I Proportionalität

1 Proportionale Zuordnungen

A Alternative zum Einstieg (handlungsorientiert):
Messzylinder, kegelförmiges Gefäß, Maßstab und eine nicht zu große Tasse zum Einfüllen von Wasser in beide Gefäße.
Erstellen und Auswerten einer Wertetabelle der Zuordnung:
Anzahl n der Tassen $\mapsto$ Höhe h des Wasserspiegels
Beschreibe eine evtl. erkannte Gesetzmäßigkeit beider Zuordnungen.

Ein wichtiges Anliegen dieser Lerneinheit ist u. a. aufzuzeigen, dass alternativ zu Schlussrechnungen mit dem Dreisatz auch geeignete Gleichungen aufgestellt und gelöst werden können. Die Definition der proportionalen Zuordnung legt einen solchen Ansatz mit einer Verhältnisgleichung nahe.
Die Gleichung in Bruchform macht zugleich die Zuordnung der Größen deutlich.

S. 8 **1** a) Man liest ab: 0,2 *l* bei 2 cm; 1 *l* bei 10 cm
Da das Gefäß von Anke zylindrisch ist (→ Querschnitt ist in jeder Höhe gleich), verändert sich die Füllhöhe im gleichen Verhältnis wie das Volumen.
Bsp.: Für das doppelte Volumen 0,4 *l* erhält man die doppelte Füllhöhe 4 cm.

Volumen in l	0,2	0,4	0,8	0,1	1,0
Füllhöhe in cm	2	4	8	1	10

b)

Füllhöhe in cm	1	3	6
Volumen in l	0,1	0,3	0,6

c) Bei Svens Gefäß ist der Querschnitt nicht in jeder Höhe gleich. Es öffnet sich nach oben, d. h. am Anfang wächst die Füllhöhe schneller an und nimmt dann ab.
Die Füllhöhe verändert sich also nicht im gleichen Verhältnis wie das Volumen.

2 Die erste und die zweite Rollen könnten von der gleichen Sorte sein. $\frac{50\,\text{m}}{100\,\text{m}} = \frac{0{,}7\,\text{kg}}{1{,}4\,\text{kg}} = \frac{1}{2}$
→ Ihre Längen verhalten sich wie ihre Masse.
Die dritte Rolle kann sicher nicht von der gleichen Sorte sein: $\frac{300\,\text{m}}{100\,\text{m}} = \frac{3}{1} \neq \frac{4{,}1\,\text{kg}}{1{,}4\,\text{kg}}$
→ Ihre Längen verhalten sich also nicht wie ihre Massen.

S. 9 **3** a) Proportionale Zuordnung.
Druckerpapier sollte genormt sein, daher sind alle Blätter gleich dick.
b) $a \mapsto U = 4a$ Proportional. Dem r-fachen von a wird das r-fache von U zugeordnet.
c) $a \mapsto A = a^2$ Nicht proportional.
Dem doppelten von a wird das Vierfache von A zugeordnet.
d) Nicht proportional. $2x \mapsto 2(2x) + 10 = 4x + 10 \neq 2\cdot(2x + 10)$
e) Proportional. $2z \mapsto 2{,}5(2z) = 5z = 2\cdot(2{,}5z)$
f) $a \mapsto V = a^3$ Nicht proportional
Dem Doppelten von a wird das Achtfache von V zugeordnet.

+ Finde weitere proportionale Zuordnungen.

4 a) Alle Schritte haben die gleiche Länge.
b) Jede Person zahlt den gleichen Fahrpreis (z. B. keine Gruppenermäßigung; keine Kinderermäßigung)
c) Die Geschwindigkeit ist auf der ganzen Strecke konstant.
d) Alle Äpfel sind gleich schwer.
e) Der Prozentsatz bleibt gleich.
f) Der Grundwert bleibt gleich.
g) Der Wasserfluss (Volumen pro Zeit) ist konstant.

S. 10

5 a) Keine proportionale Zuordnung.

x	0,25	**2** · 0,25 = 0,5	**4** · 0,25 = 1	**10** · 0,25 = 2,5	**12** · 0,25 = 3	**14** · 0,25 = 3,5
y	3	**2** · 3 = 6	**4** · 3 = 12	**10** · 3 = 30	**12** · 3 = 36	**15** · 3 = 45

b) Tabelle kann zu einer proportionale Zuordnung gehören.

x	1,2	**3** · 1,2 = 3,6	**8** · 1,2 = 9,6	**12** · 1,2 = 14,4	**15** · 1,2 = 18	**25** · 1,2 = 30
y	0,3	**3** · 0,3 = 0,9	**8** · 0,3 = 2,4	**12** · 0,3 = 3,6	**15** · 0,3 = 4,5	**25** · 0,3 = 7,5

