Betriebswirtschaftliche Forschungsergebnisse

Band 127

Optionspreise und optimale Portfolios auf unvollständigen Kapitalmärkten

Von

Alois Paul Knobloch

Duncker & Humblot · Berlin

ALOIS PAUL KNOBLOCH

Optionspreise und optimale Portfolios auf unvollständigen Kapitalmärkten

Betriebswirtschaftliche Forschungsergebnisse

Begründet von

Professor Dr. Dr. h. c. mult. Erich Kosiol (1899 – 1990)

Fortgeführt von dessen Schülerkreis

Band 127

Optionspreise und optimale Portfolios auf unvollständigen Kapitalmärkten

Von

Alois Paul Knobloch

Duncker & Humblot · Berlin

Die Fakultät Wirtschafts- und Sozialwissenschaften
der Universität Hohenheim hat diese Arbeit im Jahre 2003
als Habilitationsschrift angenommen.

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in
der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische
Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Fotoprint: Berliner Buchdruckerei Union GmbH, Berlin
Printed in Germany

ISSN 0523-1027
ISBN 3-428-11630-5

Gedruckt auf alterungsbeständigem (säurefreiem) Papier
entsprechend ISO 9706 ♾

Internet: http://www.duncker-humblot.de

Pro amore parentum gratus
librum matri patrique decesso dedico

Vorwort

Am schönsten ist immer die Belohnung nach den Mühen. Und diese Belohnung wäre für mich, wenn dieses Buch aus Sicht des Lesers, also aus Ihrer Sicht, imstande ist, Erkenntnisgewinn zu schenken, die Gedanken auf neue Ideen zu richten und vielleicht noch den einen oder anderen Beitrag zum wissenschaftlichen Fortschritt zu leisten. Die Thematik scheint mir allemal lohnend: Die in Theorie und Praxis gängigen Methoden der Optionsbewertung und der Gestaltung von Portfolios greifen auf das Konstrukt idealer Kapitalmärkte zurück, welches realen Gegebenheiten auch als Näherung nicht standhält. Welchen Wert aber besitzen Ansprüche, welche zwar relativ zu vorhandenen Kapitalmarktpapieren formuliert werden, die aber mit diesen nicht (vollständig) nachgebildet werden können? Wie kann eine dynamische Portfolio-Optimierung unter Handelsrestriktionen aussehen? Diese Fragestellungen charakterisieren die vorliegende Arbeit, welche im Sommersemester 2003 als schriftliche Habilitationsleistung von der Fakultät Wirtschafts- und Sozialwissenschaften der Universität Hohenheim angenommen wurde.

„Dem Verdienste seine Kronen“[1] reichend danke ich mit großer Freude allen, welche zum Entstehen dieses Buches beigetragen haben. Zunächst gilt mein besonders herzlicher Dank meinem lieben Doktor- und Habilitationsvater, Herrn Professor (em.) Dr. Wolfgang Eisele. Er war mir, fachlich und persönlich, über die vielen gemeinsamen Jahre hinweg immer ein wertvoller Rückhalt und unterstützte mich in jeder Hinsicht bei der Bewältigung des steinigen Weges zum Hochschullehrer. Ebenfalls besonders herzlich danke ich Herrn Professor Dr. Ernst Troßmann, der in Zeiten zusätzlich hoher Beanspruchung durch das universitäre Prorektorat die Mühe des Korreferats wie selbstverständlich auf sich genommen hat. Ihm und den Mitherausgebern danke ich für die Aufnahme der Schrift in die Reihe „Betriebswirtschaftliche Forschungsergebnisse“. Herrn Professor (em.) Günter Dufey, MA, DBA, danke ich nicht minder herzlich dafür, dass ich einen Sommer lang sein Gast an

[1] *Friedrich Schiller*, An die Freude (1785).

der Business School der University of Michigan in Ann Arbor sein durfte, und für die anregenden Diskussionen mit ihm ebendort.

Ich bin dankbar, meiner lieben Mutter für alles Gute danken zu können, das ich von ihr erfahren habe. Gleiches würde ich gern meinem lieben, verstorbenen Vater tun.

