

## Vorwort

Dieser Text ist entstanden aus mehreren Vorlesungen für Studierende mit Mathematik als Nebenfach und Veranstaltungen zur Lehrerfortbildung an der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf. Sie dienen einer ersten Einführung in die Fragestellungen und Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik (kurz *Stochastik*) sowohl für Studierende, die solche Techniken in ihrem Fach benötigen, als auch für Lehrer, die sich für den Unterricht mit den nötigen fachlichen Grundlagen vertraut machen wollten.

Der Inhalt eines solchen Kurses ist ziemlich kanonisch, auch die meisten Lehrpläne für die Oberstufe des Gymnasiums wählen diesen Weg. In Kapitel 1 über die *Beschreibende Statistik* werden erhobene Daten aufbereitet und durchleuchtet. Die behandelten Probleme trifft man im täglichen Leben an, die benötigten mathematischen Hilfsmittel sind zum größten Teil sehr elementar. Dies ist ein idealer Einstieg und eine hervorragende Grundlage für die Beschäftigung mit den Themen späterer Kapitel.

Kapitel 2 führt in die *Wahrscheinlichkeitsrechnung* ein, hier beginnt der Zufall zu regieren. Die in der beschreibenden Statistik gefundenen Rechenregeln für Häufigkeiten sind eine gute Motivation für den abstrakten Begriff der Wahrscheinlichkeit, die bei Merkmalen erprobten Begriffe finden sich analog bei Zufallsvariablen wieder. Man kann zwar in der Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht mehr erreichen, als aus bekannten (oder als bekannt angenommenen) Wahrscheinlichkeiten andere, noch unbekannte Wahrscheinlichkeiten zu berechnen, aber dabei treten viele überraschende Ergebnisse auf. Höhepunkt ist die Normalverteilung, da ist im Hintergrund einige klassische nicht-triviale Analysis im Spiel. In der elementaren Wahrscheinlichkeitsrechnung betrachtet man nur endliche Ergebnismengen. Zum besseren Verständnis der Normalverteilung und der Ausgangssituation bei Schätzungen und Tests ist es hilfreich, auch ein wenig über unendliche Ergebnismengen und stetige Verteilungsfunktionen zu wissen. Das wird in sehr kompakter Form in Abschnitt 2.9 beschrieben.

Während der Inhalt der ersten beiden Kapitel bis auf den begrifflichen Rahmen schon zu Zeiten von GAUSS bekannt war, sind die Kapitel 3 und 4 über *Schätzen* und *Testen* Kinder des 20. Jahrhunderts und stellen dementsprechend deutlich höhere Anforderungen an den Leser. Die Durchführung der Verfahren ist Gegenstand des Grundkurses, an die genaueren mathematischen Hintergründe wird man sich wohl nur in einem Leistungskurs wagen. Diese Themen gehören zur sogenannten *beurteilenden* (oder *schließenden*) *Statistik*, einer Kombination von beschreibender Statistik mit Wahrscheinlichkeitsrechnung. Wenn man in der beschreibenden Statistik nicht alle Daten erheben kann oder will, so beschränkt man sich auf eine oder mehrere *Stichproben*, das Ergebnis erlaubt eine Schätzung

der unbekanntenen wirklichen Werte. Für die Größe der Abweichung des geschätzten vom wirklichen Wert kann man nur noch Wahrscheinlichkeiten angeben. Die populärsten Beispiele für die dabei auftretenden Probleme sind Umfragen vor Wahlen oder Hochrechnungen am Wahlabend. Eine genauere Kenntnis der Unsicherheit hätte wohl manche verfrühte Siegesfeier vermieden, damit aber andererseits den Unterhaltungswert der Wahnacht geschmälert.

Was überall in der Mathematik gilt, ist noch ausgeprägter in der Stochastik: Es geht nichts über markante Beispiele, die geeignet sind, die Anstrengungen in der Theorie zu rechtfertigen. Um dem Leser dabei möglichst viel Freiheiten zu geben, ist der Text durchgehend parallel geführt: links die *Beispiele*, rechts die *Fakten*. Und weil Beweise und theoretische Ergänzungen nicht von jedermann gleich geliebt sind, gibt es dafür einen Anhang mit *Erläuterungen*. Ich hoffe, dass die Leser sich mit diesem Trio anfreunden können.

Für die Verwendung im Unterricht an Gymnasien oder anderen Stellen hat die Teilung des Textes einen besonderen Vorteil: Zu den meisten Beispielen werden Schüler und Studierende einen leichten Zugang finden. Die systematische mathematische Darstellung auf den rechten Seiten kann man je nach Interesse mehr oder weniger gründlich studieren. Zur Ausführung der meisten nötigen Rechnungen genügt einer der zum Schulgebrauch üblichen Taschenrechner; ich habe einen „*Equation Editor*“ verwendet, der auch über Statistikfunktionen verfügt. Für aufwändigere Rechnungen und die Einfügung der vielen Graphiken wurde das Programmpaket MAPLE verwendet.

Es ist sicher verwegen, wenn ein absoluter Amateur auf dem Gebiet der Stochastik wie der Autor einen solchen Text schreibt. Aber er hofft, dass die viele Mühe, die er gehabt hat, die Grundlagen zu lernen, seine Darstellung für Leidensgenossen verständlicher macht. Ich habe ungeniert aus vielen Quellen geschöpft: insbesondere den Vorlesungnotizen meiner beiden Düsseldorfer Kollegen Hanns Klinger und Klaus Janßen (der mich mit unermüdlicher Geduld immer wieder zu Korrekturen und Verbesserungen überredet hat), den leider vergriffenen Studienbriefen des DIFF [St] und den professionellen Texten von KRENGEL [Kr] und HENZE [He]. Brigitte Kaletha hat einige der Beispiele beigetragen und ausgearbeitet, Petra Gemein, Brigitte Singhof, Gabriele Süß und Oliver Wagener haben die TEX-Vorlagen erstellt und die Graphiken produziert. Ihnen allen sei gedankt, ebenso dem Verlag, der es gewagt hat den unzähligen Büchern über Stochastik noch ein weiteres hinzuzufügen.