



Kapitel 5
Globalverdrahtung

5

5

5	Globalverdrahtung	129
5.1	Einführung	129
	5.1.1 Allgemeines Verdrahtungsproblem	129
	5.1.2 Globalverdrahtung	130
5.2	Begriffsbestimmungen	131
5.3	Optimierungsziele	135
	5.3.1 Kundenspezifischer Entwurf	135
	5.3.2 Standardzellen-Entwurf	136
	5.3.3 Gate-Array-Entwurf	138
5.4	Abbildung von Verdrahtungsregionen	138
5.5	Ablauf der Globalverdrahtung	140
5.6	Algorithmen für die Globalverdrahtung	141
	5.6.1 Steinerbaum-Verdrahtung	142
	5.6.2 Globalverdrahtung im Verbindungsgraphen	146
	5.6.3 Wegsuche mit dem Dijkstra-Algorithmus	150
	Aufgaben zu Kapitel 5	155
	Literatur zu Kapitel 5	156

5 Globalverdrahtung

5.1 Einführung

5.1

► 5.1.1 Allgemeines Verdrahtungsproblem

Nach der Platzierung der Zellen u.a. Schaltungselemente erfolgt die Bestimmung der konkreten Verdrahtungsanordnung entsprechend der in der Netzliste festgelegten Zuordnung der Netze zu den Pinanschlüssen. Das allgemeine Verdrahtungsproblem lässt sich folgendermaßen definieren:

Bei der Verdrahtung sind alle Zellen- bzw. Bauelementeanschlüsse gleichen Potentials, die also zu einem Netz gehören, miteinander zu verbinden. Dies beinhaltet das Festlegen von Verdrahtungswegen sowie die Zuordnung der Leiterzugsegmente zu Verdrahtungsebenen. Dabei müssen Randbedingungen (z.B. Kreuzungsfreiheit) eingehalten werden, und die Optimierung von Zielfunktionen (z.B. minimale Verbindungslänge) ist anzustreben.

Abb. 5.1 verdeutlicht dies an einem Beispiel.

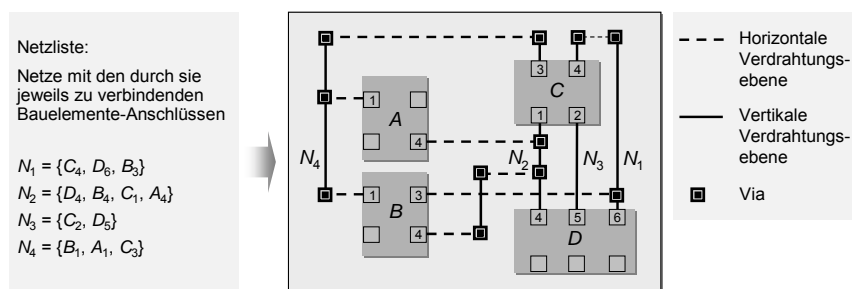


Abb. 5.1 Beispiel einer Verdrahtungsaufgabe, bei der die in der Netzliste enthaltenen Verbindungsinformationen in konkrete Verdrahtungswege umgesetzt werden (2-Ebenen-Verdrahtung).

Erste automatische Verdrahtungswerkzeuge, sog. Router, wurden für Leiterplatten entwickelt. Heutiges Hauptanwendungsgebiet ist jedoch der Schaltkreisentwurf, da bei ihm aufgrund der Größe mit teilweise Millionen von Netzen und der damit verbundenen Komplexität des Verdrahtungsproblems die manuelle Verdrahtung von vornherein ausscheidet.

Abb. 5.2 gibt sowohl einen Überblick über unterschiedliche Verdrahtungsverfahren, wie sie im Laufe der letzten 40 Jahre für verschiedene Einsatzbereiche entwickelt wurden, als auch deren Zuordnung zu den einzelnen Kapiteln dieses Buches.

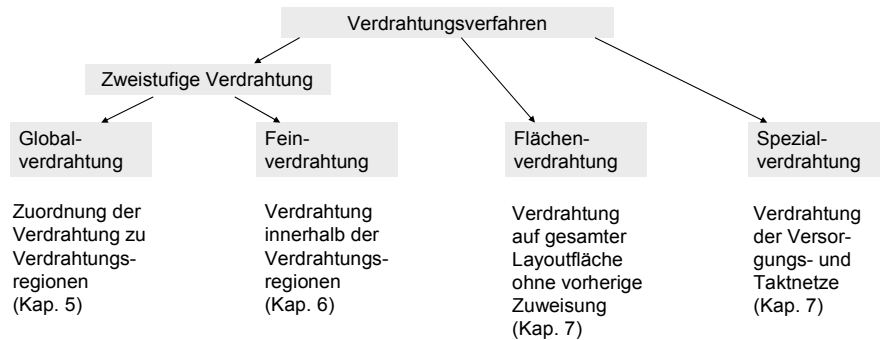


Abb. 5.2 Einteilung von Verdrahtungsverfahren und ihre Kapitelzuordnung.

► 5.1.2 Globalverdrahtung

Die bereits genannte Komplexität der Aufgabenstellung verhindert, dass man beim Schaltkreisentwurf nach der Platzierung sofort eine detaillierte Verdrahtung durchführen kann. Hier wird die Verdrahtung in zwei Schritte, die Globalverdrahtung (Global routing) und die Feinverdrahtung (Detailed routing), aufgespalten (Abb. 5.3). Da bei der Globalverdrahtung nur eine grobe Zuordnung der Netze auf die einzelnen Verdrahtungsbereiche erfolgt und sich die anschließende Feinverdrahtung ausschließlich dieser Zuordnung bedient, lassen sich damit auch Schaltungen mit Millionen von Netzen effektiv verdrahten. Wie auch bei anderen sequentiell abzuarbeitenden Entwurfsschritten geht diese Aufspaltung auf Kosten der globalen Optimalität, d.h. das zu erwartende Ergebnis kann nur von suboptimaler Natur sein.

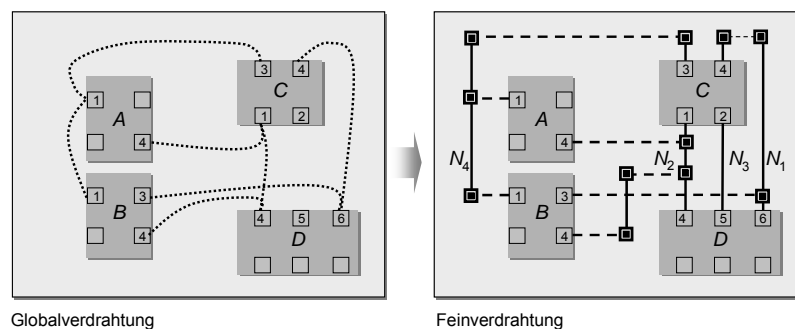


Abb. 5.3 Aufspaltung einer Verdrahtungsaufgabe in Global- und Feinverdrahtung.

Es sei angemerkt, dass eine Trennung in Global- und Feinverdrahtung bei den meisten Leiterplatten-Verdrahtungsprogrammen nicht üblich ist, d.h. hier wird in der Regel jedes Netz sofort detailliert verdrahtet (s. Flächenverdrahtung in Kap. 7).

Bei der Globalverdrahtung werden ungefähre Verbindungswege auf einer Layoutoberfläche festgelegt. Dies geschieht meist durch Zuweisung der Netzsegmente in sog. Verdrahtungsregionen unter Berücksichtigung der jeweiligen Verdrahtungskapazitäten dieser Regionen.

Die genaue Zuordnung der Verdrahtungswege zu konkreten Koordinaten und damit zu einer detaillierten Wegführung erfolgt in der Feinverdrahtung (s. Kap. 6).

Vor Beginn der Globalverdrahtung sind folgende Aufgaben zu lösen:

- **Festlegen der Netzreihenfolge**, d.h. in welcher Folge werden die Netze global verdrahtet?
- **Festlegen der Anschlussfolge** innerhalb eines Netzes, d.h. in welcher Folge werden die einzelnen Pins eines Netzes miteinander verbunden?

Diese Aufgaben resultieren aus der Sequentialität der Verdrahtungsdurchführung, d.h. Netze lassen sich aufgrund ihrer Vielzahl oft nur nacheinander verdrahten. Auch die einzelnen Pinanschlüsse eines Netzes werden bei den meisten Verdrahtungsalgorithmen sequentiell berücksichtigt. Unbedingt zu beachten ist, dass die Lösungsqualität dieser Teilaufgaben großen Einfluss auf das zu erwartende Verdrahtungsergebnis hat.

Zur Bestimmung der Netzreihenfolge zieht man oft Netzkriterien heran, die jedem Netz eine bestimmte Netzschwichtung (auch als „Criticality“ oder Netzgewicht bezeichnet) zuordnen. Auch können hier weitere Kriterien, wie z.B. die Anschlussanzahl oder -positionen, berücksichtigt werden.

Zum Festlegen der Anschlussfolge innerhalb eines Netzes werden entweder Steinerbaum-basierte Algorithmen verwendet (z.B. Steinerbaum-Verdrahtung, s. Kap. 5.6.1), oder man geht von geometrischen Kriterien aus. Beispielsweise lassen sich die einzelnen Anschlüsse nach aufsteigenden x -Koordinaten ordnen und dann in dieser Reihenfolge anschließen.

5.2 Begriffsbestimmungen

Verdrahtungsregion (Routing region): Die Zuordnung von Netzen bei der Globalverdrahtung erfolgt in sog. Verdrahtungsregionen. Diese werden aus einer Aufteilung des Layouts in Regionen gebildet, die gröber als das zugrunde liegende Layoutraster sind. Die Grenzen dieser Verdrahtungsregionen können dabei gleichmäßig über das Layout gelegt werden (Aufteilung in gleichgroße Gebiete, sog. „Tiles“) oder können sich nach Zellenkanten bzw. Pinanschlüssen richten. Im letzteren Fall bezeichnet man die Verdrahtungsregionen als Kanäle oder Switchboxen.

Kanal (Channel): Sind die Verdrahtungsregionen an zwei Seiten von Zellen- bzw. Bauelementekanten begrenzt, spricht man von Kanälen. Ein Kanal hat damit immer an zwei gegenüberliegenden Seiten Pinpositionen der in ihm zu verlegenden Netze. Insbesondere beim Standardzellen-Entwurf mit wenigen Verdrahtungsebenen werden Kanäle angewendet. Bei ihnen unterscheidet man oft zwischen horizontalen (horizontale Hauptverdrahtungsrichtung, Pinanschlüsse „oben“ und „unten“) und vertikalen Kanälen (vertikale Hauptverdrahtungsrichtung, Pinanschlüsse „rechts“ und „links“).