Stuttgart, im September 2004 Alois Paul Knobloch

Inhaltsverzeichnis

Tabellen- und Abbildungsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

Abb.	Abbildung
abnehm.	abnehmend
AktG	Aktiengesetz
Aufl.	Auflage
Ausüb.	Ausübung
Ausz.	Auszahlung
bel.	beliebig(e,er,es)
bspw.	beispielsweise
bzw.	beziehungsweise
c.p.	ceteris paribus
Def.	Definition
d.h.	das heißt
ebd.	ebenda
ed.	editor/edition
eds.	editors
EStG	Einkommensteuergesetz
EUR	Euro
evtl.	eventuell
f.	folgende
ff.	fortfolgende
f.i.	fast immer
Fn.	Fußnote
f.s.	fast sicher
GewStG	Gewerbesteuergesetz
ggf.	gegebenenfalls
Gl.	Gleichung(en)
GmbHG	Gesetz betreffend die Gesellschaften mit beschränkter Haftung
HARA	hyperbolic absolute risk aversion
Hrsg.	Herausgeber
i.A.	im Allgemeinen
i.d.R.	in der Regel
i.e.S.	im engeren Sinne
i.H.v.	in Höhe von
inkl.	inklusive
insbes.	insbesondere
i.o.S.	in obigem Sinne
i.S.v./d.	im Sinne von/des,der
i.V.m.	in Verbindung mit
i.W.	im Wesentlichen
i.w.S.	im weiteren Sinne
KAAG	Gesetz über Kapitalanlagegesellschaften

konst.	konstant(e,er,es)
KStG	Körperschaftsteuergesetz
lit.	litera
m.w.N.	mit weiteren Nachweisen
Nr.	Nummer
Nutzenfkt.	Nutzenfunktion(en)
o.a.	oder andere(s)
o.Ä.	oder Ähnliches
o.B.d.A.	ohne Beschränkung der Allgemeinheit
PDE	partielle Differentialgleichung (partial differential equation)
P.-Option	Preisoption
Prod.	Produktion
Prod.-Prozess	Produktionsprozess
resp.	respektive
s.	siehe
S.	Seite(n)
s.d.f.s.	so dass fast sicher
s.o.	siehe oben
s.u.	siehe unten
Tab.	Tabelle
u.a.	und andere
u.a.m.	und andere(m,s) mehr
Ungl.	Ungleichung(en)
usf.	und so fort
u.U.	unter Umständen
u.v.a.m.	und vieles andere mehr
v.	von
Verf.	Verfall
Verpfl.	Verpflichtung
vgl.	vergleiche
Vol.	Volume
z.B.	zum Beispiel
z.T.	zum Teil
zunehm.	zunehmend
zzgl.	zuzüglich

Symbolverzeichnis

Die aufgeführten Symbole können z.T. durch Indizes noch näher spezifiziert und z.T. auch kontextspezifisch sein. Sofern sich durch eine Differenzierung über Zusätze, wie z.B. „˜, ˆ“, oder die Indizierung keine Symbole mit grundsätzlich neuer Bedeutung ergeben, wird diese nicht separat gekennzeichnet.

$a[(.)]$	transformierte[r] Matrix[prozess] ($= \sigma[(.)]\sigma'[(.)]$) (u.a.)
$A(.)$	Prozess endlicher Variation
$\mathcal{A}_{\cdot}(.;.)$	Menge (ggf. restringiert) zulässiger Konsum-/Portfolio-Prozesspaare; Algorithmus
$ARA(.)$	absolute Risikoaversion
$b_{(.)}(.)$	(ggf. mehrdimensionaler) Driftprozess (u.a.)
$B_{\cdot}^{\cdot}(.)$	Bedingter Anspruch bzw. Auszahlungsprozess des bedingten Anspruches
$\mathcal{B}$	Borel σ-Algebra
$c_{\dots}(.)$	Konsumprozess; Funktion der relevanten Intervallgrenze für „rectangular constraint“
$C_{\cdot}$	Kostenprozess
$C^{1,2}(Q)$	Menge der im ersten Argument einmal, im zweiten (und weiteren) zweimal stetig differenzierbaren Funktionen über der Menge Q
d	Anzahl der Unsicherheitsquellen (Wiener-Prozesse) am Markt
$d_{1/2}^{\cdot}$	Auswertungsstellen für die Verteilungsfunktion zur Standardnormalverteilung
$\mathcal{D}_{(0)}^{(b)}$	Schattenpreismenge
ds_0	Anfangswert für diskontierten Aktienkursprozess
$DS(.)$	diskontierter Aktienkursprozess
$e_{\cdot}$	Vektor einer Basis/der kanonischen Basis
$(\mathcal{E}_{\cdot})$	Problem der Endvermögensoptimierung
$f_{\cdot}(\dots)$	Hilfsfunktion im konvexen Optimierungsproblem; Diskontierungsfunktion zur „rectangular constraint“; Funktionensymbol
$F(\dots)$	Funktion der finalen Kosten im Problem der stochastischen Steuerung
$\mathcal{F}_{(.)}$	σ-Algebra über Ω bzw. Element der Filtration zum Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$
$\{\mathcal{F}_t\}_{t\in I}$	Filtration zum Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$
$g_{\cdot}(.)$	Funktion zur Charakterisierung einer Nebenbedingung
$G_{\cdot}(.)$	Gewinn-/Verlust-Prozess; Hilfsfunktionen
$h_{\dots}^{\dots}(\dots)$	Optionswert; als Variable: Obergrenze für Wert der *Sharpe ratio*
$\mathcal{H}$	Menge progressiv-messbarer Prozesse $X(.)$ mit $\int_0^T X_t^2\, dt < \infty$, P-fast sicher
$H_{0/\nu}(.)$	Zustandspreis-Dichte-Prozess
$H(.)$	(Cross-)Entropie

