JOHN A. HARRISON

ELEKTRISCHE ENERGIEVERSORGUNG

IM KLARTEXT

ein Imprint von Pearson Education

München • Boston • San Francisco • Harlow, England
Don Mills, Ontario • Sydney • Mexico City
Madrid • Amsterdam

3 WIRKLEISTUNG, SCHEINLEISTUNG UND BLINDLEISTUNG

INHALT UND LERNZIEL DIESES KAPITELS

In diesem Kapitel werden wir drei Leistungsarten kennen lernen, die unter Elektroingenieuren im Gebrauch sind, und erklären, wie und warum man sie benutzt. Anhand eines Beispiels werden wir zeigen, weshalb es viel einfacher ist, mit Wirk- und Blindleistung als mit Phasenwinkeln zu arbeiten. Dieses Beispiel wird außerdem klar machen, wie Kapazitäten den Wirkleistungsbedarf einer Last vermindern können.

In einem elektrischen Energieversorgungsnetz gibt es Leitungen, Kabel, Lasten etc., und jede dieser Komponenten hat ihre eigene Impedanz Z. Z wird als komplexe Zahl der Form $Z = R + jX$ geschrieben, wobei R der Wirk- und X der Blindanteil ist. Für induktive Komponenten ist jX positiv, für kapazitive negativ. Weiterhin erzeugt jeder Generator im elektrischen Energieversorgungsnetz Strom mit einem Leistungsfaktor $\cos \phi$, der für jede Maschine charakteristisch ist. Im Prinzip gilt: Sind Spannung, Leistung und Leistungsfaktor jeder Komponente eines Netzes gegeben, so lassen sich damit Leistung und Strom jedes Netzteiles berechnen. Solche Berechnungen sind jedoch sehr kompliziert, hauptsächlich deshalb, weil es keine einfachen Beziehungen zwischen den Leistungsfaktoren der verschiedenen Betriebsmittel gibt. Daher ziehen Elektroingenieure die Blindleistung dem Leistungsfaktor vor, da die Blindleistungen der verschiedenen Systemkomponenten untereinander auf einfache Weise zusammenhängen. Zuerst aber wollen wir die verschiedenen Leistungsarten definieren.

Der real genutzte Teil der Leistung, im Allgemeinen einfach Leistung genannt, benötigt ein Adjektiv für die Unterscheidung von den anderen Leistungsarten. Sie heißt manchmal auch aktive oder Nutzleistung, doch wollen wir sie in diesem Buch Wirkleistung nennen. In einem einphasigen System mit sinusförmigen Größen lässt sie sich berechnen als das Produkt aus Spannung, Strom und dem Kosinus des Phasenwinkels zwischen beiden, d.h. $UI\cos \phi$. Vorstellbar ist die Wirkleistung ebenso gut als das Produkt zwischen Spannung und dem Anteil des Stroms, der in Phase mit der Spannung ist. Die Wirkleistung erhält als Symbol das P und wird in Watt [W] gemessen. Eine andere nützliche Größe ist das Produkt aus Spannung und Strom ohne den Phasenfaktor cos ϕ. Dann spricht man von der Scheinleistung. Sie wird durch S gekennzeichnet und in Volt Ampere [VA] gemessen. Die Scheinleistung ist oft nützlich bei der Bemessung von Betriebsmitteln, wobei die Maxima von Strom und Spannung unabhängig vom Phasenwinkel festgelegt werden. Berechnungen der Scheinleistung sind zudem ein wichtiger Zwischenschritt bei der rechnerischen Bestimmung von Wirk- und Blindleistung. Die Blindleistung ist das Produkt von Spannung, Strom und dem Sinus des Phasenwinkels, d.h. UIsin ϕ. Sie lässt sich also auch auffassen als Produkt aus der Spannung und dem Stromanteil, der senkrecht zum Spannungszeiger steht. Als Symbol für die Blindleistung dient das Q, gemessen wird sie in Volt Ampere reaktiv [Var]. Wenn Ingenieure von den drei Leistungsarten sprechen, so benutzen sie statt deren Namen eher die Symbole S, P und Q.