6 a)

x	**0,5** · 7 = 3,5	**0,5** · 14 = 7	**3** · 3,5 = 10,5	14	**2** · 14 = 28	**10** · 3,5 = 35
y	**0,5** · 22 = 11	**0,5** · 44 = 22	**3** · 11 = 33	44	**2** · 44 = 88	**10** · 11 = 110

b)

x	0,02	0,05	0,1	0,5	1,0	8,5
y	25	62,5	125	625	1250	10625

7 a) Nur in Gefäß (2) ist die Zuordnung proportional. Die Kugeln sind alle gleich groß, ihr Durchmesser entspricht ungefähr dem der Röhre. Die Höhe der Abdeckung wächst daher mit jeder Kugel um den Durchmesser der Kugel an.
In Röhre (1) sind die Kugeln nicht gleich groß, Röhre (3) hat einen viel größeren Durchmesser als den Kugeldurchmesser. Beides führt zu einem unterschiedlichen Höhenzuwachs pro Kugel, die Zuordnung ist damit nicht proportional.

8 a) $a \mapsto A = 6a$
Proportionale Zuordnung
$2a \mapsto 6(2a) = 12a = 2 \cdot A$
b) $a \mapsto V = 6a^2$
Nicht proportional.
Dem Doppelten von a wird das Vierfache des Volumen zugeordnet.

9 a) Zucker: $63\,\% \cdot 250\,\text{g} = 157{,}5\,\text{g}$
Früchte: $50\,\% \cdot 250\,\text{g} = 125\,\text{g}$
b) Addiert man Zucker- und Fruchtmenge, kommt man auf $50\,\text{g} + 63\,\text{g} = 113\,\text{g}$ statt den angegebenen 100 g. Dies kann man damit erklären, dass die Angabe für rohe Früchte gilt, die beim Einkochen noch Wasser verlieren. Die tatsächliche Fruchtmenge liegt also bei etwa $100\,\text{g} - 63\,\text{g} = 37\,\text{g}$, also bei 37 % bzw. 92,5 g im Glas (250 g).

10 Schlussrechnung:
$250\,€ \mapsto 300\,\$$
$50\,€ \mapsto \frac{300\,\$}{5} = 60\,\$$
$350\,€ \mapsto 60\,\$ \cdot 7 = \mathbf{420\,\$}$

Gleichung:
z. B. Dollarbetrag für 350 €
$\frac{B}{300\,\$} = \frac{350\,€}{250\,€}$
$B = \frac{350\,€}{250\,€} \cdot 300\,\$ = \mathbf{420\,\$}$

11 a) 6 Seiten $\mapsto$ 1 min (Proportionalität angenommen!)
1 Seite $\mapsto \frac{1\,\text{min}}{6}$
20 Seiten $\mapsto \frac{1\,\text{min}}{6} \cdot 20 = \mathbf{3\,min\ 20\,sec}$
Man braucht mindestens 3 min 20 sec.
b) 1 min $\mapsto$ 6 Seiten
15 min $\mapsto$ 6 Seiten · 15 = **90 Seiten**
c) 2,54 cm $\mapsto$ 600 Punkte
1 cm $\mapsto \frac{600\ \text{Punkte}}{2{,}54}$
21 cm $\mapsto \frac{600\ \text{Punkte}}{2{,}54} \cdot 21 = \mathbf{4960{,}6\ Punkte}$

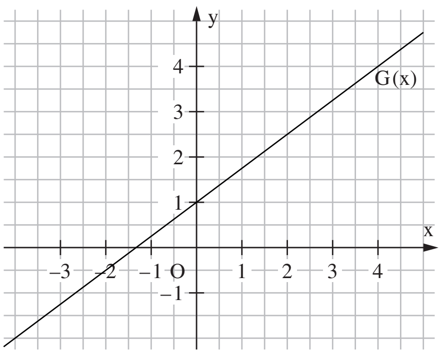
12 Man nimmt an, dass sich die Regenmenge gleichmäßig auf die Ortschaft verteilt.
R = Regenmenge auf $5\,\text{km}^2$
$\frac{R}{180\,\text{cm}^3} = \frac{5\,\text{km}^2}{900\,\text{cm}^2}$
$R = \frac{5 \cdot 10^{10}\,\text{cm}^2}{900\,\text{cm}^2} \cdot 180\,\text{cm}^3 = 5{,}55 \cdot 10^7 \cdot 180\,\text{cm}^3 = 1{,}0 \cdot 10^{10}\,\text{cm}^3 = \mathbf{1{,}0 \cdot 10^4\,m^3}$