I	Betrachtungszeitraum; Indexmenge
$I_{(.)}^{(L)}(.)$	stochastisches Integral; Umkehrfunktion zu $U'(...)$; Vorleistungswertprozess (des betrachteten Unternehmens/Zulieferers)
$I_0^{(L)}$	Anfangswert der Vorleistungen des betrachteten Unternehmens/ Zulieferers
I_h	Basispreis der Preisoption
I_k	$k \times k$-Einheitsmatrix
$J(...)$	Gesamtkosten-Funktional im Problem der stochastischen Steuerung
$\mathcal{J}$	Indexmenge
$K_{(+/-)}$	Restriktionenmenge zum Portfolio-Prozess in Relativbeträgen
$\tilde{K}_{(+/-)}$	Menge zu betrachtender Schattenpreise mit $\zeta(\nu) < \infty$
$\mathcal{K}(\sigma)$	Kern zu der durch σ bestimmten linearen Abbildung
$(\mathcal{K}_.)$	Problem der Entnahmeoptimierung
$KB(.)$	Kursprozess eines Kuponbonds
$(\mathcal{KE}_.)$	Problem der simultanen Entnahme- und Endvermögensoptimierung
$L(...)$	Lagrangefunktion; Funktion der laufenden Kosten im Problem der stochastischen Steuerung (u.a.)
$\mathcal{L}$	Menge progressiv-messbarer Prozesse $X(.)$ mit $E\left[\int_0^T X_t^2\, dt\right] < \infty$
m_i	Diskontierungsfaktor zu einer Zahlung i.H.v. 1 in Umweltzustand i
$M_.(.)$	(lokales) Martingal
$M^{unv/Lv/vst}$	Kennzeichnung der Marktsituation in Bezug auf eine Aktie als unvollständig i.e.S./einem Leerverkaufsverbot unterliegend/ vollständig
$\mathcal{M}^{vst/unvst}$	spezifizierter vollständiger/unvollständiger (Kapital-)Markt
$\mathcal{M}_\nu$	Schattenmarkt zum Schattenpreisprozess $\nu(.)$
n	Anzahl risikobehafteter Wertpapiere (Aktien) am Markt
$N(.,.)$	Normalverteilung
$\mathcal{N}$	Nullmenge (Menge aller Ereignisse mit Wahrscheinlichkeit null)
$\bar{O}$	Abschluss der Menge O
∂O	Rand der Menge O
$P_{(0,\nu)}[(.)]$	Wahrscheinlichkeitsmaß
$p_.$	Eintrittswahrscheinlichkeit im diskreten Fall
$(p_0(.), p'(.))'$	Portfolio-Prozess in Relativbeträgen
$P_.$	Menge von Preissystemen
$(P_.)$	(Teil-)Optimierungsprobleme
$(\mathcal{P}_{KS})$	Problem der Konzernstrukturierung
$(\mathcal{PS})$	statisches Optimierungsproblem
$\mathbb{P}(Q)$	Potenzmenge zur Menge Q
$q_.$	Pseudo-Wahrscheinlichkeit im diskreten Fall
$Q[(.)]$	Wahrscheinlichkeitsmaß (u.a.)
$r(.)$	Prozess der kontinuierlichen, risikolosen Verzinsungsrate (risikoloser Zinssatzprozess)
$R_.(.)$	Risikoprozess

