

Leseprobe aus:
Christoph Drösser
Wie groß ist unendlich?



Montag: Groß, größer, unendlich

Regentropfen prasseln an die Fensterscheiben. Laura und Tom sitzen in Lauras Zimmer und starren vor sich hin. Es ist ein Montagnachmittag in der dritten Woche der Sommerferien, aber von Sommer kann keine Rede sein: Seit Tagen schon schüttet es wie aus Eimern.

Die Geschwister wissen nicht, was sie machen sollen. Lauras Freundinnen und Toms Kumpel sind im Urlaub, irgendwo an einem südlichen Strand, wo jetzt bestimmt 30 Grad im Schatten herrschen. Draußen spielen ist unmöglich. Und der Computer mit dem neuen Simulationsspiel ist heute auch schon eine Stunde gelaufen, mehr erlauben die Eltern nicht. Selbst fernsehen macht irgendwann keinen Spaß mehr.

«Ich langweile mich», sagt die 13-jährige Laura.

«Ich mich auch», antwortet ihr 11-jähriger Bruder Tom.

«Ich langweile mich *unendlich*.»

Eine Weile sagt keiner der beiden etwas, dann fährt es aus Laura heraus: «Quatsch.»

«Was, Quatsch?», fragt Tom verständnislos.

«Es ist Quatsch, zu sagen, ich langweile mich <unendlich>. Man kann sich nicht unendlich langweilen. Unendlich gibt's nicht.»

«Ich langweile mich aber so, wie ich mich noch nie gelangweilt habe», beharrt Tom.

«Na und», sagt Laura, «aber selbst die größte Langeweile geht einmal vorüber. Die Sommerferien sind endlich, in drei

Wochen sind sie vorbei, und dann wirst du dich nicht mehr langweilen.»

Beim Gedanken an die Schule verzieht Tom das Gesicht. «Ich hab ja auch nicht gesagt, dass ich mich unendlich *lange* langweile, nur dass ich mich unendlich *stark* langweile. Und das kannst du überhaupt nicht beurteilen.» Die Besserwisseri seiner großen Schwester geht Tom manchmal ganz schön auf die Nerven. Sie ist erheblich besser in der Schule als er, und insgeheim findet er sie ein bisschen streberhaft.

«Na gut, bei Gefühlen ist es vielleicht was anderes», gibt Laura zu. «Die kann man ja auch streng genommen gar nicht messen. Aber in der realen Welt – da gibt es wirklich nichts Unendliches, glaube ich. Es gibt große Dinge, sogar sehr große Dinge, aber die sind alle endlich. Unendlich gibt es nicht.»

«Moooment», entgegnet Tom, «das wollen wir doch mal sehen!» Er beginnt zu grübeln. Gibt es etwas Unendliches auf der Welt? «Ich habe ein Beispiel», ruft er nach einiger Zeit. «Der Sand am Meer! Wenn es etwas <wie Sand am Meer> gibt, dann meint man damit doch, es gibt <unermesslich viel> davon. Nimm nur mal alle Sandkörner an allen Stränden der Welt zusammen – das ist doch mehr, als irgendjemand zählen kann!»



«Zählen kann man sie vielleicht wirklich nicht», lacht Laura, «also könnte man sagen, es sind *unzählig* viele. Aber *unendlich* viele bestimmt nicht. Man kann ihre Zahl abschätzen. Komm, wir probieren das aus. Zieh dir mal deine Gummistiefel und den Regenmantel an. Wir holen ein bisschen Sand vom Spielplatz. Ein Schnapsglas voll reicht schon.»

Zehn Minuten später sind die Kinder wieder da und haben das kleine Glas mit (ziemlich nassem) Sand gefüllt. «So, auf dem Glas steht 2 cl, also 2 Zentiliter, das sind 20 Kubikzentimeter», rechnet Laura vor. «Schütte das mal auf diesen Teller. Jetzt halbieren wir den Sandhaufen, dann nochmal – nun haben wir 5 Kubikzentimeter. Und dieses Häufchen teilen wir nochmal in fünf gleiche Teile.» Das ist schnell geschehen. «Und jetzt wird gezählt!»

«Wie bitte?», fragt Tom entgeistert.

«Wir zählen jetzt die Sandkörner in einem Kubikzentimeter. Zeit haben wir doch heute genug!», sagt Laura.

Zehn Minuten später. «... 984, 985, 986, 987», zählt Tom. «So, jetzt haben wir fast 1000 Körner gezählt, und es ist immer noch die Hälfte des Sandes übrig. Und die besteht aus winzigen Körnchen, die zu klein sind zum Zählen.»

«Dann schätzen wir. Wir wollen es ja nicht ganz genau wissen», sagt Laura. «Bei den winzigen Körnern sind es bestimmt nochmal 9000 Stück.»

«Das sagst du jetzt nur, damit zusammen 10 000 rauskommt. Aber es könnte stimmen. Und jetzt?»