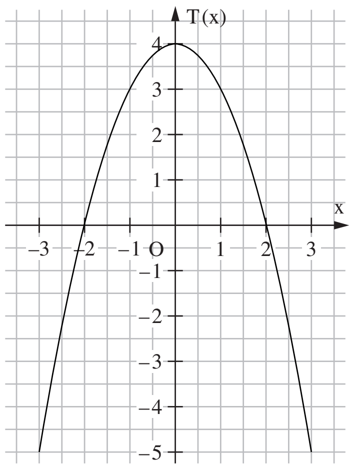
13 t: Zeit für 12 000 m
$\frac{t}{48\,\text{s}} = \frac{12\,000\,\text{m}}{400\,\text{m}} \Rightarrow \frac{12\,000\,\text{m}}{400\,\text{m}} \cdot 48\,\text{s} = 1440\,\text{sec} = \mathbf{24\,min}$
Bei dieser Aufgabe sieht man allerdings, dass für diesen Fall eine Verhältnisrechnung nicht sinnvoll ist. 48 s auf 400 m ist eine sehr gute Zeit (Weltrekord Männer: 43,10 s) die auch ein Spitzenläufer auf 12 000 m nicht durchhalten kann. Der tatsächliche Wert für 12 000 m liegt also deutlich höher als die errechneten 24 min.

14 (1) Man kann genauso weit sehen wie aus einem Fenster.
(2) x: Zahl der Eier für 1 €
$\frac{x}{5} = \frac{100\,\text{ct}}{90\,\text{ct}} \Rightarrow x = \frac{100\,\text{ct}}{90\,\text{ct}} \cdot 5 = 5{,}55$
Es werden natürlich nur ganze Eier verkauft; exakter Wert also unsinnig!
(3) Es gibt keinen Grund, für das Niesen eine Proportionalität zur Zeit anzunehmen.
Beim Erfinden eigener Aufgabenstellungen sollte herausgearbeitet werden, dass manche Sachverhalte (bei oberflächlichem Blick) nur proportional erscheinen.

15

x	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
a) T(x)	$-1\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{4}$	1	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$	4
b) T(x)	–5	0	3	4	3	0	–5	–12

a)


b)


2 Quotientengleichheit, Proportionalitätsfaktor und Graph

S. 11

1 a) Preis für 700 g
$\frac{P}{6{,}80\,€} = \frac{0{,}7\,\text{kg}}{1{,}0\,\text{kg}} \Rightarrow P = 6{,}80\,€ \cdot 0{,}7 = 4{,}76\,€$

Anzeige: € 6,80 (Preis pro kg)
kg 0,7 (Masse)
€ 4,76 (Preis)

b) Preis für 1000 g
$\frac{P}{2{,}36\,€} = \frac{1000\,\text{g}}{368\,\text{g}} \Rightarrow P = 6{,}41\,€$

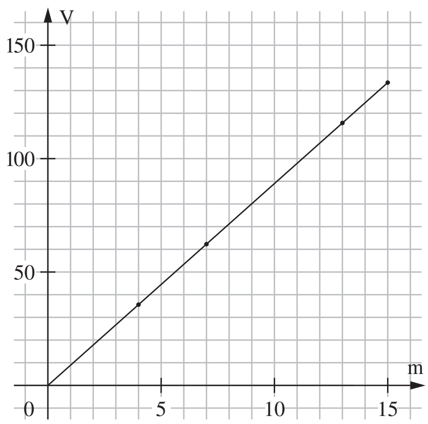
Anzeige: € 6,41
kg 0,368
€ 2,36

2 a)

V in cm^3	m in g	$\frac{m}{V}$ in $\frac{g}{cm^3}$
4	35,6	8,9
7	62,3	8,9
13	115,7	8,9
15	133,5	8,9

Der Quotient der zugeordneten Größen Masse und Volumen ist konstant.
$\frac{m}{V}$ bezeichnet man als Dichte σ.

b)



S. 13

3 a) Keine proportionale Zuordnung
$21 \mapsto 38{,}8$ fällt heraus
Bsp.: $\frac{27}{15} = \frac{19{,}8}{11} = 1{,}8$ $\frac{38{,}8}{21} = 1{,}85$
b) Keine proportionale Zuordnung
$10\,km \mapsto 25{,}2\,s$ fällt heraus
Bsp.: $\frac{13{,}8\,s}{6\,km} = \frac{20{,}7\,s}{9\,km} = 23$ $\frac{25{,}2\,s}{10\,km} = 2{,}52$

4 a)