Die **Kapazität (Capacity)** eines Kanals in seiner jeweiligen Verdrahtungsrichtung ergibt sich aus der sog. Spuranzahl. Diese wird aus dem Quotienten aus der Höhe h des Kanals und dem Leiterzugmittenabstand, dem Pitch d_{pitch} , ermittelt, wobei d_{pitch} der Summe von Leiterzug- bzw. Viabreite und minimalem Leiterzugabstand entspricht (Abb. 5.4). Unter der Annahme einer Mehrlagenverdrahtung in der jeweiligen Verdrahtungsrichtung des Kanals mit n_{layer} Ebenen lässt sich die Kanalkapazität c_{tracks} wie folgt berechnen:

$$c_{\text{tracks}} = \frac{n_{\text{layer}} \cdot h}{d_{\text{pitch}}}$$

Hinweis: Da der Abstand der am unteren und oberen Rand liegenden Netzsegmente von den Standardzellen jeweils oftmals auch dem Leiterzugmittenabstand d_{pitch} entspricht, ergibt sich in diesen Fällen die Kanalkapazität durch Rundung von c_{tracks} auf den nächst niedrigeren ganzzahligen Wert.

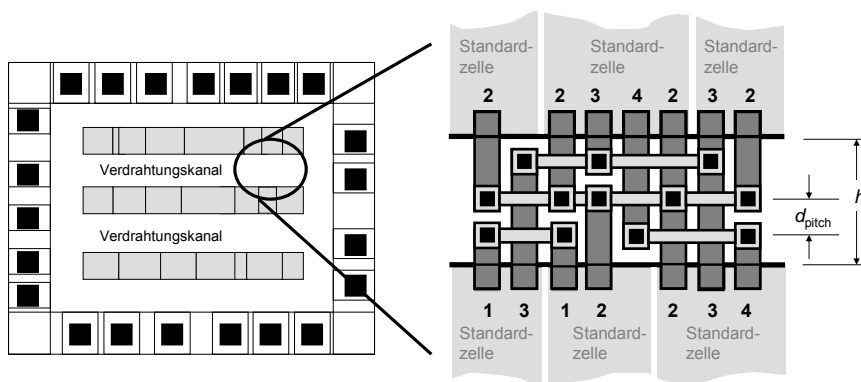


Abb. 5.4 Kanalverdrahtung in einem horizontalen Kanal.

Die Verdrahtungswege in Kanalrichtung werden als **Spuren (Tracks)** bezeichnet. Diese legen mit ihrer Anzahl die Höhe des Kanals fest. Senkrecht zu ihnen verlaufen die sog. **Spalten (Columns)**. Wichtig ist, dass alle Pins (Anschlüsse) auf diesen Spalten liegen, um sie überhaupt anschließen zu können. Bei der klassischen Standardzellenschaltung sind die Kanalhöhen flexibel, d.h. die Kanalkapazität wird den Erfordernissen der Verdrahtung angepasst.

Aufgrund der Zunahme der Anzahl von Verdrahtungsebenen verliert die Kanaldefinition zunehmend an Bedeutung, da man ab der dritten Ebene nicht mehr an Zellenkanten gebunden ist (s. OTC-Verdrahtung in Kap. 6.7).

Switchbox: Der Kreuzungsbereich von horizontalen und vertikalen Kanälen wird als Switchbox bezeichnet (Abb. 5.5). Während Kanäle nur an zwei gegenüberliegenden Seiten feste Anschlüsse besitzen (Pinanschlüsse), haben bei einer Switchbox alle vier Seiten definierte Anschlusspositionen (Kanalanschlüsse). Da damit die Switchbox-Größe festgelegt ist, lässt sich also nicht wie beim Kanal „aufweiten“ lässt, ergibt sich ein im Vergleich zur Kanalverdrahtung deutlich schwierigeres Verdrahtungsproblem.

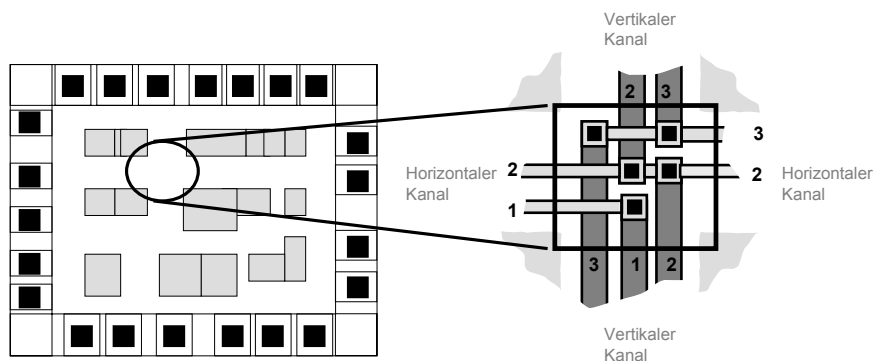


Abb. 5.5 Switchbox-Verdrahtung im Kreuzungsbereich von horizontalen und vertikalen Kanälen einer Makrozellschaltung.

Die Verdrahtung einer Switchbox erfolgt meist im Anschluss an die Verdrahtung der sie begrenzenden Kanäle, da erst dann die Eintrittspositionen der Leiterzüge festgelegt werden.

Man unterscheidet heute oft zwischen **zweidimensionalen (2D) und dreidimensionalen (3D) Switchboxen**. Dies resultiert aus der Zunahme der Ebenen, denn über den Zellen (ab der dritten Ebene) ist die Anwendung der klassischen Switchbox-Definition nicht sinnvoll. Eine 2D-Switchbox ist an allen vier Seiten von Zellen umgeben und entspricht damit dem klassischen Switchbox-Modell. Sie kommt damit nur auf den Zellenebenen zum Einsatz (Abb. 5.6). Darüber liegende Switchboxen (i.Allg. ab der dritten Ebene) sind 3D-Switchboxen. Diese haben Anschlüsse an allen sechs Seiten, also auch nach oben und unten. Die nach unten gehenden Anschlüsse dienen der Verbindung zu Kanälen und zu 2D-Switchboxen auf den Zellenebenen. Nach oben gehende Anschlüsse können notwendig sein, um spezielle Anschlussstellen auf der Schaltungsoberfläche anzuschließen (z.B. Flip-Chip-Technik).

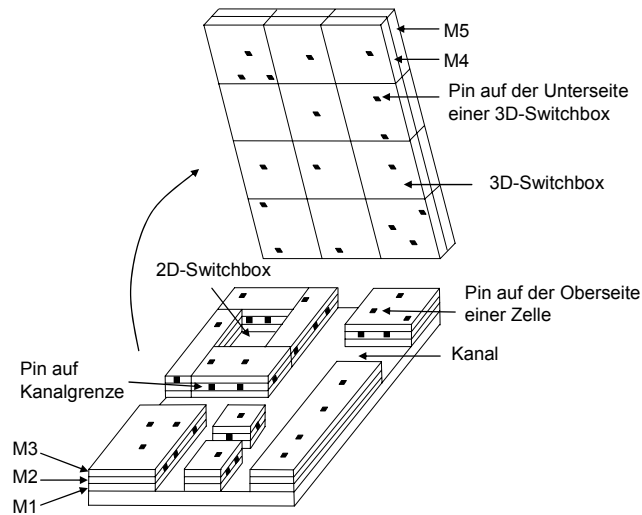


Abb. 5.6 Illustration von 2D- und 3D-Switchboxen in einem 5-Lagen-Prozess, wobei die Zellen bis zur Ebene M3 intern verdrahtet sind (nach [5.5]). In diesem Fall werden die Ebenen M1, M2, M3 zur Kanalverdrahtung und für 2D-Switchboxen genutzt. Die Ebenen M4 und M5 sind in 3D-Switchboxen gleicher Größe aufgeteilt.

T-Kreuzung (T-Junction): Bei ungleichmäßigen Layoutdarstellungen (z.B. beim Makrozellen-Entwurf) kann es zur Bildung von T-Kreuzungen kommen, bei denen ein vertikaler und ein horizontaler Kanal T-förmig zusammentreffen (Abb. 5.7).

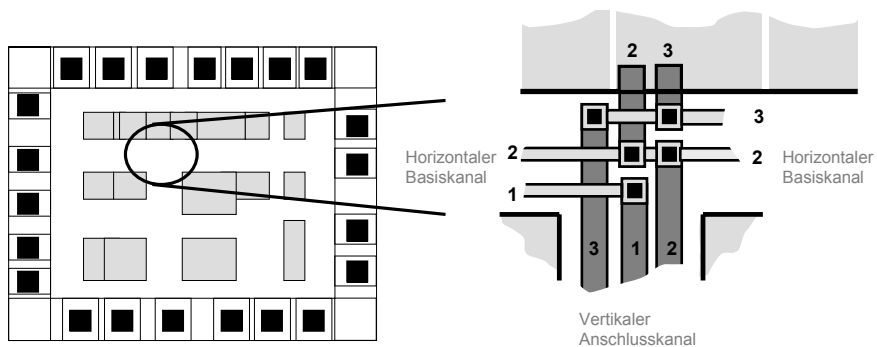


Abb. 5.7 Verdrahtung bei einer Makrozellen-Schaltung mit T-Kreuzung.

Der vertikale Anschlusskanal (Crosspiece channel) sollte aus folgenden zwei Gründen vor dem horizontalen Basiskanal (Base channel) verdrahtet werden:

- Zur Verdrahtung des horizontalen Basiskanals sind die Pininformationen an beiden Pinkanten erforderlich. Im Bereich der T-Kreuzung liegen diese jedoch erst vor, wenn der vertikale Anschlusskanal zuvor verdrahtet wurde.
- Die Breite des vertikalen Anschlusskanals ergibt sich erst nach dessen Verdrahtung. Diese Breite beeinflusst jedoch die Lage der Pinpositionen im Basiskanal.

5.3 Optimierungsziele

5.3

Bei der Globalverdrahtung werden i.Allg. zwei Teilziele angestrebt:

- Ermittlung, ob eine bestimmte Platzierung verdrahtbar ist,
- Zuordnung von Netzen zu den Verdrahtungsregionen.