$\mathcal{R}(\sigma)$	Vektorraum der Bilder zu der durch σ bestimmten linearen Abbildung
$RB(.)$	Kursprozess eines risikolosen Bonds (bei stochastischer Zinsstruktur)
$RRA(.)$	relative Risikoaversion
$s_.$	Wertpapierpreis für diskreten Fall
$S_i(.)$	Kursprozess der Aktie $i \in \{1,\ldots,n\}$ bzw. des risikolosen Bonds $i = 0$
$\mathcal{S}$	Steuersystem; Menge von Stoppzeiten
t	Zeitindex
T	Planungshorizont
$\mathcal{T}$	Menge, insbesondere (restringiert) zulässiger Portfolio-Prozesse
$u_{(.)}^{(.)}(.)$	Steuerungsprozess im Problem der stochastischen Steuerung; Hilfsvariable/-funktion bei der Ermittlung von Preisgrenzen
$U_.$	offene Menge; Untervektorraum
$U(\ldots)$	Nutzenfunktion
$\tilde{U}(.)$	konvexes Dual zur Nutzenfunktion $U(.)$
$v_{\ldots}$	Wertpapierrückfluss(matrix) im diskreten Fall
$V_{(.)}(.,.)$	(totale) Variation; Wertfunktion; Output-Wertprozess
$\tilde{V}(.)$	konvexes Dual zur Wertfunktion $V(.)$
V_0	Anfangswert des Outputs des betrachteten Unternehmens
$w_i(.)$	lineare Abbildungsfunktion zum (Teil-)Optimierungsproblem (P_i)
$W_{(0,\nu)}$	(mehrdimensionaler) Wiener-Prozess (Brown'sche Bewegung)
W_i	Abbildungsmatrix zum (Teil-)Optimierungsproblem (P_i)
$WP_.$	Wertpapier
x	Anfangsvermögen (u.a.)
$X_{\ldots}^{\ldots}(.)$	Vermögensprozess; Zufallsvariable
$\mathcal{X}_.^.(.)$	Betragsfunktion
$y^.$	(Vektor/Matrix der) Investitionsbeträge in ein/sämtliche Wertpapier/e im diskreten Fall
$\mathcal{Y}_.^.(.)$	Umkehrfunktion zur Betragsfunktion
z	Vektor von Zustandspreisen im diskreten Fall (Preissystem; u.a.)
$Z_{0/\nu}(.)$	Hilfsprozess für den Wechsel auf das Wahrscheinlichkeitsmaß P_0 bzw. P_ν, so dass $Z_{0/\nu}(T)$ der Radon-Nikodým-Ableitung $\frac{dP_0}{dP}$ bzw. $\frac{dP_\nu}{dP}$ entspricht.
$ZB(.)$	Kursprozess eines Zerobonds
$\alpha_{(.)}[(.)]$	(Vektor der) untere(n) Intervallgrenze(n); beleihungsfähiger Anteil eines Wertpapieres
$\beta_{(.)}$	(Vektor der) obere(n) Intervallgrenze(n); Variable zur Kennzeichnung der „Power-type"-Nutzenfunktion
$\gamma^{(.)}[(.)]$	Vorgabe für den Anteil des Reinvermögen an den gesamten Aktiva; Funktion zur Abbildung des Faktors zum Portfolio-Prozess nach Nutzenfunktion sowie mit/ohne Steuern (u.a.)
$\delta_{(.)}(.)$	(ggf. mehrdimensionaler) Dividendenprozess
$\Delta_.(.)$	Differenz(prozess)
$\zeta_.(\nu[(.)])$	Hilfsfunktion über den Schattenpreis(vektor) ν zur Modifikation der Kursprozesse für die Kapitalmarktpapiere
$\theta_{(\nu)}(.)$	Risiko-Marktpreisprozess