	Masse m	Preis	$\frac{P}{m}$
Käse (1)	250 g	2 €	$8{,}00\,\frac{€}{kg}$
Käse (2)	300 g	1,25 €	$4{,}17\,\frac{€}{kg}$
Käse (3)	400 g	3,99 €	$9{,}98\,\frac{€}{kg}$

b) $350\,g\ \frac{P}{m}\cdot 350\,g$
(1) $350\,g \mapsto 2{,}80$ €
(2) $350\,g \mapsto 1{,}46$ €
(3) $350\,g \mapsto 3{,}49$ €

5 a)

m in kg	0,5	1,2	4,3
P in €	1,50	3,6	12,9

$\frac{P}{m} = 3\,\frac{€}{kg}$ ist der Kilopreis
$m \mapsto 3\,\frac{€}{kg}\cdot m$

b)

t in h	0,5	1,2	4,3
s in km	38	91,2	326,8

$\frac{s}{t} = 76\,\frac{km}{h}$ ist die Geschwindigkeit v
$t \mapsto = 76\,\frac{km}{h}\cdot t$

6 indivuelle Lösung
Bsp.: Zahl der Schritte ↦ zurückgelegter Weg
könnte als Experiment auf einer 400 m-Bahn durchgeführt werden.
Die Zuordnung ist nur bei gleichbleibender Schrittlänge (Proportionalitätsfaktor; abhängig von Körpergröße, Fitness) proportional

7 a) $45\,\frac{km}{h} = 12{,}5\,\frac{m}{s}$ b) $0{,}7\,\frac{m}{s} = 2{,}52\,\frac{km}{h}$ c) $15\,\frac{km}{h} = 15\,000\,\frac{m}{s}$ d) $4500\,\frac{m}{h} = 1{,}25\,\frac{m}{s}$

8 a) Der Quotient $\frac{m}{V}$ schwankt zwischen $1{,}78\,\frac{g}{cm^3}$ und $1{,}81\,\frac{g}{cm^3}$, ist also in guter Näherung konstant. Die Zuordnung $V \mapsto m$ ist daher proportional.
b) $\frac{m}{V}$ gibt die Dichte ρ eines Materials an. Wenn $\frac{m}{V}$ konstant ist, bedeutet dies, dass die Proben vom selben Material stammen.

9 a) Figur: $\frac{m}{V} = 16{,}9\,\frac{g}{cm^3}$ Gold: $\frac{m}{V} = 19{,}25\,\frac{g}{cm^3}$
Die Dichten weichen stark voneinander ab, die Figur ist nicht aus reinem Gold.
b) @ Man bestimmt die Masse m des Schmuckstücks mit einer Waage, das Volumen V mit dem Überlaufgefäß. Die Dichte für Silber liegt bei etwa $10{,}5\,\frac{g}{cm^3}$ (aus Literatur/Internet) und sollte annähernd mit dem Quotienten $\frac{m}{V}$ des Schmuckstücks übereinstimmen.

S. 14

10 a) Beim Anhängen gleicher Gewichte dehnt sich die rechte Feder deutlich weiter als die linke. Die Feder in der Mitte wird durch Anhängen eines deutlich schwereren Gewichts nur ebenso ausgedehnt wie die linke Feder. In den Tabellen könnte man z. B. die Wertepaare 3,1 cm; 1,9 N (Tabelle 1) und 0,4 cm; 2 N (Tabelle 2) bzw. 2,0 cm; 10 N (Tabelle 2) und 2,1 cm; 25 N (Tabelle 3) vergleichen. Somit ergibt sich:
Tabelle 1 → rechte Feder; Tabelle 2 → linke Feder; Tabelle 3 → mittlere Feder.

b) Die Quotienten $\frac{G}{s}$ streuen eng um die Mittelwerte $0{,}61\,\frac{N}{cm}$ (Tabelle 1); $5{,}0\,\frac{N}{cm}$ (Tabelle 2) und $11{,}9\,\frac{N}{cm}$ (Tabelle 3). Alle drei Zuordnungen sind also proportional.

c) individuelle Lösung
Federn (Kugelschreiber, Fahrradspiralschloss, Telefonschnur, …), Aufhängevorrichtung, Gewichte, ggf. Waage) erforderlich.

11 a) Man misst die Zeit t (Stoppuhr) und die ausgelaufene Wassermenge V in einem Gefäß und betrachtet die Quotienten $\frac{V}{t}$. Hat das Gefäß in jeder Höhe den gleichen Querschnitt A (z. B. Messzylinder), so ist das Volumen nur von der Höhe h abhängig. Wenn für die gemessenen Wertepaare (t; h) gilt, dass der Quotient $\frac{h}{t}$ annähernd konstant ist, ist die Zuordnung $t \mapsto V = A \cdot h$ proportional.

b) Bedingungen wie der Wasserdruck oder die Beschaffenheit der Dichtung des Hahnes sollten während des Experimentes gleich bleiben.
Der Proportionalitätsfaktor ist die Abflussgeschwindigkeit; je größer er ist, desto höher ist der Wasserverlust pro Zeiteinheit.

c), d) individuelle Lösung

12 a) $\frac{V}{t} = \frac{5\,l}{10\,s} = \mathbf{1{,}8\,\frac{m^3}{h}}$

13 a) Wenn $x \mapsto y$ proportional ist, dann gilt $\frac{y}{x} = \text{const.}$

Damit ist auch $\frac{x}{y} = \text{const.}$, daraus folgt die Proportionalität von $y \mapsto x$.