«Jetzt wird gerechnet», sagt Laura. «Also: Ein Kubikmeter Sand, das ist ein Würfel von einem Meter Länge, einem Meter

Höhe und einem Meter Breite. Er enthält 100 mal 100 mal 100 Kubikzentimeter. Das ist eine Million, geschrieben ergibt das eine 1 mit sechs Nullen. Und jeder enthält 10 000 Sandkörner, macht zusammen ...» Sie greift sich einen Block und schreibt das Ergebnis auf: 10 000 000 000

Damit ihr bei den vielen verschiedenen Raumeinheiten nicht den Überblick verliert:

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 100 \times 100 \times 100 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 10^6 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ km}^3 = 1 \text{ km} \times 1 \text{ km} \times 1 \text{ km} = 1000 \times 1000 \times 1000 \text{ m}^3 = 10^9 \text{ m}^3 = 10^{15} \text{ cm}^3$$

«Wie heißt denn diese Zahl?», fragt Tom unsicher.

«10 Milliarden», antwortet Laura, die in Mathe eine Eins hat, «das ist eine 1 mit 10 Nullen. Aber ab jetzt sollten wir die Zahlen anders schreiben: Statt 10 Milliarden schreibt man nämlich auch 10^{10} – man zählt einfach die Zahl der Nullen hinter der Eins.»

«Okay», sagt Tom, auch wenn ihm bei diesen Hochzahlen immer ein bisschen mulmig ist.

«Also gut, weiter im Text!» Laura lässt nicht locker. «Wie breit ist ein Strand? Natürlich sehr unterschiedlich. Sagen wir mal: im Durchschnitt 100 Meter. Und wie tief geht ein Strand nach unten? Auch das ist schwer zu sagen. Wo hört der Strand auf und fängt der Erdboden an?»

«Also, als ich letztes Jahr in Dänemark die Sandburg ge-

baut habe, konnte ich einen Meter tief graben, darunter brach mir immer das Wasser ein, und es war ziemlich matschig. Ich würde sagen: Der Strand ist einen Meter tief.» Tom ist froh, auch mal etwas zur Sache beisteuern zu können.

«Gut. Dann hat ein Kilometer Strand wie viele Kubikmeter?», fragt Laura.

«Sag's mir – wir sind doch hier nicht in der Schule.»

«Ist doch einfach: 1000 Meter Länge mal 100 Meter Breite mal 1 Meter Tiefe – das macht 100 000 Kubikmeter. Oder auch 10^5 . Wenn jeder Kubikmeter 10^{10} Sandkörner enthält, dann sind das 10^{15} Sandkörner pro Kilometer Strand.»

«Das rechnet sich ja ganz einfach mit diesen Hochzahlen», staunt Tom.

«Ja – wenn man Potenzen, so heißen sie auch, miteinander malnimmt, muss man nur die Hochzahlen addieren», erklärt Laura. «So, jetzt kommt die schwierigste Frage: Wie viele Kilometer Strand gibt es auf der Erde? Hol doch mal den Atlas aus dem Regal!» Tom holt das abgegriffene Buch, mit dem sie schon so oft Phantasiereisen um die Welt unternommen haben. Sie beugen sich über die Seite, auf der alle Kontinente der Erde abgebildet sind.

«Und jetzt? Soll ich das alles mit einem Zentimetermaß nachmessen?», fragt Tom

«Das hat wohl wenig Sinn», antwortet seine Schwester. «Denn das Lineal ist ja gerade, und die Ränder der Kontinente sind krumm und gezackt. Und wenn man eine Landkarte mit einem größeren Maßstab nimmt, sind sie noch gezackter, und man würde eine noch längere Küste messen. Aber schau

doch mal ins alphabetische Register, vielleicht steht im Textteil etwas drin über die Länge der Küsten!»

Und tatsächlich finden sie ganz am Anfang des Buches ein Kapitel mit lauter Zahlenangaben: über die Fläche der Kontinente, die Größe und Tiefe der Ozeane – und auch einen Abschnitt über die Küstenlängen. Darin steht, dass es sehr schwierig ist, darüber genaue Zahlen anzugeben, aber dass sich bei einem bestimmten Maßstab ungefähr folgende Werte ergeben:



A hand-drawn illustration of an open book. The right page contains a list of continents and their approximate coastline lengths in kilometers. The text is written in a simple, hand-drawn style. The total sum is underlined in pink.

| | |
|----------------|-------------------|
| EUROPA | 37.200 km |
| ASIEN | 70.600 km |
| AMERIKA..... | 104.200 km |
| AFRIKA | 30.500 km |
| AUSTRALIEN.... | 19.500 km |
| ANTARKTIS.... | 24.300 km |
| SUMME: | 286.300 km |

«In der Antarktis gibt es aber keinen Strand», wendet Tom ein.

«Gibt es wohl, das hab ich letztens in einem Film über Pinguine gesehen», antwortet Laura, «aber gehen wir mal davon aus, dass die Hälfte aller Küsten aus Sandstrand besteht.»

«Wieso die Hälfte?»