Die der Globalverdrahtung zugrunde liegenden Verdrahtungsregionen haben in den meisten Fällen jeweils eine maximale horizontale und vertikale Kapazität entsprechend ihrer Größe und den ebenenspezifischen Entwurfsregeln. Durch Berücksichtigung dieser Aufnahmekapazität ist es möglich, die Verdrahtbarkeit einer Platzierung zeiteffektiv zu bestimmen und darüber hinaus eine Gleichverteilung der Verdrahtungsdichte anzustreben. Außerdem können so vorgegebene Verdrahtungskriterien, wie z.B. maximale Verbindungslängen kritischer Netze, eingehalten werden, indem man z.B. diese Netze bevorzugt auf kürzestem Weg verlegt. Da die nachfolgende Feinverdrahtung auf der Netzzuordnung zu Verdrahtungsregionen beruht, lassen sich mittels der Globalverdrahtung Netzwichtungen effektiv berücksichtigen.

► 5.3.1 Kundenspezifischer Entwurf

Verdrahtungsregionen sind beim kundenspezifischen Entwurf (Full-custom design) in unterschiedlichen Formen und Abmessungen gegeben und müssen daher zuerst in Kanäle und Switchboxen aufgeteilt werden (Channel definition problem). Auch ist festzulegen, in welcher Reihenfolge die einzelnen Verdrahtungsregionen zu verdrahten sind (Channel ordering problem).

Beispielsweise lassen sich die Aufteilung in Kanäle sowie deren Bearbeitungsreihenfolge durch Erstellen eines Schnittbaums aus der Layoutanordnung ermitteln (Abb. 5.8, s. auch Kap. 3.3). Die entsprechende Aufteilung und die Reihenfolge der Bearbeitung ergeben sich aus dem „Depth-First-Durchgang“ durch den Schnittbaum. Hierbei wird, von der Wurzel beginnend, jeder Zweig des Baums bis zu seinen Blättern verfolgt. Jedoch werden den Knoten die entsprechenden Reihenfolge-Nummern erst im jeweiligen „Rückwärtsgang“ zugewiesen, d.h. die Wurzel erhält den letzten Platz in der Rangfolge. Die Kanäle sind dann bei der Pinzuweisung bzw. Feinverdrahtung in dieser Reihenfolge abzuarbeiten.

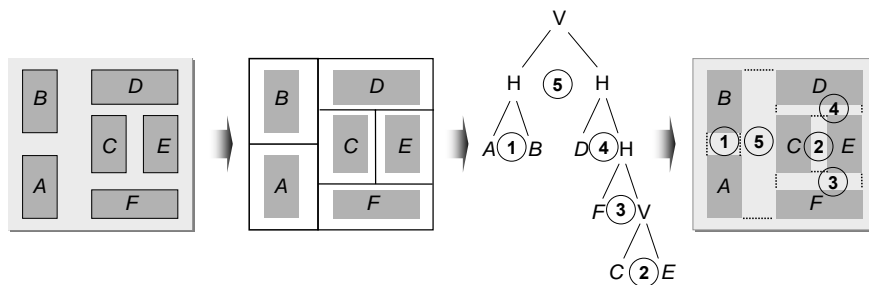


Abb. 5.8 Festlegen von Kanälen und deren Bearbeitungsreihenfolge mittels eines aus dem Layout erstellten Schnittbaums. Die Verdrahtungsreihenfolge der Kanäle ist durch die eingekreisten Ziffern 1 bis 5 angegeben, wobei diese mittels eines Depth-First-Durchgangs durch den Schnittbaum mit „rückwärts“ zugewiesenen Reihenfolge-Nummern ermittelt werden.

Sollte das Layout nicht durch wiederholte vertikale und horizontale Teilung in einem Schnittbaum abbildbar sein, lässt sich das Verdrahtungsproblem nicht auf die Kanalverdrahtung begrenzen, d.h. es müssen auch Switchbox-Verdrahter eingesetzt werden.

Sind die Verdrahtungsregionen bestimmt und ist deren Abarbeitungsreihenfolge festgelegt, kann die eigentliche Globalverdrahtung durchgeführt werden. Die Aufgabe besteht dabei darin, die Netze auf die einzelnen Verdrahtungsregionen aufzuteilen, z.B. unter Nutzung einer Steinerbaum-Verdrahtung (s. Kap. 5.6.1), der Globalverdrahtung im Verbindungsgraphen (s. Kap. 5.6.2) oder der Wegsuche mit dem Dijkstra-Algorithmus (s. Kap. 5.6.3).

Verdrahtungsregionen können beim kundenspezifischen Entwurf eine flexible Ausdehnung haben, d.h. eine maximale Verdrahtungskapazität ist in diesen Fällen nicht vorgegeben. Wesentliches Zielkriterium ist dabei, neben einer *Minimierung der Gesamtverbindungslänge bzw. der Netzlänge des jeweils längsten Netzes*, die *Gleichverteilung der Verdrahtungsdichte*.

Sollten aufgrund von Platzierungsrestriktionen die Verdrahtungsregionen feste Kapazitätsgrenzen haben, so wird als ein weiteres Ziel die *Feststellung der Verdrahtbarkeit* angestrebt.

► 5.3.2 Standardzellen-Entwurf

Bei der Platzierung von Standardzellen werden die Positionen der Zellen in den einzelnen Standardzellenreihen sowie die Positionen und Kapazitäten der einzelnen Durchgangszellen (Feedthrough cells) festgelegt. Derartige Durchgangszellen erlauben die Durchleitung der Verdrahtung durch die Zellenreihen, stellen also Zellen dar, deren „oberes“ und „unteres“ Pin direkt miteinander verbunden sind (Abb. 5.9, s. auch Kap. 1.6.2). Weiterhin liegt nach der Platzierung fest, ob es neben diesen Zellen noch weitere Durchgangsmöglichkeiten durch die Standardzellen-Reihen gibt. Möglichkeiten hierfür sind sog. Durchgangsverbindungen (Feedthrough wires) innerhalb „regulärer“ Standardzellen oder die Ausnutzung der Ebene(n) „oberhalb“

der Standardzellen. Dagegen sind die Höhen der einzelnen Kanäle nicht vorgegeben, womit deren Verdrahtungskapazität variabel dem Bedarf anpassbar ist.

Sind sämtliche Durchquerungsmöglichkeiten der Standardzellenreihen in ihrer Anzahl fest vorgegeben, so ist die *Feststellung der Verdrahtbarkeit* des Standardzellen-Layouts ein Zielkriterium für die Globalverdrahtung.

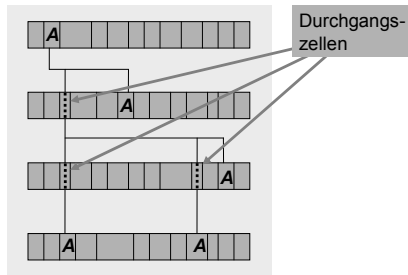
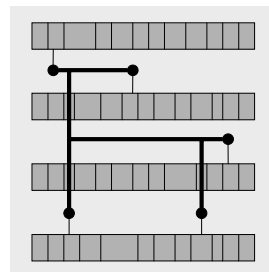
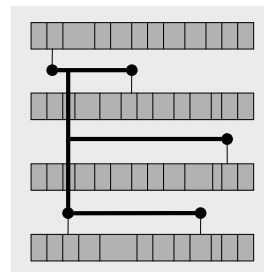


Abb. 5.9 Nutzung dreier Durchgangszellen zur Verbindung des Netzes A.

Sollten alle Anschlüsse eines Netzes an *einen* Kanal grenzen, lässt sich dieses Netz mittels der Feinverdrahtung (in diesem Fall durch die sog. Kanalverdrahtung) komplett in diesem Kanal verdrahten. Sofern ein Netz in mehreren Kanälen zu verlegen ist, besteht die Aufgabe der Globalverdrahtung darin, die *Netze auf die einzelnen Kanäle aufzuteilen*, so dass diese anschließend voneinander unabhängig verdrahtet werden können. Zur Aufteilung eines Netzes auf die Kanäle werden oft rektilineare Steinerbäume (s. Kap. 5.6.1) benutzt, deren Generierung die Zuordnung einzelner Netzsegmente auf die Kanäle ermöglicht (Abb. 5.10).



Steinerbaum mit minimaler Verbindungslänge



Steinerbaum mit minimaler Anzahl von Reihendurchquerungen

Abb. 5.10 Zwei Möglichkeiten der Aufteilung eines Netzes auf unterschiedliche Kanäle mittels eines rektilinearen Steinerbaums.

Die Gesamthöhe eines Standardzellenlayouts ergibt sich aus der Summe der Standardzellenhöhen pro Reihe und der einzelnen Kanalhöhen. Zur Minimierung dieser Layouthöhe ist eine *Minimierung der Kanalhöhen* anzustreben. Auch wenn die zur Verdrahtung benötigten Kanalhöhen im Wesentlichen durch die Platzierung der

Standardzellen festgelegt werden, so kann die Globalverdrahtung hierauf noch bedingt Einfluss nehmen. Beispielsweise lässt sich durch Ausnutzen der beiderseitigen Anschließbarkeit von Zellen festlegen, ob diese im Kanal „oberhalb“ oder „unterhalb“ zu verdrahten sind.

Weitere Zielkriterien sind oft eine *minimale Gesamtverbindungslänge* bzw. die *Minimierung der Netzlänge des jeweils längsten Netzes*.

► 5.3.3 Gate-Array-Entwurf

Beim Gate-Array-Entwurf sind die Zellengrößen sowie deren Einbauplätze und damit auch die Kanalkapazitäten fest vorgegeben. Somit ist das wesentliche Zielkriterium die *Feststellung der Verdrahtbarkeit* (Abb. 5.11) und, falls diese gegeben ist, die entsprechende *Zuweisung der Netze auf die Verdrahtungsregionen*.

Untergeordnete Zielkriterien sind oft eine *minimale Gesamtverbindungslänge* bzw. die *Minimierung der Netzlänge des jeweils längsten Netzes*.

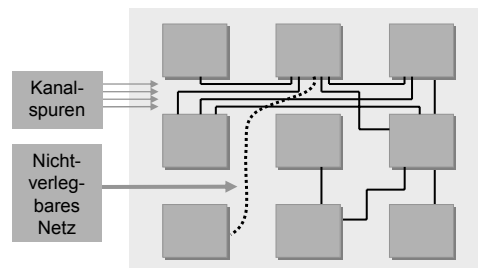


Abb. 5.11 Beispiel der eingeschränkten Verdrahtbarkeit eines Gate-Arrays, bei dem aufgrund einer maximalen horizontalen Kanalkapazität von vier Spuren ein Netz in der gegebenen Konfiguration nicht verdrahtet werden kann.

5.4 5.4 Abbildung von Verdrahtungsregionen

Um die Globalverdrahtung rechentechnisch effektiv durchführen zu können, werden Verdrahtungsregionen, d.h. Tiles, Kanäle oder Switchboxen, oft in einem Graphen abgebildet. Die Knoten stellen dabei die einzelnen Verdrahtungsregionen dar, wobei man diese in vielen Fällen mit Kapazitätsangaben versieht.