14 a) $\frac{y}{x} = \frac{a^2 \cdot x}{x} = a^2$

Bei konstanten a ist $\frac{y}{x}$ konstant und damit die Zuordnung $x \mapsto a^2x$ proportional.

b) $\frac{y}{x} = \frac{a^2 \cdot x}{x} = a \cdot x$

Da x variabel ist, ist $\frac{y}{x} = ax$ nicht konstant. Daher ist $x \mapsto ax^2$ keine proportionale Zuordnung.

15 a) Die den Messwerten zugeordneten Punkte liegen alle auf einer Geraden durch den Ursprung. Daher ist die Zuordnung $I \mapsto U$ proportional. Zusätzlich kann man den Quotient $\frac{U}{I}$ berechnen, er ist konstant für alle Messwerte $\left(37{,}5\,\frac{V}{A}\right)$.

b) Beispielwerte (am Graph abgelesen): I = 0,8 A; U = 30 V
$\frac{U}{I} = \frac{30\,V}{0{,}8\,A} = 37{,}5\,\frac{V}{A} = 37{,}5\,\Omega$
Der Proportionalitätsfaktor $\frac{U}{I}$ ist der elektrische Widerstand R.

c) $U = R \cdot I = 37{,}5\,\frac{V}{A} \cdot 0{,}6 = \mathbf{22{,}5\,V}$
Dieser Wert kann auch am Graph abgelesen werden.

d) Wenn der Proportionalitätsfaktor $\frac{U}{I}$ doppelt so groß ist, muss man die doppelte Spannung U anlegen, um die gleiche Stromstärke I zu erhalten. Das Bauelement besitzt den doppelten elektrischen Widerstand.

16 300 g Schinken kosten $0{,}3\,kg \cdot \frac{15\,€}{kg} = 4{,}50\,€$
Kilopreis der teureren Sorte: $15\,€ \cdot 1{,}25 = 18{,}75\,€$
Menge Schinken der teureren Sorte für 4,50 €: $\frac{4{,}50\,€}{18{,}75\,\frac{€}{kg}} = 0{,}24\text{ kg}$

Frau Huber würde 240 g teureren Schinken erhalten.

3 Umgekehrt proportionale Zuordnung

S. 15

1 a) $360° : 12 = 30°$

b)

Zahl der Speichen	24	36	6	4
Winkel	15°	10°	60°	90°

Bsp.: $\frac{360°}{24} = 15°$

c)

Winkel	40°	12°	20°	45°
Zahl der Speichen	9	30	18	8

Bsp.: $\frac{360°}{40°} = 9$

2 a)

Anzahl Schüler	10	20	30	15
Zettel pro Schüler	240	120	80	160

Bsp.: $\frac{2400}{10} = 240$

b)

Zettel pro Schüler	100	200	50	150
Anzahl Schüler	24	12	48	16

S. 16

3 a) Für die Gesamtzahl der Fahrten ist die Anzahl an LKW nicht entscheidend. Die Zuordnung Anzahl LKW ↦ Anzahl Fahrten **eines** LKW ist aber umgekehrt proportional.

b) Die Zuordnung ist nicht proportional, da das Porto in Stufen steigt (0 g – 20 g: 55 ct; 20 g – 50 g; etc.)

c) Die Zuordnung ist nicht proportional. Bsp.:

$\cdot 2$

Entfernung vom Start:	20 m	40 m
Entfernung vom Ziel:	80 m	60 m

$\cdot \frac{3}{4}$ $\left(\neq \frac{1}{2}\right)$

d) Je größer die Schnittbreite, desto kürzer die Mähzeit. Wenn der Rasenmäher immer mit gleichbleibender Geschwindigkeit mäht und wendet, ist die Zuordnung (in gewissen Grenzen für die Schnittbreite) umgekehrt proportional.

e) Die Zuordnung ist nicht proportional.

