

Inhaltsverzeichnis

0	Einleitung	1
0.1	Modellierungsfehler, Approximationsfehler und Rundungsfehler	2
0.2	Struktogramme	7
0.3	Arbeiten mit der CD-ROM	13
1	Numerische Integration und Differenziation	17
1.1	Die zwei Ideen	21
1.2	Der Taylor-Abgleich	27
1.3	Summierte Mittelwertformeln	32
1.4	Die Gaußschen Integrationsformeln	37
1.5	Adaptivität und Fehlerextrapolation	42
1.6	Numerische Differenziation	48
1.7	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	55
1.8	Beispiele und Aufgaben	58
2	Anfangswertprobleme gewöhnlicher Differenzialgleichungen	59
2.1	Das Euler-Cauchy-Verfahren	65
2.2	Stabilität, Konsistenz und Konvergenz	77
2.2.1	Stabilität	77
2.2.2	Konsistenz	82
2.2.3	Konvergenz	83
2.3	Mehrschrittverfahren	85
2.4	Runge-Kutta-Verfahren	91
2.5	Extrapolationsverfahren	95
2.6	Schrittweitenkontrolle und Fehlerschätzer	99
2.7	Systeme von Differenzialgleichungen und Differenzialgleichungen höherer Ordnung	102
2.8	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	105
2.9	Beispiele und Aufgaben	108
3	Rand- und Eigenwertprobleme gewöhnlicher Differenzialgleichungen	113
3.1	Vorbemerkungen und Begriffsbestimmungen	114

3.1.1	Homogenes Randwertproblem (Eigenwertproblem)	115
3.1.2	Inhomogenes Randwertproblem	116
3.2	Schießverfahren	117
3.2.1	Lineare Probleme	119
3.2.2	Nichtlineare Probleme	121
3.3	Differenzenverfahren	123
3.4	Differenzenformeln mit Ableitungen	128
3.5	Eigenwertproblem	132
3.5.1	Exakte Lösung der Differenzialgleichung	133
3.5.2	Numerische Lösung mit dem Differenzenverfahren	134
3.6	Methode der gewichteten Residuen	135
3.7	Variationsproblem	142
3.7.1	Variationsproblem	144
3.7.2	Eulersche Differenzialgleichungen	145
3.7.3	Das Ritzsche Verfahren	146
3.8	Die Finite-Elemente-Methode	149
3.9	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	160
3.10	Beispiele und Aufgaben	162
4	Grundlagen der partiellen Differenzialgleichungen	167
4.1	Klassifizierung der partiellen Differenzialgleichungen 2. Ordnung	168
4.2	Elliptische Differenzialgleichungen 2. Ordnung	171
4.3	Parabolische Differenzialgleichungen 2. Ordnung	177
4.4	Hyperbolische Differenzialgleichungen 2. Ordnung	182
4.5	Evolutionsgleichungen	187
4.6	Erhaltungsgleichungen	194
4.7	Anwendungen	200
4.7.1	Die kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen	200
4.7.2	Die inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen	205
4.7.3	Die Gleichungen der Akustik	207
4.8	Bemerkungen	208
4.9	Beispiele und Aufgaben	210
5	Grundlagen der numerischen Verfahren für partielle Differenzialgleichungen	219
5.1	Konsistenz, Stabilität und Konvergenz	219
5.2	Die Diskretisierung des Rechengebietes	224
5.2.1	Beschreibung technischer Gebiete	224
5.2.2	Erzeugung von randangepassten Gittern	227
5.3	Bemerkungen	228
6	Differenzenverfahren	231
6.1	Elliptische Differenzialgleichungen	234
6.2	Parabolische Differenzialgleichungen	248

6.3	Hyperbolische Differenzialgleichungen	262
6.4	Verfahren auf randangepassten Gittern	277
6.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	281
6.6	Beispiele und Aufgaben	283
7	Finite-Elemente-Methode	287
7.1	Triangulierung mit linearen Basisfunktionen	290
7.2	Triangulierung mit linearen Elementfunktionen	296
7.3	Rechteckzerlegung mit bilinearen Elementen	301
7.4	Triangulierung mit quadratischen Elementen	304
7.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	313
7.6	Beispiele und Aufgaben	314
8	Finite-Volumen-Verfahren	317
8.1	Lineare Transportgleichungen	323
8.2	Skalare Erhaltungsgleichungen	331
8.3	Systeme von Erhaltungsgleichungen	338
8.4	Erhaltungsgleichungen in mehreren Raumdimensionen	343
8.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	344
8.6	Beispiele und Aufgaben	346
Anhang		
A	Interpolation	351
A.1	Die Interpolationsformel von Lagrange	353
A.2	Die Interpolationsformel von Newton	357
A.3	Spline-Interpolation	361
A.4	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	364
B	Lösen nichtlinearer Gleichungen	367
B.1	Bisektion	368
B.2	Regula Falsi	370
B.3	Sekantenverfahren	371
B.4	Das Newton-Verfahren	372
B.5	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	374
C	Iterative Methoden zur numerischen Lösung von linearen Gleichungssystemen	375
C.1	Die klassischen Iterationsmethoden	376
C.2	Mehrgitterverfahren	381
C.3	Das Verfahren der konjugierten Gradienten	384
C.4	Bemerkungen und Entscheidungshilfen	388
Literaturverzeichnis		391
Index		395