Die Verdrahtungsaufgabe besteht darin, einen Pfad im Graphen zu finden, der die Knoten bzw. Kanten verbindet, in welchen die jeweiligen Pinanschlüsse liegen. Der

Pfad kann dabei nur über solche Knoten gelegt werden, die noch eine entsprechend freie Verdrahtungskapazität besitzen.

Nachfolgend sind die drei am häufigsten benutzten Globalverdrahtungsmodelle dargestellt.

Kanal-Verbindungsgraph (Channel Connectivity Graph)

Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$, wobei jeder *Kanal* durch einen Knoten V repräsentiert wird. Eine Kante E zwischen zwei Knoten modelliert die Nachbarschaft der durch die Knoten repräsentierten Kanäle. Damit verbindet eine Kante zwei Knoten genau dann, wenn die durch diese Knoten repräsentierten Kanäle aneinander grenzen (Abb. 5.12). Den Knoten können Aufnahmekapazitäten zugeordnet werden, welche ihre Aufnahmefähigkeit für Netze, z.B. die Spuranzahl, angeben.

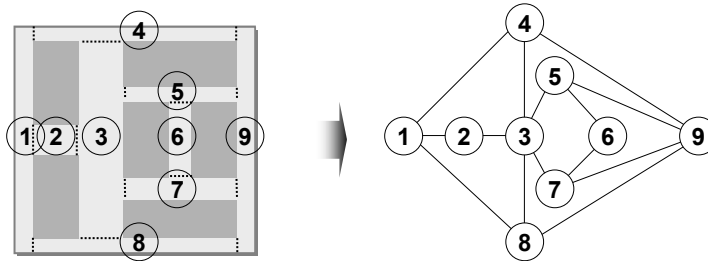


Abb. 5.12 Layout mit platzierten Zellen und der zugeordnete Kanal-Verbindungsgraph.

Switchbox-Verbindungsgraph (Bottleneck Graph, Channel Intersection Graph)

Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$, wobei die *Switchboxen* als Knoten V modelliert werden. Zwischen den Knoten befindet sich eine Kante E , wenn sich die Switchboxen auf gegenüberliegenden Seiten ein und desselben Kanals (horizontal oder vertikal) befinden. Zwei Knoten besitzen also eine Kante miteinander, wenn die durch sie repräsentierten Switchboxen mit einem Kanal verbunden sind (Abb. 5.13). Damit werden in diesem Modell sowohl horizontale als auch vertikale Kanäle als Kanten dargestellt.

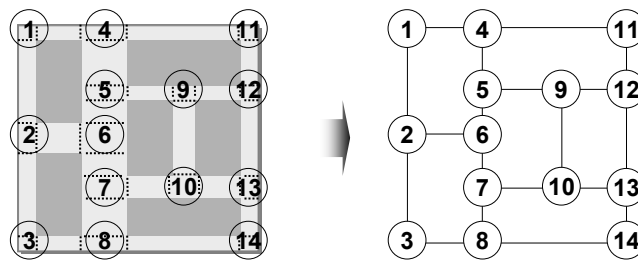


Abb. 5.13 Layout mit zugehörigem Switchbox-Verbindungsgraphen.

Gittergraph (Grid Graph Model)

Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$, wobei sog. globale Zellen, welche *gleichverteilte Layoutbereiche* darstellen, durch Knoten V und ihre Nachbarschaft durch Kanten E modelliert werden (Abb. 5.14). Die Aufnahmefähigkeit einer globalen Zelle lässt sich durch Zuordnung von k Kapazitätswerten zu den Knoten ausdrücken, wobei k die Anzahl der modellierten Ebenen repräsentiert. Beispielsweise geben die Kapazitätswerte (3,1) bei einer Zweiebenen-Struktur ($k = 2$) an, dass drei horizontale Spuren und eine vertikale Spur in dieser Zelle noch frei sind.

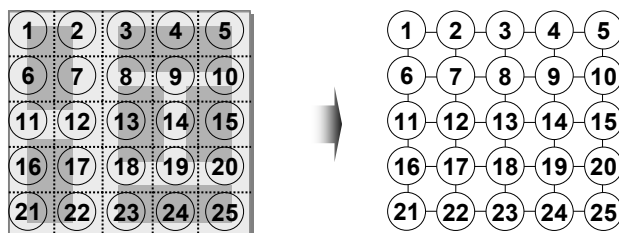


Abb. 5.14 Layoutbeispiel mit Gittergraphen.

5.5 Ablauf der Globalverdrahtung

1. Schritt: Festlegung der Verdrahtungsregionen (Region definition)

In diesem Schritt wird die Layoutfläche in Verdrahtungsregionen aufgeteilt. Meist betrachtet man hierbei die Layoutflächen zwischen den Zellen und die Flächen über denselben, die sog. OTC-Flächen (Over-the-cell), gesondert. Wie bereits erwähnt, wird innerhalb der Zellenebenen oft in Kanäle und 2D-Switchboxen unterteilt, während man oberhalb dieser Ebenen in gleichgroße Tiles, d.h. 3D-Switchboxen, aufteilt (s. Abb. 5.6). Alternativ können auf den zuletzt genannten Ebenen auch Zellenbegrenzungen übernommen werden.

Die Verdrahtungsregionen werden in einem Graphen abgebildet (s. Kap. 5.4), in dem dann die eigentliche Netzzuweisung (2. Schritt) stattfindet.

2. Schritt: Zuordnung der Netze zu den Verdrahtungsregionen (Region assignment)

Jede Verdrahtungsregion besitzt eine bestimmte Verdrahtungskapazität, d.h. Aufnahmefähigkeit für Netze. Darauf basierend wird im zweiten Schritt festgelegt, in welchen Verdrahtungsregionen die Netze zu verlegen sind. Dabei lassen sich Randbedingungen berücksichtigen, wie z.B. die Signallaufzeiten und die Gleichverteilung der Netze. Letztere Bedingung verhindert unter anderem das vorschnelle Füllen von Verdrahtungsregionen, die sich bei fortgeschrittener Verdrahtung als problematisch erweisen. Durch einen Belegungsfaktor, der mit der Auslastung einer Verdrahtungs-

region anwächst und so mit steigendem „Druck“ Umwege erzwingt, kann eine wirksame Steuerung der Belegung erreicht werden.

Bei variablen Layoutabmessungen, wie z.B. beim Standardzellenlayout, bei dem sich Kanäle in ihrer vertikalen Abmessung der Netzbelegung anpassen, spielt die Verdrahtungskapazität nur eine untergeordnete Rolle. Hier geht es hauptsächlich um eine Gleichverteilung der Verdrahtungsdichte sowohl zwischen den Kanälen als auch innerhalb eines Kanals.

3. Schritt: Anschluss-Zuweisung (Pin assignment)

In diesem Schritt werden jedem Netz, das in einer Verdrahtungsregion vorhanden ist, konkrete Anschlusspositionen auf dem Rand dieser Region zugewiesen. Nach der Anschluss-Zuweisung lässt sich für jede Region unabhängig von den anderen die Feinverdrahtung (s. Kap. 6) durchführen. Gerade bei komplexen Layouts mit Millionen von Gattern ist diese parallele Vorgehensweise angebracht.

Die Anschluss-Zuweisung setzt eine zuvor festgelegte Abfolge von Abhängigkeiten der Verdrahtungsregionen voraus, also der Reihenfolge, in der die einzelnen Regionen zu verdrahten sind (s. Kap. 5.3.1). Beispielsweise ist es oft notwendig, die an eine Switchbox grenzenden Kanäle in ihren Anschlusspositionen zuerst festzulegen und diese Positionen dann für die nachfolgend zu verdrahtende Switchbox zu übernehmen.

Bei einigen Entwurfssystemen entfällt die Anschlusszuweisung während der Globalverdrahtung, da sie Bestandteil der Feinverdrahtung ist. Bei dieser werden dann entweder mehrere Verdrahtungsregionen eines Netzes gemeinsam betrachtet oder man geht ohnehin netz- bzw. kanalweise vor.

5.6 Algorithmen für die Globalverdrahtung

Algorithmen für die Globalverdrahtung lassen sich u.a. in vier Gruppen einteilen:

- **Sequentielle Netzbetrachtung**, wie z.B. Steinerbaum-Verdrahtung, Globalverdrahtung im Verbindungsgraphen und mittels des Dijkstra-Algorithmus, bei denen die Netze nacheinander verdrahtet werden.
- **Parallele Netzbetrachtung** durch hierarchische Aufteilung (Hierarchical decomposition) des Layouts in sukzessive immer kleinere „Quadranten“. In jedem Schritt erfolgt eine Zuweisung der Netze auf diese Regionen. Bei dieser Vorgehensweise ist die Parallelbearbeitung von Netzen möglich, es entfällt also die Sortierung der Netzreihenfolge bzw. die Aufteilung in 2-Punkt-Verbindungen.
- **Numerische Methoden**, bei denen das Globalverdrahtungsproblem in Form eines Gleichungssystems abgebildet wird. Damit lassen sich jeweils sämtliche Verdrahtungswege eines Netzes betrachten.
- **Stochastische Wegsuche-Algorithmen**, wie z.B. Simulated Annealing und evolutionäre Algorithmen.

Nachfolgend werden Algorithmen mit sequentieller Netzbetrachtung (erster Anstrich) detaillierter vorgestellt.

► 5.6.1 Steinerbaum-Verdrahtung

a) Vorbemerkungen

Aufgrund des sequentiellen Charakters der meisten Algorithmen zur Feinverdrahtung ist es erforderlich, ein Multi-Pin-Netz in *nacheinander* zu verbindende Netzsegmente aufzuteilen. Diese Netzaufteilung sollte vor Anwendung der Feinverdrahtung gelöst sein und ist damit meist Bestandteil der Globalverdrahtung. Dabei ist zu beachten, dass die am Ende vorliegenden Verdrahtungsergebnisse stark von der Qualität dieser Aufteilung abhängen.

Zur Lösung dieses Problems sind minimale rektileare Steinerbäume geeignet, welche alle Anschlusspunkte eines Netzes unter Einschluss von Zusatzpunkten, sog. Steinerpunkten, derart verbinden, dass die einzelnen Netzsegmente bezüglich der gesamten Netzlänge optimiert sind. Gleichzeitig werden die Netzsegmente einzelnen Verdrahtungsregionen zugeordnet.

Rektilinearere Steinerbaum

Gegeben seien die p Pins eines Netzes auf einem horizontalen und vertikalen Raster. Ein Rasterbaum heißt rektilinearere Steinerbaum (RST), wenn er alle p Pins und beliebig viele Rasterpunkte als Knoten enthält. Knoten des RST, die nicht Pins des Netzes sind, heißen Steinerknoten.