Bsp.:

$\cdot 2$

Betrag	4 ct	8 ct
Anzahl Münzen	2 (2 × 2 ct)	3 (1 × 5 ct; 1 × 2 ct; 1 × 1 ct)

$\cdot \frac{3}{2}$ $\left(\neq 2, \neq \frac{1}{2}\right)$

4 a) Die Zuordnung ist umgekehrt proportional: Bei doppeltem Umfang ist aber nur die Hälfte der Umdrehungen für 100 m nötig.

b) Wenn die einzelnen Gläser jeweils das gleiche Volumen haben, ist die Zuordnung umgekehrt proportional.

c) Die Zuordnung ist nicht umgekehrt proportional.

Bsp.: Monat mit 30 Tagen:

$\cdot 2$

Vergangene Tage	5	10
Resttage	25	20

$\cdot \frac{4}{5}$ $\left(\neq \frac{1}{2}\right)$

d) individuelle Lösung

5 a) Die Schrittlänge ist bei jedem Schritt gleich.

b) Die Maschinen stanzen gleich schnell (gleiche Leistung).

c) Die Leitungen liefern pro Zeiteinheit die gleiche Menge an Flüssigkeit.

d) Nicht umgekehrt proportional. Normalerweise gilt: Je größer ein Mensch ist, desto größere Schritte macht er.

e) individuelle Lösung

6 a) y ändert sich mit dem Kehrwert des Verhältnisses, mit dem sich x ändert. Die Tabelle könnte zu einer umgekehrt proportionalen Zuordnung gehören.

b) Die Tabelle kann nicht zu einer umgekehrt proportionalen Zuordnung gehören:

Bsp.:

$\cdot 32$

x	1	32
y	144	3

$\cdot \frac{1}{48}$ $\left(\neq \frac{1}{32}\right)$

S. 17

7 Die Abstände a sind umgekehrt proportional zu ihrer Anzahl.
$\frac{a}{1{,}50\,\text{m}} = \frac{4}{6} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{4}{6} \cdot 1{,}50\,\text{m} = \mathbf{1\,m}$
Bei fünf Pfosten beträgt der Abstand 1 m.

8

x	2,5	5	10	12,5	25	40
y	20	10	5	4	2	1,25

9 a)

Seitenlänge Platten in cm	20	25	40	50
Anzahl Platten	600	384	150	96

Bsp.: $6\,\text{m} : 0{,}5\,\text{m} = 12$
$4\,\text{m} : 0{,}5\,\text{m} = 8$
Anzahl: $12 \cdot 8 = 96$

Die Zahl der Platten nimmt mit dem Kehrwert des Quadrates des Verhältnisses der Seitenlängen zu; die Zuordnung ist nicht umgekehrt proportional.

b)

Flächeninhalt der Platten in m^2	0,04	0,0625	0,16	0,25
Anzahl Platten	600	384	150	96

$24\,\text{m}^2 : 0{,}04\,\text{m}^2 = 600$

Die Zahl der Platten steigt mit dem Kehrwert des Verhältnisses der Flächeninhalte; die Zuordnung ist umgekehrt proportional.

Werbespruch: Die Firma gewährt einen Mengenrabatt; d. h. der Preis pro Pflanze wird geringer, nicht aber der Gesamtpreis.

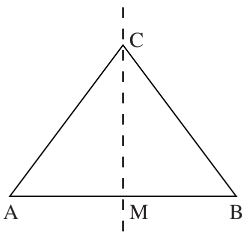
10 a) individuelle Lösung
b) Blattgold kann bis zu $\frac{1}{10\,000\,\text{mm}}$ dünn sein!
A: Flächeninhalt der Goldfolie $\frac{A}{1\,\text{cm}^2} = \frac{5\,\text{mm}}{0{,}0001\,\text{mm}} \Rightarrow A = \frac{5\,\text{mm}}{0{,}0001\,\text{mm}} \cdot 1\,\text{cm}^2 = 50\,000\,\text{cm}^2$
Die Folie hat einen maximalen Flächeninhalt von $5\,\text{m}^2$.
Interneteinsatz möglich.

11 Jürgen wird die 5 kg-Kugel vermutlich weiter stoßen, Masse und Weite sind aber sicher nicht umgekehrt proportional.

12 (1) Vielleicht kommen zwei Schüler gemeinsam schneller zur Lösung, aber vermutlich nicht in der halben Zeit.
(2) 35 + 35 = 70 Stufen ⇒ Sie muss noch 70 – 50 = 20 steigen.
(3) Die Länge des Marsches sollte nicht von der Zahl der Musiker abhängen.
Beim Erfinden eigener Aufgabenstellungen sollte deutlich werden, dass der Zusammenhang „je mehr, desto weniger" kein hinreichendes Erkennungsmerkmal für umgekehrt proportionale Zuordnungen ist.

