

Vorwort

Dieses Buch ist aus Vorlesungen entstanden, die der Autor an der Technischen Universität Berlin für Studierende der Mathematik sowie der Techno- und Wirtschaftsmathematik im Anschluss an die Grundvorlesung über (Anfangswertprobleme für gewöhnliche) Differentialgleichungen gehalten hat.

Im ersten Teil werden sowohl lineare als auch nichtlineare *Randwertprobleme* für gewöhnliche Differentialgleichungen zweiter Ordnung behandelt. Es werden die klassische und schwache Lösungstheorie vorgestellt, eine Einführung in die Theorie der monotonen Operatoren gegeben und erste Resultate zum GALERKIN-Verfahren und der Finite-Elemente-Methode präsentiert.

Der zweite Teil widmet sich der Beschreibung zeitabhängiger Prozesse durch Evolutionsgleichungen, die als lineare oder nichtlineare *Operator-Differentialgleichungen* erster Ordnung aufgefasst werden können. Nach der Einführung des BOCHNER-Integrals werden bekannte klassische Resultate zur Lösung von Anfangswertproblemen für gewöhnliche Differentialgleichungen verallgemeinert. Es folgt die schwache Lösungstheorie auf der Grundlage von HILBERT-Raum- und Monotoniemethoden.

Beide Teile schließen jeweils mit Übungsaufgaben und einem Ausblick auf die einschlägige Literatur.

Das Buch ist als Lehrbuch für Studentinnen und Studenten konzipiert und soll diesen auch für das Selbststudium dienen. Beabsichtigt war es, einen raschen Einstieg in moderne Methoden der Differentialgleichungstheorie zu ermöglichen, der auf das weitergehende Studium und die Lektüre einschlägiger Monographien vorbereitet. Zugleich sollte der Umfang in einem Semester (etwa in einer vierstündigen Vorlesung nebst einer zweistündigen Übung) bewältigt werden können. Deshalb wurden Lücken hingenommen, wobei die Auswahl des Stoffes sicher auch den Vorlieben des Autors geschuldet ist.

Die vorgestellten Methoden und Ergebnisse lassen sich durchweg auf partielle Differentialgleichungen beziehen. Die Beschränkung auf den räumlich eindimensionalen Fall aber ermöglicht es, schon in dieser Einführung auf nichtlineare Aspekte und funktionalanalytische Methoden einzugehen. Der Sprung zum Mehrdimensionalen sollte nicht allzu schwer fallen. Die Behandlung grundlegender konstruktiver Lösungsverfahren ermöglicht zudem den unmittelbaren Einstieg in die Numerische Analysis.

Soweit es im Rahmen eines Lehrbuchs möglich ist, wird versucht, Antworten auf die bei der Betrachtung von Differentialgleichungsproblemen auftretenden Fragen zu geben:

- Existenz von Lösungen;
- Einzigkeit von Lösungen;
- stetige Abhängigkeit von den Problemdaten (Stabilität);
- Regularität und andere qualitative Eigenschaften der Lösungen;
- Konstruktion exakter Lösungen;
- Konstruktion von Näherungslösungen.

Die Sprache, derer sich der Text bedient, ist oft die der Funktionalanalysis. Insbesondere finden sich Elemente der Nichtlinearen Funktionalanalysis. Ein sicherer Umgang mit den funktionalanalytischen Grundbegriffen ist daher zu empfehlen. Dem mit der Funktionalanalysis nicht so vertrauten Leser mag dieses Buch aber auch als ein Einstieg aus der Sicht der Anwendungen dienen.

Vorausgesetzt werden Kenntnisse der Analysis, des LEBESGUESchen Integrals und erste Kenntnisse über Differentialgleichungen, wie sie oftmals bereits im Analysis-Zyklus gelehrt werden.

Zu vielen Personen, die im Text erwähnt werden, finden sich kurze biographische Anmerkungen, die dem Leser eine zeitgeschichtliche Einordnung erlauben. Die Angaben beruhen zumeist auf der sehr empfehlenswerten Internet-Seite [102], auf [35, 51, 58, 118, 129, 149] und Recherchen im Internet.

Noch einige Hinweise zum Gebrauch: Definitionen, Sätze, Lemmata, Korollare, Probleme, Bemerkungen und Beispiele werden innerhalb eines Unterabschnitts gemeinsam fortlaufend nummeriert. Gleichungen sowie Bilder werden ebenfalls innerhalb eines Unterabschnitts fortlaufend nummeriert.

Lernen und Lehren ist ein Prozess der Kommunikation und sozialen Koproduktion. Ein Lehrbuch kann nur ein Baustein bei der individuellen Aneignung von Wissen sein, Vorlesungen oder das Selbststudium begleiten und Anregungen bieten. Verzweifeln Sie, liebe Leserin, lieber Leser, nicht, wenn Sie nicht auf Anhieb alles verstehen. Vielleicht überlesen Sie die eine oder andere Stelle zunächst, um später noch einmal zurückzukehren. Suchen Sie sich Ihren eigenen, womöglich sehr verschlungenen Pfad durch den Stoff. Lernen verläuft oft sprunghaft und nicht notwendig linear, geschieht nebenbei und unverhofft und auf die verschiedensten Arten. Fehler und das Verwerfen von bereits Gelerntem sind immanente Bestandteile und ermöglichen erst das Weiterlernen.

Das geht dem Autor (emmrich@math.tu-berlin.de) ganz genauso. Deshalb nimmt er gern Vorschläge zur Verbesserung und zur Korrektur von Fehlern entgegen.

Für viele Hinweise und Anregungen bei der Abfassung des Textes und die Durchsicht des Manuskripts ist der Autor ganz besonders Herrn Prof. Dr. Rolf D. GRIGORIEFF (Berlin) dankbar. Weiterer Dank geht an Frau Antje JÜNTGEN, die sich der Mühe des Korrekturlesens unterzog, und Herrn Priv.-Doz. Dr. Robert PLATO (beide Berlin), der ebenfalls das Manuskript durchgesehen hat. Herrn Dr. Carsten TRUNK (Berlin) und Herrn Dr. Horst SCHMITT (Magdeburg) gebührt ebenso Dank wie den Vorlesungsteilnehmerinnen und -teilnehmern und nicht zuletzt Frau Ulrike SCHMICKLER-HIRZEBRUCH und Frau Petra RUSSKAMP vom Vieweg-Verlag.

Berlin, im Oktober 2004

Etienne EMMRICH