Ein RST mit minimaler Kantenlänge wird als minimaler rektilinearere Steinerbaum (MRST) bezeichnet. Folgende Eigenschaften zeichnen einen MRST aus:

- Die Anzahl s der Steinerknoten ist $0 \leq s \leq p-2$ (p Anzahl der Pinknoten).
- Der Knotengrad von Pinknoten ist 1, 2, 3 oder 4, der Knotengrad von Steinerknoten ist 3 oder 4.
- Der MRST eines Netzes liegt stets innerhalb des minimal umschließenden Rechtecks (Minimum rectangle, MR) sämtlicher Pins dieses Netzes.
- Die Länge des MRST (L_{MRST}) kann nicht kleiner sein als die Länge des halben Umfanges des umschließenden Rechtecks (L_{MR}), d.h. es gilt $L_{MRST} \geq L_{MR}$.

Die Pinanschlüsse eines Netzes lassen sich grundsätzlich mittels eines Spannbaums darstellen (s. auch Kap. 1.13). Zur Abbildung einer realistischeren Verdrahtungsstruktur ist es jedoch sinnvoll, diesen in einen Steinerbaum zu überführen, da Steinerpunkte Bestandteile verdrahteter Mehrpunktnetze sind.

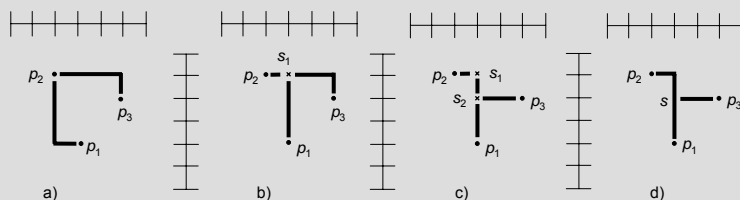
Spannbäume und Steinerbäume

- Bei einem rektilinearen Spannbaum (Rectilinear spanning tree) sind alle Anschlusspunkte rektilinear miteinander verbunden, ohne dass Steinerpunkte vorliegen. Sind seine Kanten nach minimaler Gesamtverbindungslänge optimiert, spricht man von einem minimalen rektilinearen Spannbaum. Dieser lässt sich in polynomialer Zeit, also optimal, berechnen.

- Es kann gezeigt werden, dass ein derartiger minimaler rektilinear Spannb Baum maximal 50% länger ist als der entsprechende minimale rektilineare Steinerbaum.
- Es existieren eine Vielzahl von Heuristiken, die aus einem minimalen rektilinearen Spannb Baum einen minimalen rektilinearen Steinerbaum erzeugen (s. Beispiel).

Beispiel der Überführung eines Spannb Baums in einen Steinerbaum (nach [5.2])

Die Überführung beruht darauf, dass zwei Punkte im Spannb Baum mit unterschiedlichen x - und y -Koordinaten immer durch zwei mögliche L-Formen verbunden werden können. Das „Kippen“ von L-Formen ermöglicht das Zusammenfassen von Netzsegmenten und damit die Verkürzung der Gesamtverbindungs-länge durch die Einführung von Steinerpunkten.



Das Beispiel illustriert die Umwandlung eines Spannb Baums in einen Steinerbaum mit drei Anschlusspunkten mittels Kippen und Zusammenfassen von Netzsegmenten. Abb. (a) zeigt den originalen Spannb Baum, der erste Steinerpunkt s_1 wird in (b) erzeugt durch Kippen der L-Verbindung zwischen p_1 und p_2 . Dieser Steinerpunkt ist überflüssig nach Kippen der Verbindung zwischen p_2 und p_3 in (c), womit ein optimaler Steinerbaum erzeugt werden konnte (d).

Hanan-Punkte

Anhand der bisherigen Ausführungen wird deutlich, dass zum Erzeugen eines minimalen Steinerbaums aus einem Spannb Baum Steinerpunkte einzuführen sind, welche die Gesamtverbindungs-länge verkürzen. Hanan [5.3] zeigte 1966, dass Steinerpunkte eines minimalen rektilinearen Steinerbaumes ausschließlich auf den Kreuzungspunkten der Gitterlinien liegen, die von den Anschlusspunkten gebildet werden (Abb. 5.15). Damit lassen sich alle weiteren Positionsmöglichkeiten von Steinerpunkten ignorieren, was die Suche nach dem minimalen Steinerbaum deutlich erleichtert. Die Punkte, die damit als Steinerpunkte in Frage kommen, werden als Hanan-Punkte (Hanan points) bezeichnet.

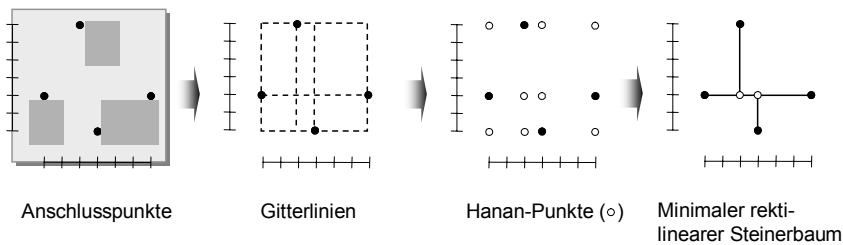


Abb. 5.15 Bestimmen von Hanan-Punkten mittels Kreuzungen der Gitterlinien, auf denen die Anschlüsse liegen, und ihre Nutzung als Steinerpunkte.

b) Festlegung der Verdrahtungsregionen

Für die Globalverdrahtung mittels Steinerbäumen ist es sinnvoll, das Layout mit einem Grobraster zu überziehen, d.h. dieses entsprechend dem in Kap. 5.4 vorgestellten Gittergraph-Modell durch globale Zellen abzubilden.

Beim Beispiel einer Standardzellenschaltung liegen die horizontalen Gitterlinien in den Mittellinien der Zellenreihen; aufgrund der Unbestimmtheit der Kanalhöhen ist ihr Abstand nicht definiert. Die vertikalen Gitterlinien sollten so gewählt werden, dass ihr Abstand ungefähr dem geschätzten der horizontalen Linien entspricht. Für alle Anschlusspunkte innerhalb einer globalen Zelle gilt, dass sie identische Koordinaten haben, d.h. ihre Positionen beispielsweise im Zellenmittelpunkt angenommen werden (Abb. 5.16).

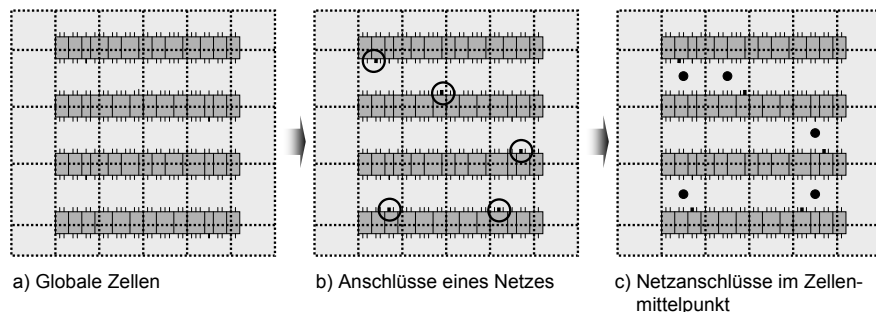


Abb. 5.16 Globale Zellen beim Standardzellen-Layout (a) und die Anordnung von Netzanschlüssen innerhalb dieser Zellen zur Steinerbaum-Erzeugung (b, c).

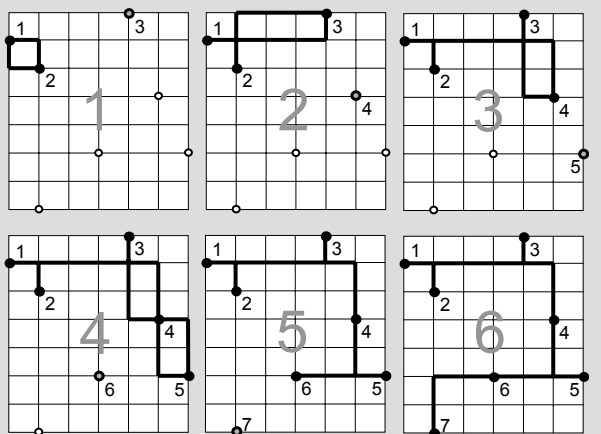
c) Algorithmus zur Steinerbaum-Erzeugung

Nachfolgend ist ein einfacher Steinerbaum-Algorithmus angegeben, bei dem mittels der sequentiellen Einbeziehung von Pin- und Hanan-Punkten ein minimaler rektilinear Steinerbaum aufgebaut wird. Dieser Algorithmus findet einen optimalen Steinerbaum bei bis zu vier Netzanschlüssen, bei mehr als vier Anschlüssen ist das Ergebnis von suboptimaler Qualität.

Sequentieller Steinerbaum-Algorithmus

1. Ermitteln des Anschlusspaars mit minimalem Manhattan (M)-Abstand und Erzeugung des minimal umschreibenden Rechtecks (MR), d.h. Generierung von (höchstens) zwei alternativen minimalen rektilinearen Steinerbäumen (MRST).
2. Bestimmen des Anschlusses mit minimalem M-Abstand zur aktuellen MRST-Menge, Verbinden dieses Anschlusses durch minimale M-Pfade auf dem MR (es gibt höchstens zwei).
3. Falls der in Schritt 2 erzeugte M-Pfad im Steinerknoten einer von zwei MRST-Alternativen endet, Löschen der anderen (Eliminierung einer Masche im Graphen der MRST-Menge).
4. Falls noch nicht alle Anschlüsse abgearbeitet sind: Wenn mehr als zwei Maschen existieren, Löschen von willkürlich einer MRST-Alternative und weiter mit Schritt 2. Andernfalls, d.h. alle Anschlüsse wurden abgearbeitet, Eliminieren aller noch vorhandenen Maschen durch Löschen je einer MRST-Alternative. ENDE.

Beispiel
Sequentieller
Steinerbaum-Algorithmus

**d) Netzzuordnung zu den Verdrahtungsregionen**

Nach der Steinerbaum-Generierung erfolgt die Zuordnung der Netze auf die einzelnen Verdrahtungsregionen. Die Netzsegmente werden dabei den Regionen zugeordnet, durch welche die einzelnen Steinerbaum-Abschnitte führen (Abb. 5.17). Dabei sollten die Kapazitäten dieser Regionen und mögliche Engpässe, wie Durchgangszellen bei Standardzellen-Schaltungen, berücksichtigt werden.