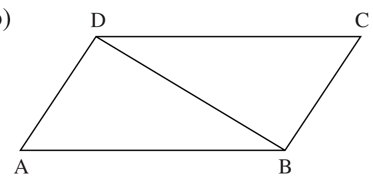
13 $A = \frac{a+c}{2} \cdot h \qquad 0{,}8\,\text{ha} = \frac{125\,\text{m} + c}{2} \cdot 32\,\text{m} \;\rightarrow\; \mathbf{c = 375\,m}$

14 a)



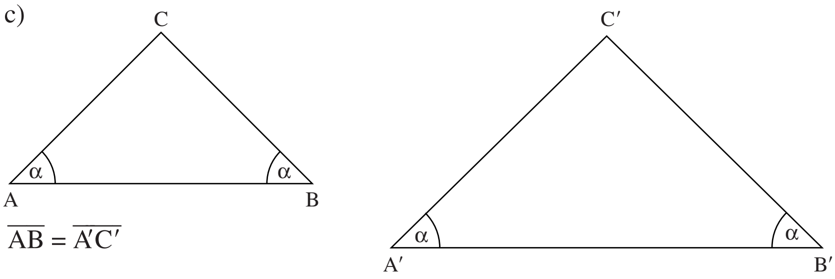
$\Delta AMC \cong \Delta MBC$
da (1) $\overline{AC} = \overline{CB}$
(2) $\sphericalangle MAC = \sphericalangle CBM$
} gleichschenkliges Dreieck
(3) $\overline{AM} = \overline{MB}$ Symmetrieeigenschaft
(SWS-Satz)

b)



$\Delta ABD \cong \Delta BCD$
da (1) $\overline{AB} = \overline{CD}$
(2) $\overline{AD} = \overline{BC}$
(3) $\overline{BD} = \overline{BD}$
} Parallelogramm
(SSS-Satz)

c)



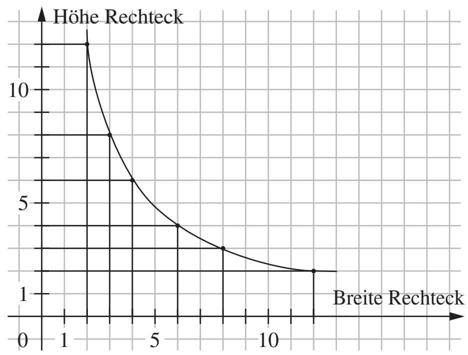
$\overline{AB} = \overline{A'C'}$

→ TB Trainingsblatt zu proportionalen Zuordnungen; Kopiervorlage S. XXX

4 Produktgleichheit, Zuordnungsvorschrift und Graph

S. 18

1 a)



umgekehrt proportional

b) Breite Rechteck ↦ Höhe Rechteck (oder umgekehrt)
Die Rechtecke haben alle den gleichen Flächeninhalt.

2

Länge l eines Steines in m	0,4	0,5	0,75	1	2
Anzahl z der Steine	600	480	320	240	120
$l \cdot z$	240	240	240	240	240

umgekehrt proportional

Das Produkt $l \cdot z = 240\,\text{m}$ gibt an, wie lange der Straßenrand ist.

S. 19

3 a), b)

Verbrauch V	Zeit t
$3\,\frac{l}{h}$	8 h
$4\,\frac{l}{h}$	6 h
$5\,\frac{l}{h}$	4 h 48 min

$3\,\frac{l}{h} \cdot 8\,\text{h} = 24\,l$

$b \mapsto t = \frac{24\,l}{V}$

$V \cdot t$ entspricht dem verbrauchten Gesamtvolumen in l

Geschwindigkeit v	Zeit t
$60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	2 h
$80\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	1 h 30 min
$100\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	1 h 12 min

$60\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2\,\text{h} = 120\,\text{km}$

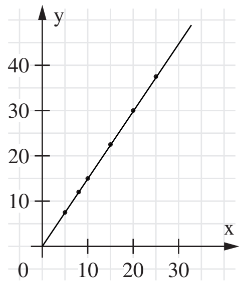
$v \mapsto t = \frac{120\,\text{km}}{v}$

$v \cdot t = s$ (zurückgelegter Weg)