κ	Verschuldungsobergrenze
$\lambda_{(.)}$	Verschuldungsgrad; Schattenpreis(vektor); Eigenwert
$\mu[(.)]$	Maß; Schattenpreis(vektor)
$\nu(.)$	Schattenpreisprozess
$\xi_{(.)}$	(stochastisches) Endvermögen
$(\pi_0(.), \pi'(.))'$	Portfolio-Prozess in Absolutbeträgen
Π	Zerlegung
$\rho_{(.)}[(.)]$	Korrelation[sprozess] (u.a.)
$\sigma_{(.)}(.)$	Volatilitätsprozess
$\sigma\{.\}$	generierte σ-Algebra
$\tau_.$	Stoppzeit
$(\varphi_0(.), \varphi'(.))'$	Handelsprozess; stochastischer Prozess
$\Phi^{[\cdot]}(.[, .])$	Menge von Handelsprozessen; Verteilungsfunktion zur [bivariaten] Standard-Normalverteilung
$\psi_{(.)}(.)$	Integrandenprozess in Martingaldarstellung
$\Psi^{(lm/fv)}(.)$	Semimartingal/lokales Martingal/Prozess mit endlicher Variation
ω	Element aus Ω [Umweltentwicklung]
Ω	Menge [der (Umwelt-)Entwicklungen]
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
$\mathbb{R}$	Körper der reellen Zahlen
$0_{k,l}$	$k \times l$-Matrix mit sämtlichen Einträgen identisch null
$\mathbf{0}_n$	n-dimensionaler Vektor, dessen Komponenten ausschließlich den Wert 0 aufweisen
$\mathbf{1}_n$	n-dimensionaler Vektor, dessen Komponenten ausschließlich den Wert 1 aufweisen
$[X, X]_.$	quadratische Variation des Prozesses $X(.)$
$[X, Y]_.$	quadratische Kovariation der Prozesse $X(.)$ und $Y(.)$
$\square$	Kennzeichnung für das Ende eines Beispieles oder Beweises

1. Einführung

Auf den Schultern der Arbitragefreiheit glaubte man lange Zeit, auch unter Unsicherheit einen stabilen Boden für die Bewertung bedingter Ansprüche zu spüren. Das hierauf basierende Duplikationsprinzip scheint überzeugend: Wenn durch Transaktionen auf dem Kapitalmarkt das Auszahlungsprofil des bedingten Anspruches (Option) für sämtliche relevanten Umweltlagen nachgebildet werden kann, muss der Gegenwartswert des Anspruches dem zur Nachbildung notwendigen Ausgangsvermögen entsprechen. Der gedankliche Unterbau für dieses Bewertungsargument, welcher darin besteht, Zahlungen zeit- und zustandsabhängig zu begreifen, wurde durch *Arrow* (1953) und *Debreu* (1959) gelegt[1]. Über deren diskrete Modellierung von Zeit und Zuständen ging die Entwicklung schnell hinaus zur Abbildung zeit- und zustands-kontinuierlicher stochastischer Kursprozesse. Bis heute von herausragender Bedeutung für die Modellierung von Aktienkursprozessen ist hierbei die geometrisch Brown'sche Bewegung (*Samuelson* (1965)), welche die kontinuierliche Aktienkursrendite über eine deterministische Zeitdrift und eine normalverteilte Streuung um diesen Trend beschreibt[2]. Sie liegt dem grundlegenden Bewertungsmodell der Optionspreistheorie von *Black/Scholes* (1973) zugrunde. Danach kann das Auszahlungsprofil einer europäischen Aktien-Kaufoption durch ein Portfolio aus einer Position im risikolosen Bond und einer Position in der optierten Aktie nachgebildet werden. Der für das Duplikationsportfolio zu Beginn benötigte Betrag entspricht dem Gegenwartspreis der Option. Das Portfolio ist in seiner Zusammensetzung zeitkontinuierlich an die Entwicklung des Aktienkurses anzupassen. Damit allerdings der dergestalt festgelegte Optionspreis in diesem Sinne eindeutig ist, also sowohl von einem potentiellen Käufer als auch von einem potentiellen Verkäufer, jeweils mit beliebiger Risikopräferenz, gleichermaßen akzeptiert wird, müssen sowohl eine Short-Position in der Option durch eine Long-Position im Portfolio als auch umgekehrt eine Short-Position in diesem Portfolio über eine Long-Position in der Option hedgebar sein. Insgesamt erfordert dies ideale Marktbedingungen: Zum einen garantiert

---

[1] Zu der auf *Arrow* und *Debreu* zurückgehenden Zeit-Zustands-Präferenztheorie vgl. bspw. auch *Zimmermann* (1998) sowie *Magill/Quinzii* (1996).