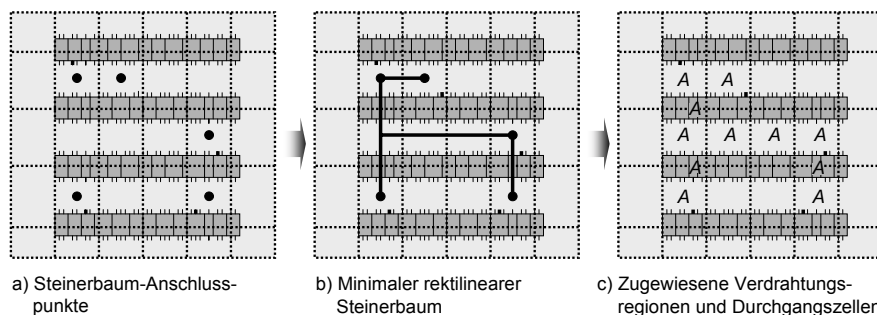


Abb. 5.17 Für ein Netz A erfolgte Steinerbaumerzeugung und Zuordnung der Segmente zu den Verdrahtungsregionen (s. auch Abb. 5.16).

► 5.6.2 Globalverdrahtung im Verbindungsgraphen

Die Globalverdrahtung im Verbindungsgraphen beruht auf einem Kanalmodell, welches von *Rothermel* und *Mlynski* 1983 veröffentlicht wurde [5.4]. Dieses Modell vereinigt die in Kap. 5.4 vorgestellten Kanal- und Switchbox-Verbindungsgraphen. Es berücksichtigt ungleichförmige Zellen bzw. Bauelemente, so dass es insbesondere für den kundenspezifischen Entwurf sowie für Multichip-Module geeignet ist.

a) Festlegung der Verdrahtungsregionen

Die Verdrahtungsregionen werden durch Verlängerung der Zellen- bzw. Bauelementekanten gebildet. Damit umfassen sie sowohl horizontale als auch vertikale Verdrahtungsgebiete (Abb. 5.18).

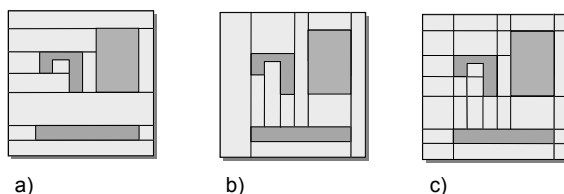


Abb. 5.18 Durch Verlängerung der horizontalen (a) und vertikalen Zellenkanten (b) wird ein zweidimensionales Kanalmodell (c) erzeugt.

b) Abbildung der Verdrahtungsregionen in einem Graphen

Die so entstandenen Verdrahtungsgebiete werden in einem gewichteten Verbindungsgraphen (Connectivity graph) modelliert. Knoten in diesem Graphen entsprechen Verdrahtungsregionen, Kanten bilden Nachbarschaftsverhältnisse ab (Abb. 5.19). Eine Kante verbindet damit immer zwei aneinander grenzende Verdrahtungsregionen. Jeder Knoten enthält Kapazitätswerte der durch ihn repräsentierten Ebenen. Eine Zweiebenen-Verdrahtung besitzt damit zwei Kapazitätswerte pro Knoten, wobei der erste Wert die horizontale Kapazität (maximale Anzahl horizontal verlaufender Verbindungen in der Verdrahtungsregion, d.h. die Verdrahtungshöhe der Region) und der zweite Wert die vertikale Kapazität (maximale Anzahl vertikal verlaufender Verbindungen, d.h. die Verdrahtungsbreite der Region) angibt.

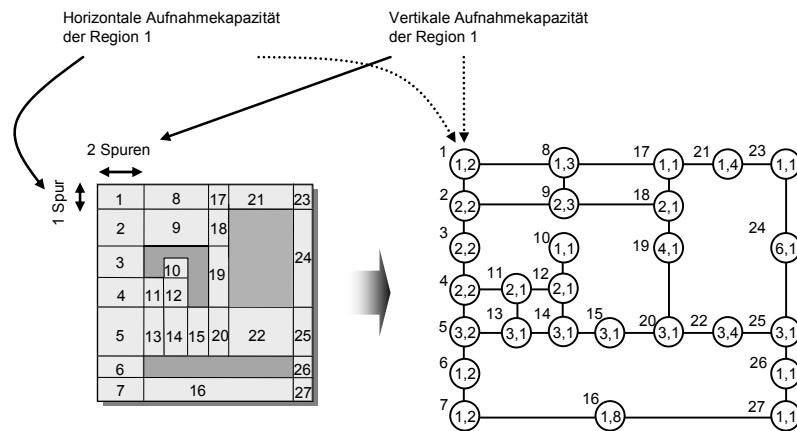


Abb. 5.19 Abbildung der einzelnen Verdrahtungsregionen in einem Verbindungsgraphen, wobei jeder Knoten die Kapazitätswerte der durch ihn repräsentierten Region enthält.

c) Festlegung der Verdrahtungsreihenfolge der Netze

Vor der eigentlichen Globalverdrahtung werden die Netze nach bestimmten Kriterien in ihrer Verdrahtungsreihenfolge geordnet. Kriterien können dabei die Anzahl der Netzanschlüsse (z.B. höhere Wichtigkeit für Netze mit vielen Anschlüssen), die Größe des umschließenden Rechtecks der Anschlüsse, d.h. die geschätzte Netzlänge (z.B. höhere Wichtigkeit für Netze mit großer Netzlänge), oder eine nach elektrischen Eigenschaften durchgeführte Reihenfolge-Sortierung der Netze sein.

d) Reservierung der Anschlussregionen

Nachdem sämtliche Netze entsprechend ihrer Verdrahtungsreihenfolge geordnet sind, wird für jeden Netzanschluss der entsprechende Anschlusskanal sowohl in horizontaler als auch in vertikaler Richtung reserviert. Dies ist notwendig, da jeder Anschluss zuerst senkrecht zur Zellenkante und danach rechtwinklig von dieser Verbindung abgeführt werden muss.

Diese Reservierung verfolgt zwei Ziele:

- Es wird schon *vor* der eigentlichen Globalverdrahtung festgestellt, ob eine vorgegebene Platzierung überhaupt verdrahtbar (oder besser: anschließbar) ist. Sollten bereits hier Spuren fehlen, so lässt sich dieses Problem oft durch Spurerhöhung mittels „Auseinanderrücken“ von Zellen/Bauelementen beseitigen.
- Durch Reservierung vor der eigentlichen Globalverdrahtung wird verhindert, dass die zuerst verdrahteten Netze später zu nutzende Anschlusskanäle blockieren. Stattdessen sind diese Kanäle rechtzeitig reserviert und auch die zuerst verlegten Netze werden bei entsprechender Notwendigkeit von vornherein auf Umwegen verdrahtet.

e) Globalverdrahtung jedes Netzes

Entsprechend der zuvor festgelegten Verdrahtungsreihenfolge wird für jedes Netz ein Weg im Verbindungsgraphen gesucht. Folgende Schritte kommen dabei zur Anwendung:

1. Aufspaltung des Netzes in 2-Punkt-Verbindungen, z.B. durch Sortieren der Anschlüsse nach aufsteigenden x -Koordinaten. Festlegung der Anschlussfolge, wobei die Verdrahtung von einem noch nicht verdrahteten Punkt zu dem bereits verdrahteten Teilnetz (Zielstrang) erfolgt, um den Anschluss durch Steinerpunkte zu ermöglichen.
2. Wegsuche im Verbindungsgraphen vom Start- zum Zielpunkt bzw. Zielstrang unter Beachtung der aktuellen Verdrahtungskapazität der einzelnen Verdrahtungsregionen. „Straffaktoren“ beeinflussen dabei die Nutzung von fast aufgebrauchten Regionen, z.B. durch Weglängenbeeinflussung, um Umwege mit steigender Wichtung attraktiv werden zu lassen. Die Wegsuche erfolgt mittels eines Raster-Verdrahters, z.B. des Lee-Algorithmus (s. Kap. 7).
3. Sobald ein Weg gefunden ist, wird die entsprechende Nutzung von horizontalen und vertikalen Verdrahtungsressourcen in den Regionen durch Verminderung dieser Werte im Verbindungsgraphen berücksichtigt, bevor mit der nächsten 2-Punkt-Verbindung bzw. dem nächsten Netz fortgefahren wird. Es ist zu beachten, dass immer nur die entsprechende Richtung in ihrem Kapazitätswert dekrementiert wird, d.h. eine ausschließlich vertikale Spurbelegung verändert nicht die horizontale Aufnahmekapazität dieser Region.

f) Algorithmus

Globalverdrahtung im Verbindungsgraphen

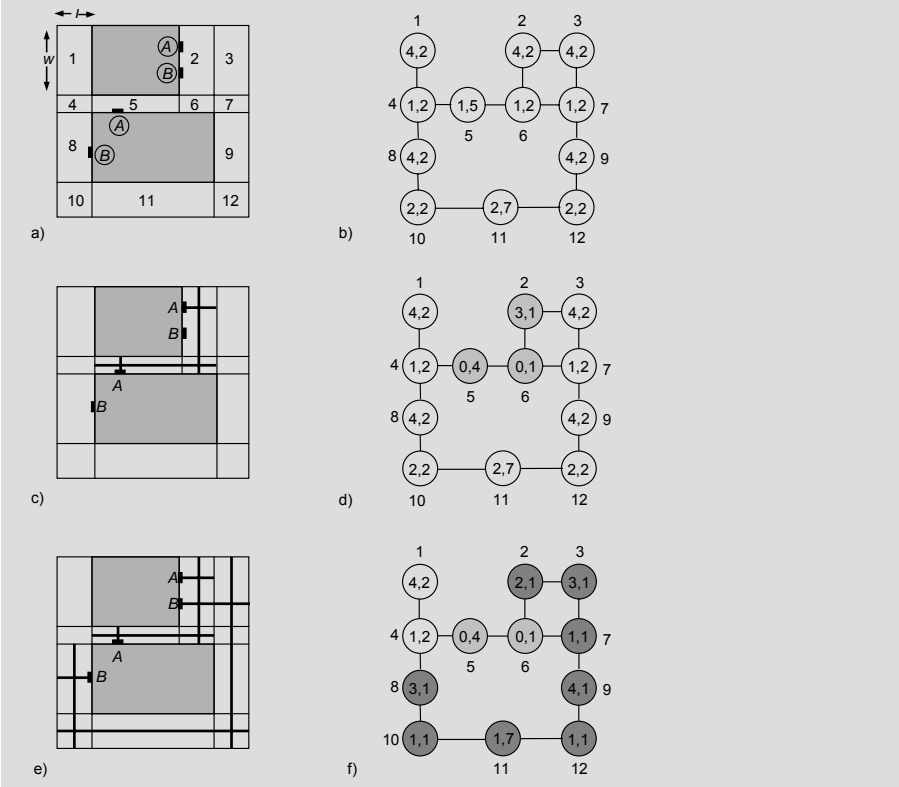
1. Festlegen der Verdrahtungsregionen und Abbildung in einem Verbindungsgraphen
2. Festlegen der Netzreihenfolge
3. Anschluss-Reservierung für alle Netze
4. Netzauswahl und Globalverdrahtung dieses Netzes:
 - a) Aufheben der Anschluss-Reservierungen
 - b) Auswahl einer zu verdrahtenden 2-Punkt-Verbindung
 - c) Suchen des kürzesten Pfads im Verbindungsgraphen. ABBRUCH, falls kein Weg existiert, sonst weiter mit Schritt d
 - d) Aktualisierung der Verdrahtungskapazitäten entsprechend der durch den Pfad benötigten Ressourcen
 - e) Falls noch nicht alle Pins des Netzes abgearbeitet sind, weiter mit Schritt b
5. Falls noch nicht alle Netze verdrahtet sind, weiter mit Schritt 4, sonst ENDE.