4 a) proportionale Zuordnung

x	5	**8**	10	15	20	25
y	**7,5**	12	15	**22,5**	**30**	**37,5**

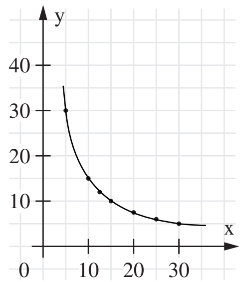
$x \mapsto y = 1{,}5\,x$



umgekehrt proportionale Zuordnung

x	5	**12,5**	10	15	20	25
y	**30**	12	15	**10**	**7,5**	**6**

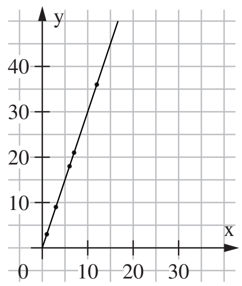
$x \mapsto y = \frac{150}{x}$



b) proportionale Zuordnung

x	0,4	0,72	**0,96**	1,2	2,5	**5,4**
y	**1,0**	**1,8**	2,4	3,0	**6,25**	13,5

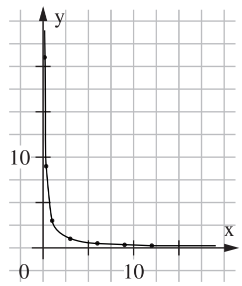
$x \mapsto y = 3\,x$



umgekehrt proportionale Zuordnung

x	0,4	0,72	**1,5**	1,2	2,5	**$0{,}2\overline{6}$**
y	**9,0**	**5,0**	2,4	3,0	**1,44**	13,5

$x \mapsto y = \frac{3}{x}$



5 a), b)

x-Wert	1	1,5	2	3	4	6	8	12
y-Wert abgelesen	6	3,5	3	2	1,5	1	0,8	0,6
x-Wert · y-Wert	6	5,25	6	6	6	6	6,4	7,2
y-Wert korrigiert		4					0,75	0,5

S. 20

6 a) grün: $1 \mapsto 2$ blau: $1 \mapsto 3$ rot: $1 \mapsto 4$

b)

x	1	2	3	4	5	6	
y grün	2	1	0,67	0,5	0,4	0,33	$x \mapsto y = \frac{2}{x}$
y blau	3	1,5	1	0,75	0,6	0,5	$x \mapsto y = \frac{3}{x}$
y rot	4	2	1,33	1	0,8	0,67	$x \mapsto y = \frac{4}{x}$

Alle drei Graphen gehören zu den umgekehrt proportionalen Zuordnungen; die errechneten und die markierten Punkte stimmen überein.

c) $x \cdot y$ ist der Flächeninhalt des Rechtecks, das durch die Achsen und durch zwei Parallelen zu den Achsen durch die markierten Punkte gebildet wird (vgl. A1 S. 18)

7 a)

V in cm^3	125	120	110	100	90
p in hPa	1000	1040	1140	1250	1390
$p \cdot V$ in cm^3hPa	125 000	124 800	125 400	125 000	125 100

$p \cdot V$ ist annähernd konstant, die Zuordnung $V \mapsto p$ ist daher umgekehrt proportional.

b) individuelle Lösung

8 Der Graph ist keine Hyperbel, daher ist eine umgekehrte Proportionalität ausgeschlossen.

An einem Wertebeispiel:

$$\begin{array}{c|c|c} & \overset{\cdot 2}{\curvearrowright} & \\ x & 1 & 2 \\ \hline y & 4 & 3 \\ & \underset{\cdot \frac{3}{4}}{\curvearrowright} & \end{array}$$

9 a)

t in min	1	2	2,5	3,5
T in °C	81	70	65	55

b)

T in °C	75	70	60
t in min	1,5	2	3

c) Für die Messwerte aus a) und b) liegt für $t \cdot T$ keine Produktgleichheit vor, die Zuordnung ist daher nicht umgekehrt proportional.

10 a) Herr Wolters bekommt bei hohem Benzinpreis weniger Benzin für 30 € als bei niedrigem (umgekehrt proportional).

b)

Literpreis p in €	1,15	1,20	1,25
Benzinmenge V in *l*	26,1	25	24

c) $V_1 = \frac{30\,€}{p}$; $V_2 = \frac{30\,€}{1{,}25\,p}$; $\frac{V_2}{V_1} = \frac{30\,€}{1{,}25\,p} \cdot \frac{p}{30} = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}8$

Bei einer Benzinpreiserhöhung um 25 % sinkt die für den gleichen Geldbetrag erhältliche Benzinmenge um 20 %.

11 t: Dauer bei $75\,\frac{\text{um}}{\text{h}}$

(1) $\frac{t}{156\,\text{min}} = \frac{60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}{75\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}$

$t = \frac{60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}{75\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} \cdot 156\,\text{min}$

$\mathbf{t = 2\,h\;4\,min\;48\,s}$

(2) Produktgleichheit

$t \cdot 75\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 60\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 156\,\text{min}$

$t = \frac{60\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 156\,\text{min}}{75\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}$

$\mathbf{t = 2\,h\;4\,min\;48\,s}$

12 relative Häufigkeit: $\frac{15\,\text{d}}{365\,\text{d}} = 0{,}041 =$ **4,1 %**

→ TB Trainingsblatt: Proportionalität: Zuordnungsvorschrift und Graphik; Kopiervorlage S. XXX