zahldarstellung, Rechenverfahren, Rechenmaschinen und technische Entwicklung, sowie der sich daraus ergebende gesellschaftliche Nutzen gegenseitig beeinflusst und vorangetrieben.

Bereits zu Beginn des 2. Jahrtausends v. Chr. kannten die babylonischen Mathematiker eine Zahlenschrift, die nur einen senkrechten Nagel für eine Eins und einen offenen Winkel für die 10 benutzte. Ein Nagel konnte dabei – je nach seinem Abstand zu den anderen Winkeln oder Nägeln – eine 1 oder eine 60 bedeuten. $3661 = 60 \cdot 60 + 60 + 1$ wurde so also durch drei Nägel mit Abstand angezeigt, während die drei Nägel ohne Abstand einfach für 3 standen. Das Problem der eindeutigen Darstellung der Zahl 3601 wurde fast 2000 Jahre später gelöst, indem man als Platzhalter für eine fehlende Stelle zwei schräg hochgestellte oder liegende Nägel einführte; daher wurde also $3601 = 60 \cdot 60 + 0 \cdot 60 + 1$ dargestellt durch zwei Nägel, getrennt durch die beiden hochgestellten Nägel.

Im dritten Jahrhundert v. Chr. wurde in Nordindien ein Zehnersystem entwickelt, das für die Ziffern 1 bis 9 graphische Zeichen benutzte, und dabei für diese Ziffern in verschiedenen Zehnerpotenzen auch verschiedene Zeichen zur Verfügung hatte, also z.B. für 9, 90, 900, usw. jeweils ein eigenes Zeichen. Im 5. Jahrhundert n. Chr. fanden indische Mathematiker heraus, dass ihr Zahlensystem sich stark vereinfachen ließ, wenn man auf diese Unterscheidung der Potenzen verzichtete und stattdessen durch eine eigene neue Ziffer, die Null, die Auslassung einer Zehnerpotenz anzeigte. Das indische Wissen wurde durch Araber wie Mohammed Ibn Musa al-Charismi¹ nach Europa weiter vermittelt. Anfang des 13. Jahrhunderts verbreitete vor allem der Mathematiker Leonardo Fibonacci aus Pisa die Kenntnis der arabischen

¹ Von seinem Namen leitet sich der Begriff Algorithmus ab

Ziffern in seinem „*liber abaci*“. Aus dem arabischen Wort *as-sifr* (die Leere) kreierte er den lateinischen Namen *zefirum*, aus dem sich sowohl das Wort Ziffer, als auch das englische „*zero*“ ableitet. Mit den indisch-arabischen Zeichen konnte sich so das schriftliche Rechnen langsam durchsetzen und die römischen Ziffern verdrängen. Aber selbst Adam Ries (1492 bis 1559) beschrieb in seinen Rechenbüchern neben dem schriftlichen Rechnen mit den arabischen Ziffern hauptsächlich noch das Rechnen mit Abakus, Linien und Steinen, das nur wenige, meist Verwaltungsbeamte, Kaufleute und Gelehrte beherrschten. So war wegen der Notwendigkeit des Umgangs mit immer größeren Zahlen durch die Einführung der Null die Grundlage gelegt worden, auf der sich später einfachere Rechenverfahren durchsetzen und in der Bevölkerung verbreiten konnten.

Michael Stifel führte bereits kurze Zeit später die negativen Zahlen ein und prägte den Begriff Exponent. Lord John Napier (1550-1617) entdeckte den natürlichen Logarithmus und konnte auf Rechenstäbchen (den *Napier-Bones*) eine logarithmische Skala herstellen, die das Multiplizieren von Zahlen auf einfache Weise auf die Addition zurückführte². Diese Napier Bones wurden 1650 von Edmund Gunter und William Oughtred zum ersten funktionsfähigen Rechenschieber verbessert und später von Isaac Newton und John Warner weiterentwickelt.

Die neue Zahldarstellung mit der Null ermöglichte auch das Automatisieren von Rechenschritten. So baute bereits 1623 Wilhelm Schickard in Tübingen die erste „*Rechenuhr*“, und daraufhin stellte 1642 Blaise Pascal das erste mechanische Rechenwerk für Addition und Subtraktion mit durchlaufendem Zehnerübertrag vor. Im Jahre 1671 entwickelte Gottfried Wilhelm Leibniz eine Rechenmaschine, die bereits alle vier Grundrechenarten beherrschte. Kurz darauf beschrieb er das binäre Zahlensystem, ohne das die heutige elektronische Datenverarbeitung nicht vorstellbar wäre. Im 19. Jahrhundert entwarf Charles Babbage eine Maschine, die sogar Logarithmen berechnen konnte. Außerdem plante er seine „*Differenzmaschine Nr. 2*“, die getrennte Baugruppen für Speicher und Rechenwerk und sogar ein Druckwerk vorsah. Diese Maschine sollte mittels Lochkarten gesteuert werden, die von Joseph-Marie Jacquard 1805 zur Steuerung von Webstühlen erfunden worden waren.