g) Beispiele

Beispiel 1: Globalverdrahtung im Verbindungsgraphen

Zwei Netze $A-A$ und $B-B$ sind zu verbinden (a). Der Verbindungsgraph dieser Schaltung ist in (b) dargestellt (Hinweis: Auf die Reservierung der Anschlussregionen wurde in diesem Beispiel verzichtet). Nach der Globalverdrahtung von $A-A$ (c) ergibt sich der in (d) dargestellte Verbindungsgraph mit den jeweils um eins verringerten Kapazitätswerten der entsprechen-

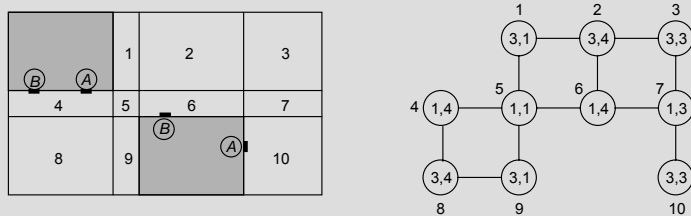
den Regionen. Die Verdrahtung von $B-B$ erfolgt auf Umwegen (e, f), da die Verbindung $A-A$ die horizontalen Kapazitäten der Regionen 5 und 6 erschöpft hat.



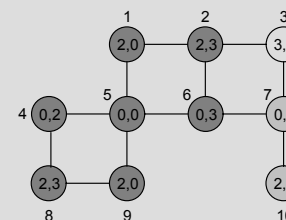
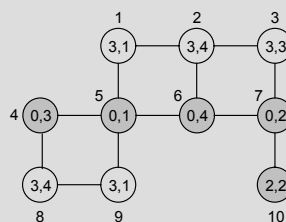
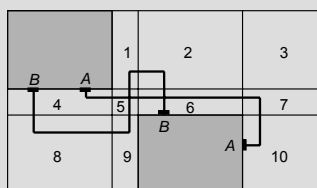
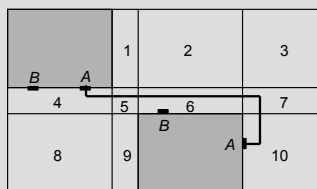
Beispiel 2: Feststellen der Verdrahtbarkeit

Ein wesentliches Einsatzgebiet der Globalverdrahtung im Verbindungsgraphen ist die schnelle Feststellung der Verdrahtbarkeit einer gegebenen Platzierung, z.B. innerhalb eines Platzierungsalgorithmus.

Gegeben seien die nachfolgend dargestellte Platzierungsanordnung und zwei zu verdrahtende Netze $A-A$ und $B-B$ sowie der Verbindungsgraph. Zu prüfen ist, ob diese Anordnung verdrahtet werden kann.



Lösung:



Nach Verdrahtung von A-A durch die Knoten 4-5-6-7-10 (kürzester Weg im Graphen) ist die horizontale Kapazität der Regionen 4, 5, 6, 7 erschöpft (obere Bilder). Eine Verdrahtung von B-B auf kürzestem Weg 4-5-6 würde negative Kapazitätswerte in diesen Regionen ergeben. Ein alternativer Weg von B-B über die Knoten 4-8-9-5-1-2-6 ist jedoch möglich. In den unteren Bildern sind der Verdrahtungsweg B-B sowie die aktualisierten Kapazitätswerte dargestellt. Damit ist diese Platzierungsanordnung verdrahtbar.

► 5.6.3 Wegsuche mit dem Dijkstra-Algorithmus

a) Übersicht

Der Algorithmus von *Dijkstra* [5.1] ermöglicht die Suche im Graphen nach einem optimalen Weg gemäß beliebiger Wichtungskriterien. Um Wiederholungen zu den bisher genannten Algorithmen für die Globalverdrahtung zu vermeiden, beschränkt sich dieses Kapitel auf die Wegsuche im Graphen, d.h. die Abbildung der Schaltung usw. soll hier nicht noch einmal behandelt werden.

Wesentliches Merkmal des Dijkstra-Algorithmus ist eine eingeschränkte Einbeziehung der Knoten in die Wegsuche. Ein Knoten wird nur dann indiziert, wenn er kostenoptimal vom Startknoten aus erreicht wurde (Best-First-Search, s. Kap. 1.11).

Gegeben sei ein Graph mit den Wichtungskriterien w_1 und w_2 als **Kantenkosten** sowie ein Start- und ein Zielknoten. Die **Wegkosten** seien die Summe der Kantenkosten eines bestimmten Pfades im Graphen. Des Weiteren werden drei Mengen definiert. Die **Menge 1** enthält alle Knoten des Graphen, die im Verlauf der Wegsuche noch nicht untersucht wurden. Zur **Menge 2** gehören die Knoten, die man zwar schon untersucht hat, zu denen aber noch keine besten Wegkosten bezüglich der aufaddierten Kantenkosten w_1 und w_2 bekannt sind. (Mit anderen Worten, diese Knoten wurden hinsichtlich ihrer Wegkosten vom Startknoten ausgehend schon mindestens einmal berechnet, allerdings steht der Vergleich, ob sie auf kostenoptimalen Weg erreicht wurden, noch aus.) Die Knoten, zu denen beste Wegkosten bekannt sind, zu denen man also den kostenoptimalen Weg vom Startknoten aus bereits gefunden hat, befinden sich in der **Menge 3**.

Sobald der Zielknoten in der Menge 3 auftaucht, weiß man, dass der optimale Weg hinsichtlich der aufaddierten Kantenkosten w_1 und w_2 vom Start zum Ziel gefunden wurde. Damit ist als nächstes mittels eines Rückverfolgungsindex die Rückverfolgung durchzuführen. Dieser Index wird von Anfang an jedem Knoten in der Menge 2 und der Menge 3 zugeordnet und zeigt an, aus welcher Richtung diese Knoten indiziert wurden. Damit braucht man dann nur noch, vom Zielknoten ausgehend, den Weg über die in Menge 3 abgelegten Zwischenknoten „zurückzuverfolgen“.

Der Vorteil dieses Verfahrens liegt darin, dass aus einer Menge von Wegen immer der bezüglich mehrerer Optimierungskriterien beste Weg gefunden wird. Diese Kriterien, welche als Kantenkosten w_1 , w_2 , ... abzubilden sind, können neben der geometrischen Weglänge auch noch elektrische Parameter, Richtungskosten, Dichtefunktionen und vieles mehr sein.

b) Algorithmus

Dijkstra-Algorithmus

1. Der Startknoten wird in die Menge 3 eingeordnet und ist damit der aktuelle Knoten.
2. Ermittlung eines Nachfolgers (Nachbarn) des aktuellen Knotens.
3. Gehört der Nachfolgerknoten schon zur Menge 3, dann weiter mit Schritt 7.
4. Bestimmung der Wegkosten (z.B. w_1 und w_2) bis zum Nachfolgerknoten (Addition mit denen des aktuellen Knotens).
5. Ist der Nachfolgerknoten Element der Menge 1, Überführung desselben in die Menge 2 und weiter mit Schritt 7.
6. Der Nachfolgerknoten befindet sich bereits in der Menge 2, es sind also schon Wegkosten zum Nachfolgerknoten bekannt. Falls die neuen Wegkosten gemäß den Optimierungskriterien besser als die alten sind, werden die alten durch die neuen Wegkosten ersetzt; sonst sind die neuen wieder zu streichen.
7. Wenn noch weitere Nachfolger (Nachbarn) des aktuellen Knotens existieren, weiter mit Schritt 2.
8. Bestimmung eines Knotens aus der Menge 2, der die besten Wegkosten (z.B. w_1 und w_2) besitzt. Dieser Knoten geht in die Menge 3 über und stellt den neuen aktuellen Knoten dar.
9. Wenn der aktuelle Knoten nicht der Zielknoten ist, weiter mit Schritt 2; ansonsten ist der Zielknoten auf optimalem Weg (gemäß z.B. w_1 und w_2) erreicht.
10. Vom Zielknoten ausgehend, ist die Wegfindung innerhalb der Menge 3 mittels Rückverfolgungsindex durchzuführen. ENDE.

Der Suchvorgang wird damit erst abgebrochen, wenn der Zielknoten in die Menge 3, die Menge der Knoten mit den besten Wegkosten, aufgenommen wurde. Der Zielknoten kann vorher schon auf einem nichtoptimalen Weg erreicht worden sein, d.h. er tauchte in der Menge 2 auf, da sich der kostenminimale Weg nicht durch die geringste Anzahl von Kanten auszeichnen muss.