[2] Die Bedeutung dieses Beschreibungsmodells ergibt sich aus der Kombination von akzeptabler respektive akzeptierter Beschreibungsgüte von Aktienkursbewegungen und seiner Handhabbarkeit im Hinblick auf die Herleitung von Bewertungs- und sonstigen Ergebnissen. Die geometrisch Brown'sche Bewegung stellt eine Modifikation der arithmetisch Brown'schen Bewegung dar, welche die *absoluten* anstelle der *relativen*, sich auf die Rendite beziehenden Änderungen der betrachteten Prozessvariablen über eine Zeitdrift und eine normalverteilte Zufallsvariable beschreibt; vgl. bereits *Bachelier* (1900).

Marktvollkommenheit einen unbegrenzten (bezüglich Volumen und Vorzeichen), friktionslosen (u.a. keine Transaktionskosten) und kontinuierlichen Handel in den Kapitalmarktpapieren. Zum anderen wird die Duplikation erst dadurch möglich, dass sich der unrestringierte Handel in der Aktie auf dieselbe Risikoquelle bezieht, die der Option unterliegt, und zugleich eine geeignete Steuerung des Portfolio-Risikos im Hinblick auf das Optionsrisiko erlaubt (Vollständigkeit des Marktes). *Harrison/Kreps* (1979) und *Harrison/Pliska* (1981) vertieften die arbitragefreie Bewertung unter solchen idealen Kapitalmarktbedingungen und verallgemeinerten sie auf beliebige bedingte Ansprüche: Danach existiert auf dem idealen Kapitalmarkt ein eindeutiges System arbitragefreier Preise[3]; darüber hinaus ist ein eindeutiges Wahrscheinlichkeitsmaß mit der Eigenschaft gegeben, dass der Preis eines bedingten Anspruches dessen (diskontiertem) Erwartungswert unter diesem Wahrscheinlichkeitsmaß entspricht. Ausgehend von diesem Betrag lässt sich ein Portfolio konstruieren und dynamisch fortentwickeln, welches den bedingten Anspruch dupliziert und dabei stets eine Budgetbedingung in der Form einhält, dass der (diskontierte) Erwartungswert des Portfoliowertes zu einem beliebigen Zeitpunkt bis zur Fälligkeit des Anspruches (höchstens) dem Ausgangswert entspricht. Der sich daraus ergebende Vermögensprozess ist ein *(Super-)Martingal*[4]. Angesichts der Möglichkeit, Vermögensprozesse zu generieren, welche bedingte Ansprüche duplizieren, erscheint es nahe liegend, die Steuerung von Vermögensprozessen auch in anderer Hinsicht zu verfolgen. *Merton* (1969, 1971) führte hierzu die Optimierung von Portfolio(-Prozessen) im Hinblick auf die Maximierung des Erwartungsnutzens aus Entnahmen und Endvermögen, also eine dynamische Portfolio-Optimierung, erstmals auf Basis kontinuierlicher stochastischer Prozesse ein[5]. Die sowohl für duplizierende als auch für nutzenoptimierende Vermögensprozesse zunächst unterstellten idealen Marktbedingungen weichen naturgemäß von realen Kapitalmarktverhältnissen ab, so dass in verschiedener Hinsicht bereits Abwandlungen des Idealmarktes untersucht wurden. Dies betrifft z.B. die Berücksichtigung von Transaktionskosten, welche bei der duplizierenden respektive optimierenden Portfolio-Bildung entstehen. Da es im fokussierten Themengebiet einer Richtungsvorgabe für die weitere Untersuchung bedarf, wird die aus der Existenz von Transaktionskosten entstehende Unvollkommenheit des Marktes mit den

[3] Auf verschiedene stochastische Inhalte des Begriffes „eindeutig“ soll an dieser Stelle noch nicht eingegangen werden. Auch nachfolgend angesprochene stochastische Begriffe und Zusammenhänge werden erst im darauf folgenden Kapitel präzisiert.

[4] Der Begriff wird auf S. 35 erklärt.