«Wieso nicht?», grinst Laura. «Schließlich wollen wir nur eine ungefähre Zahl herausbekommen, da macht es nicht viel aus, ob man sich mal ein bisschen verschätzt. Also: sagen wir 140 000 Kilometer Strand. Multipliziert mit 10^{15} Sandkörnern macht das ...»

«Moment, jetzt kann ich das auch!», ruft Tom dazwischen. «140 000 sind 14 mal 10^4 . Macht also zusammen ... 14 mal 10^{19} .»

«Stimmt genau», sagt Laura. «In der Mathematik ist es aber üblich, vorne nur eine Zahl zwischen 1 und 10 zu verwenden – also 1,4 mal 10^{20} , die Null von vorne wird einfach hinten mit draufgepackt. Aber für den Anfang schon ganz gut, Bruderherz!»

Tom schneidet ihr eine Grimasse. Er hasst es, wenn seine Schwester diese gönnerhaft-überlegene Haltung an den Tag legt. «Hat diese Zahl denn überhaupt einen Namen?»

«Klar hat sie das», sagt Laura. «Das System mit den Zahlennamen ist ziemlich einfach: Ab Millionen gibt es alle drei Nullen einen neuen Namen. Eine Milliarde ist also 1000-mal so viel wie eine Million. Und dann kommt immer abwechselnd -ion und -iarde. Das kann man ziemlich leicht aufschreiben!» Und sie malt die folgende Tabelle auf:

$$\begin{aligned}
 1 \text{ Million} &= 10^6 = 1\,000\,000 \\
 1 \text{ Milliarde} &= 10^9 = 1\,000\,000\,000 \\
 1 \text{ Billion} &= 10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000 \\
 1 \text{ Billionarde} &= 10^{15} = 1\,000\,000\,000\,000\,000 \\
 1 \text{ Trillion} &= 10^{18} = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \\
 1 \text{ Trilliarde} &= 10^{21} = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000
 \end{aligned}$$

« 10^{20} sind dann 100 mal 10^{18} , was nach der Tabelle 100 Trillionen macht. Die Zahl der Sandkörner ist also 140 Trillionen. Klingt doch sehr beeindruckend, oder? Als Nächstes kommen übrigens Trilliarde, Quadrillion, Quadrilliarde, Quintillion, Quintilliarde, Sextillion, Sextilliarde, Septillion, Septilliarde, Oktillion, Oktilliarde, Nonillion, Nonilliarde, Dezillion ...»

«Aufhören!», ruft Tom, dem schon der Kopf schwirrt von diesen vielen lateinischen Namen. «Das kann ich mir unmöglich merken!»

«Musst du ja auch nicht», beschwichtigt ihn seine Schwester mit der Eins in Mathe, «die Bezeichnung mit den Hochzahlen ist viel einfacher. Außerdem vermeidet man Missverständnisse: Die Amerikaner zum Beispiel haben keine -iarden, bei denen kommt nach *million* gleich *billion* und *trillion*. Da kann man schon ganz schön durcheinander kommen.»

Tom grübelt. «Trotzdem – ich kann mir unter 1,4 mal 10^{20} genauso wenig vorstellen wie unter 140 Trillionen. Das sind

für mich fast unendlich viele – genauso wie die Sterne am Himmel.»

«Genauso viel Sand am Meer wie Sterne am Himmel? Oder gibt's davon vielleicht unendlich viele? Das müsste man doch rauskriegen können ...», antwortet Laura. «Wir können ja heute Abend mal rausgehen und ein kleines Stück vom Himmel beobachten und zählen.»

«Wie bei den Sandkörnern, was? Nee danke», protestiert Tom. «Erstens ist mir das zu mühsam, und zweitens wird bei dem Wetter wohl kaum ein Stern zu sehen sein. Ich hab eine bessere Idee: Wir fragen jemand, der sich auskennt. Unseren Onkel Manfred zum Beispiel, der hat doch ein Fernrohr, mit dem er die Sterne beobachtet. Der müsste wissen, wie viele es davon gibt.»

Nachgefragt



Wie viele Menschen gibt es auf der Welt?

Im Moment wächst die Weltbevölkerung ständig. Das war nicht immer so: In der Frühzeit ging die Bevölkerungszahl ständig auf und ab, und noch im Mittelalter leerten sich ganze Landstriche aufgrund von Epidemien und Seuchen. Die Milliardenmarke erreichte die Menschheit vor etwa 200 Jahren. In den letzten 100 Jahren hat sich die Weltbevölkerung fast vervierfacht. Genau zählen kann man die Zahl der Menschen nicht, aber die Vereinten Nationen schätzen, dass der sechsmilliardste Mensch am 12. Oktober 1999 geboren wurde. Seitdem sind schon wieder einige 100 Millionen dazugekommen, alle 0,4 Sekunden einer. Das größte Wachstum gibt es in den ärmsten Ländern. Deshalb versuchen Regierungen und internationale Organisationen, durch Aufklärung und soziale Maßnahmen das Wachstum zu verlangsamen. Die Zahl aller Menschen, die je auf der Erde gelebt haben, wird übrigens auf 80 bis 100 Milliarden geschätzt.