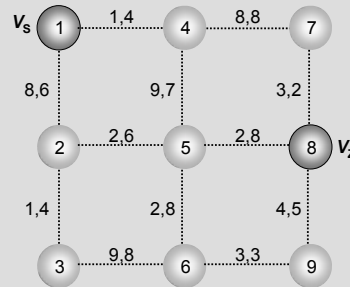
Der eigentliche Optimierungsprozess findet in den Schritten 6 und 8 statt. Dort erfolgt die Auswahl eines Knotens anhand von Optimierungskriterien, die die einzelnen Kantenkosten (Wegwichtungen) und ihre Wertigkeit untereinander umfassen.

c) Beispiel

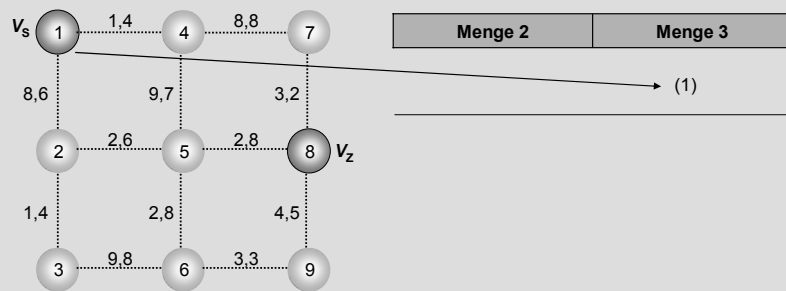
Wegsuche im Graphen mittels des Dijkstra-Algorithmus

In der nebenstehenden Abbildung ist ein Graph mit den Kantenkosten w_1 und w_2 gegeben. Gesucht ist der kostenminimale Weg (Wegkosten $(\sum w_1 + \sum w_2) \rightarrow \min.$) von V_s (Knoten 1) zu V_z (Knoten 8).

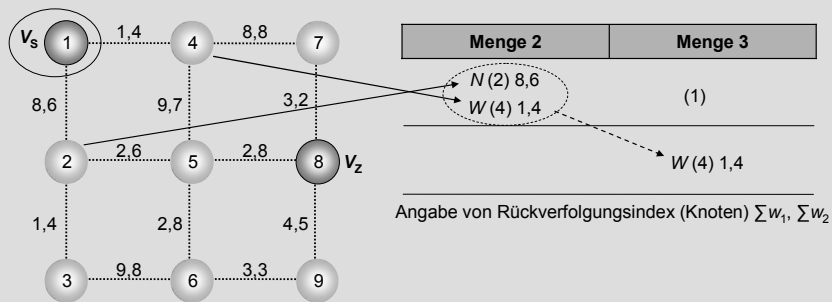
Nachstehende Tabellen verdeutlichen dazu die während der algorithmischen Abarbeitung vorhandenen Elemente der Mengen 2 und 3. Der Rückverfolgungsindex wird als „Himmelsrichtung“, in der der Vorgängerknoten liegt, angegeben.



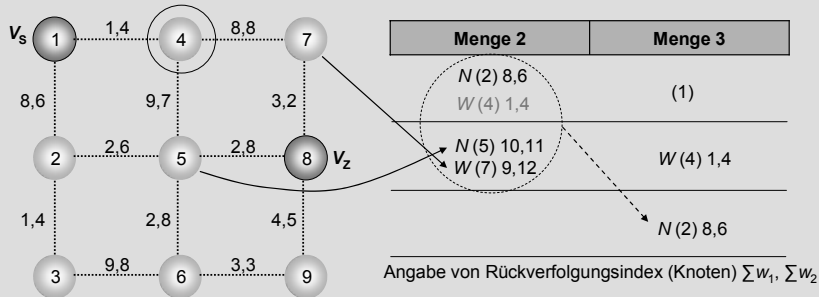
Schritt 1: Startknoten V_s wird in die Menge 3 eingeordnet



Iteration 1, Schritte 2 bis 9: Einordnen der Nachbarknoten des aktuellen Knotens (1) in Menge 2, Ermittlung des Knotens mit besten Wegkosten aus Menge 2 und Überführung desselben als neuen aktuellen Knoten in Menge 3

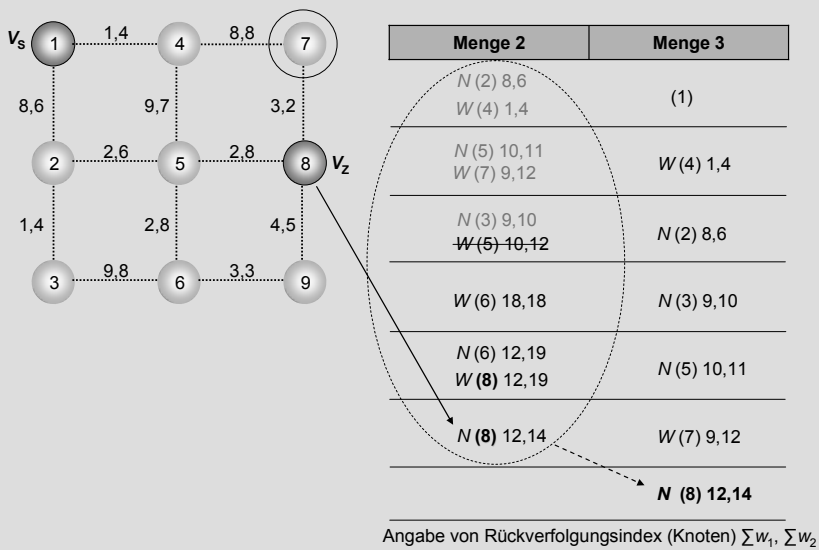


Iteration 2, Schritte 2 bis 9: Einordnen der Nachbarknoten des aktuellen Knotens (4) in Menge 2, Ermittlung des Knotens mit besten Wegkosten aus Menge 2 und Überführung desselben als neuen aktuellen Knoten in Menge 3

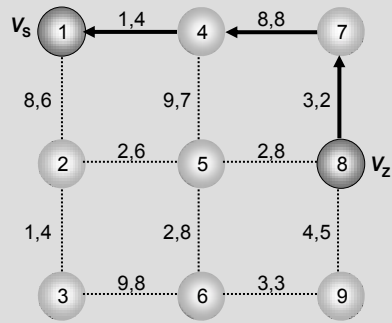


Iteration 3 bis 5: analog Iteration 2

Iteration 6, Schritte 2 bis 9: Einordnen der Nachbarknoten des aktuellen Knotens (7) in Menge 2, Knoten mit besten Wegkosten aus Menge 2 ist Zielknoten V_z , damit wurde Zielknoten auf kostenoptimalem Weg erreicht

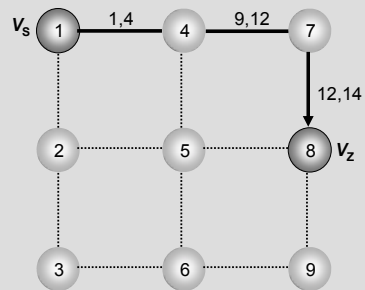


Schritt 10: Rückverfolgung, vom Zielknoten V_z ausgehend, mittels Rückverfolgungsindex



Menge 2	Menge 3
$N(2) 8,6$ $W(4) 1,4$	(1)
$N(5) 10,11$ $W(7) 9,12$	$W(4) 1,4$
$N(3) 9,10$ $W(5) 10,12$	$N(2) 8,6$
$W(6) 18,18$	$N(3) 9,10$
$N(6) 12,19$ $W(8) 12,19$	$N(5) 10,11$
$N(8) 12,14$	$W(7) 9,12$
	$N(8) 12,14$

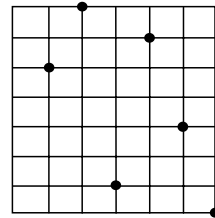
Ergebnis:
Kostenminimaler Weg $V_s - V_z$ mit Wegkosten (12, 14) über die Knoten 1 - 4 - 7 - 8.



Aufgaben zu Kapitel 5

Aufgabe 1: Steinerbaum-Verdrahtung

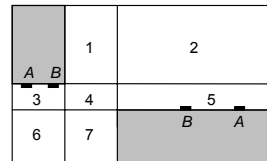
Gegeben seien die angegebenen sechs Pins eines Netzes auf einem horizontalen und vertikalen Raster.



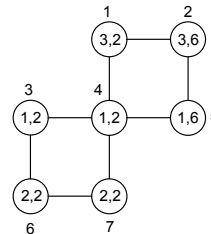
- Stellen Sie graphisch sämtliche Hanan-Punkte sowie das minimal umschreibende Rechteck (MR) dar.
- Erzeugen Sie den minimalen rektilinearen Steinerbaum (MRST) unter Nutzung des Steinerbaum-Algorithmus 5.6.1. Zeichnen Sie auch alle fünf Zwischenschritte (Iterationen).
- Geben Sie die Anzahl der Steinerpunkte des Baumes und deren jeweiligen Knotengrad an.
- Geben Sie die maximale Anzahl von Steinerpunkten an, die ein MRST eines 3-Pin-Netzes haben kann.

Aufgabe 2: Globalverdrahtung im Verbindungsgraphen

Gegeben seien die nachfolgend dargestellte Platzierungsanordnung und zwei zu verdrahtende Netze $A-A$ und $B-B$ sowie der Verbindungsgraph mit den jeweiligen Kapazitäten. Zu klären ist, ob diese Anordnung verdrahtet werden kann.



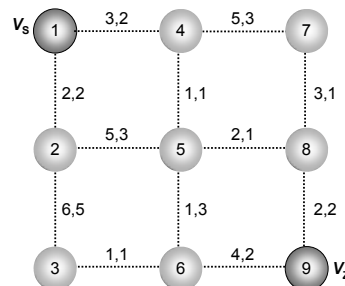
Hinweis: Wenn nicht verdrahtbar, ist dies zu begründen; falls verdrahtbar, ist eine Lösung darzustellen. In beiden Fällen sind die sich ergebenden Kapazitäten der einzelnen Regionen anzugeben.



Aufgabe 3: Wegsuche mit dem Dijkstra-Algorithmus

Gegeben sei ein Graph mit den Wichtungskriterien w_1 und w_2 als Kantenkosten. Wenden Sie den Dijkstra-Algorithmus an, um einen kostenminimalen Weg zwischen dem Startknoten V_s und dem Zielknoten V_z zu finden.

Verdeutlichen Sie Ihren Lösungsweg anhand einer Tabelle, welche die Mengen 2 und 3 sowie den Rückverfolgungsweg enthält.



Literatur zu Kapitel 5

[5.1] Dijkstra, E. W.: A Note on Two Problems in Connection With Graphs. *Numerische Mathematik*, vol. 1, 269-271, 1959

[5.2] Gerez, S. H.: *Algorithms for VLSI Design Automation*. John Wiley and Sons, 1999, 2000

[5.3] Hanan, M.: On Steiner's Problem with Rectilinear Distance. *SIAM Journal of Applied Mathe-*

tics, vol. 14, no. 2, 255-265, March 1966

[5.4] Rothermel, H.-J.; Mlynski, D. A.: Automatic Variable-Width Routing for VLSI. *IEEE Trans. on CAD*, vol. 2, no. 4, 271-284, Oct. 1983

[5.5] Sherwani, N.: *Algorithms for VLSI Physical Design Automation (Third Edition)*. Kluwer Academic Publishers, 1999, 2003