[5] Im Weiteren ist der Begriff der „Portfolio-Optimierung“ (fast durchweg) dynamisch und nicht im Sinne der statischen Portfolio-Optimierung von *Markowitz* (1952, 1959) — vgl. zur Monographie aus 1959 die zweite Auflage *Markowitz* (1991) — zu verstehen, die natürlich gleichwohl grundlegend ist; vgl. zu dieser stellvertretend für viele Quellen *Breuer/Gürtler/Schuhmacher* (1999), *Copeland/Weston/Shastri* (2005), S. 101 ff., *Ross/Westerfield/Jaffe* (2002), S. 242 ff. Dies gilt in gleicher Weise für Aspekte der Portfolio-Steuerung nach Risikomaßgrößen, wie demjenigen des Value-at-Risk, im Rahmen des Risikomanagements; vgl. hierzu etwa *Eisele/Knobloch* (2000), S. 166 ff.

sich daraus ergebenden Konsequenzen in Bezug auf die Portfolio-Optimierung und die Bewertung bedingter Ansprüche nicht weiterverfolgt[6].

Untersucht werden in der vorliegenden Arbeit die dynamische Portfolio-Optimierung und Bewertungskonzepte für bedingte Ansprüche, welche in der folgenden, zugleich den Ablauf der weiteren Untersuchung wiedergebenden Hinsicht behandelt werden: Die Portfolio-Optimierung in ihrer (nahezu) ursprünglichen Form wird zunächst durch die Einführung eines Steuersystems und die Darstellung des sich für die Portfolio-Strukturierung daraus ergebenden Effektes ergänzt. Voraussetzung hierfür sowie für das Folgende ist die Präsentation der Portfolio-Optimierung und der Bewertung bedingter Ansprüche auf idealen Kapitalmärkten, welche ihrerseits eine Einführung in stochastische Grundlagen erfordert. Beides erfolgt zusammen mit der Steuererweiterung im *zweiten Kapitel.* Die dieses abschließenden Ausführungen zu Realoptionen sind bestimmt, den — nachfolgend angesprochenen — eigenen Beitrag zur Bewertung von Realoptionen auf unvollständigen Märkten vorzubereiten.

Im *dritten Kapitel* wird die ideale Welt aufgegeben und es werden in Bezug auf die Portfolio-Optimierung speziell diejenigen Ansätze weiterverfolgt, welche sich auf Beschränkungen der Handelbarkeit der Kapitalmarktobjekte, wie bspw. durch Leerverkaufsrestriktionen, konzentrieren. Damit bewegt man sich nunmehr auf Kapitalmärkten, welche eine Duplikation beliebiger Ansprüche nicht mehr garantieren, d.h. auf solchen, die *unvollständig* sind. Die als Ausgangspunkt herangezogenen Ansätze fußen auf einem Dualansatz, welcher eine fiktive Vervollständigung des Marktes durch die Einführung eines (mehrdimensionalen) Schattenpreisprozesses unterlegt und damit an die auf dem Martingalkonzept beruhende Portfolio-Optimierung des vollständigen Kapitalmarktes anzuknüpfen vermag. Grundlegende Beiträge wurden hierzu von *Karatzas/Lehoczky/Shreve/Xu* (1991)[7], *He/Pearson* (1991) sowie *Cvitanić/Karatzas* (1992) erbracht. Neben „kleineren“ Ergänzungen der Ergebnisse des diesbezüglichen Schrifttums liegen eigenständige Beiträge vor allem in der Erweiterung des Spektrums auswertbarer Restriktionen, indem eine Beschränkung des Verschuldungsgrades zusätzlich zum Verbot von Aktienleerverkäufen der Portfolio-Optimierung auferlegt wird, und in der algorithmischen Bestimmung optimaler Schattenpreisprozesse unter dieser sowie einer weiteren im Schrifttum eingeführten Restriktionenklasse vor. Darüber hinaus wird auch für den unvollständigen Kapitalmarkt die Wirkung des für den vollständigen Markt eingeführten Steuersystems untersucht.

Bezüglich der Beurteilung bedingter Ansprüche auf unvollständigen Kapitalmärkten werden Ansätze zur Herleitung von Preisgrenzen (z.B. *El Ka-*

---

[6] Insofern soll der Verweis auf die ausführliche Behandlung der jeweils entstehenden Problemstellung bei *Nietert* (1996) bzw. *Reiß* (1997) — jeweils m.w.N. — genügen.

[7] Beachte zudem die Dissertation *Xu* (1990), zitiert nach *Karatzas/Shreve* (1998), S. 318, sowie als Ausgangspunkt des Dualansatzes *Bismut* (1975).