In der Zeit von 1848 bis 1850 entwickelte George Boole die „Boole'sche Algebra“, die Grundlage der heutigen binären Rechenschaltungen. Die technische Entwicklung wurde vorangetrieben 1890 durch die Lochkartenmaschine von Herman Hollerith, die zur Volkszählung in den USA entwickelt wurde. In den dazugehörigen Lesegeräten steckten kleine Metallstäbe, die an den Stellen, wo die Karte gelocht war, einen Kontakt zuließen, so dass elektrischer Strom fließen konnte. Die Auswertung der Daten dauerte mit dieser Technik statt mehrerer Monate nur einige Wochen.

² Für positive Zahlen x und y können wir das Produkt $x \cdot y = \exp(\log(x)) \cdot \exp(\log(y)) = \exp(\log(x) + \log(y))$ auf die Addition $\log(x) + \log(y)$ zurückführen.

Der Höhepunkt der mechanischen Rechenmaschinen war wohl mit dem ersten Taschenrechner, der Curta, erreicht. Im Konzentrationslager Buchenwald vollendete der jüdische Häftling Curt Herzstark die Pläne für seinen „Lilliput“-Rechner, der von der SS als Siegesgeschenk an den Führer vorgesehen war. Wieder in Freiheit wurde Herzstark in Liechtenstein Technischer Direktor der Cortina AG zur Herstellung und Vertrieb der Curta, einer verbesserten Form des Lilliput.

Zur gleichen Zeit setzte die Entwicklung der elektronischen Rechner ein. Konrad Zuse entwickelte 1941 mit der Zuse Z3 den ersten Relaisrechner. Dabei verwendete er als Kompromiss zwischen der Festkomma-Zahldarstellung, mit der problemlos addiert werden kann, und einer logarithmischen Darstellung, die das Multiplizieren vereinfacht, die heute übliche Gleitpunktdarstellung. 1946 stellte John von Neumann die Fundamentalprinzipien eines frei programmierbaren Rechners auf (Prozessor, Speicher, Programm und Daten im Prozessor). Der ENIAC³ war im gleichen Jahr der erste Rechner, der Röhren verwendete. Die Telefunken TR 4 war der erste Computer auf der Basis von Transistor-Bausteinen. 1958 entstand der erste Chip, und 1967 eroberte der erste Taschenrechner den Markt. Neun Jahre später wurde der erste Home-Computer Apple geboren, und 1981 begann der Siegeszug des PC⁴. Inzwischen dokumentieren Schlagworte wie VLSI-Design, RISC-Architektur, Pipelining, Vektor- und Parallelrechner die rasante Entwicklung.

Mit dem frei programmierbaren Computer entfiel die Beschränkung auf wenige, einfache Grundrechenarten, wie sie noch mechanische Rechner prägte. Ein Computer kann eine riesige Zahl unterschiedlichste Kombinationen von Rechnungen in kürzester Zeit ausführen. Damit kommt der Software, also den Programmen, die diese Computer mit Anweisungen versorgen, eine immer größere Bedeutung zu. Es werden auch immer komplexere Algorithmen möglich, so dass ein Betriebssystem wie Windows 95 z.B. aus ca. 10 Millionen Zeilen Code besteht.

Für Aufgabenstellungen, die die Leistungsfähigkeit von PC's weit übersteigen, werden heutzutage auch Supercomputer entwickelt, um immer größere und kompliziertere Fragestellungen in den Griff zu bekommen. Die Erstellung einer verlässlichen Wettervorhersage, aber auch Schach-Computer oder die Berechnung von immer mehr Stellen der Kreiszahl π sind Herausforderungen, die sowohl die Entwicklung der Hardware als auch der Software vorantreiben. Getragen wird diese Entwicklung von der Erwartung, dass der Fortschritt in der Computerisierung auch der Menschheit dient.

³ *Electronic Numerical Integrator and Calculator*

⁴ Computer kommt von lateinisch „*computare*“. Damit bezeichneten die Römer das Zusammenzählen von Kerben, die man in Holz schnitzte (*putare* = schneiden) um einfache Rechnungen durchzuführen. In Zusammenhang mit Rechenmaschinen wurde das Wort *compute* zum ersten Mal von John Fuller zur Verwendung eines Rechenschiebers 1850 gebraucht

Die Zukunft wird voraussichtlich stark geprägt von der weiteren Entwicklung des Computers. So könnte sich in kommenden Jahren der DNS-Computer durchsetzen, der mittels biologischer Prozesse Rechenaufgaben löst. Einen alternativen Ansatz stellt der Quantencomputer dar, der auf der Basis von Energiezuständen von Atomen rechnet, und dadurch unvorstellbar viele Operationen parallel durchführen kann. Ausgangspunkt aber wird stets das menschliche Gehirn bleiben, das sich als Rechner immer schnellere Supercomputer ausdenkt und realisiert. Auch auf diesen zukünftigen Rechenanlagen wird Numerische Mathematik betrieben werden.