In Drehstromnetzen wird die Bemessungsspannung üblicherweise durch die Leiterspannung ersetzt, wodurch ein Faktor $\sqrt{3}$ in die Ausdrücke für die Leistung kommt. Zusammenfassend haben wir:

- Wirkleistung, $P = \sqrt{3}UI\cos\phi$, gemessen in Watt [W]
- Scheinleistung, $S = \sqrt{3}UI$, gemessen in Volt Ampere [VA]
- Blindleistung, $Q = \sqrt{3}UI\sin\phi$, gemessen in Volt Ampere reaktiv [Var]

Somit ist $P = S\cos\phi$ und $Q = S\sin\phi$. (Eine Größe, die man in fortgeschritteneren Lehrtexten über elektrische Energieversorgungsnetze antrifft, ist die komplexe Leistung oder Vektorleistung, die als $P + jQ$ definiert ist.)

Das Vorzeichen von Q kann positiv oder negativ sein. Per Konvention nimmt man sie als positiv an der Last an, wenn der Leistungsfaktor induktiv ist. Das Bequeme an dieser Konvention ist, dass eine Last mit Induktivität (die meisten Lasten sind induktiv) Wirk- und Blindleistung aufnimmt. Eine Kapazität stellt man sich eher als Blindleistungsquelle denn als Verbraucher negativer Blindleistung vor. Zur Erinnerung: Eine Kapazität hat einen vorauseilenden Leistungsfaktor, d.h. der Strom erreicht vor der Spannung sein Maximum.

Betrachtet man ein Energieversorgungsnetz als Ganzes, so muss in jedem Augenblick die erzeugte elektrische Energie gleich der verbrauchten sein. Dies folgt aus der Tatsache, dass elektrische Energie nicht im Netz gespeichert werden kann. Die Energie, die pro Sekunde abgegeben oder aufgenommen wird, ist die Leistung. Damit gleicht die gesamte erzeugte Leistung der gesamten verbrauchten Leistung. Es kann zudem gezeigt werden, dass die gesamte bereitgestellte Blindleistung gleich der gesamten aufgenommenen Blindleistung ist.

Später wird klar werden, warum diese letzte Beziehung das Konzept der Blindleistung für Berechnungen in einem Energieversorgungsnetz so nützlich macht. In Kürze werden wir sehen, wie wir diese Zusammenhänge sinnvoll nutzen können. Zunächst jedoch wollen wir einzelne Betriebsmittel betrachten.

BEISPIEL 3.1

Wie viel Blindleistung nimmt eine ideale Induktivität auf?

LÖSUNG

Die über der Spule abfallende Spannung sei U, der Strom durch die Spule I und der Blindwiderstand X_L. Per definitionem ist die Blindleistung gegeben durch

$$Q = UI\sin\phi$$

Bei einer idealen Induktivität eilt der Strom der Spannung um 90° nach und damit wird $\sin\phi = 1$. Mit dem Ohm'schen Gesetz

$$U = IX_L$$

folgt

$$Q = I^2X_L.$$

Man beachte, dass $P = 0$ ist.

ÜBUNG 3.1

Eine Impedanz von $(40 + j30)\ \Omega$ leitet einen Strom von 10A. Berechnen Sie a) die verbrauchte Wirkleistung und b) die aufgenommene Blindleistung.

(4 kW; 3 kVar)

ÜBUNG 3.2

Berechnen Sie die Wirkleistung und die Blindleistung, die eine Impedanz mit 10 H und einem in Serie dazu liegenden Ohm'schen Widerstand mit 1 kΩ verbraucht, wenn sie an eine einphasige Spannungsquelle mit 230 V und 50 Hz angeschlossen wird.

(4,87 W; 15,29 Var)

BEISPIEL 3.2

Wie viel Blindleistung stellt eine ideale Kapazität bereit?

LÖSUNG

Die über die Kapazität abfallende Spannung sei U, der Strom I und der Blindwiderstand X_C. Wie zuvor ist

$$Q = UI\sin\phi$$

Bei einer idealen Kapazität eilt der Strom der Spannung um 90° voraus, woraus folgt: sin ϕ = 1. Mit dem Ohm'schen Gesetz

$$U = IX_C$$

folgt

$$Q = I^2X_C$$

Bei einer Kapazität ist es aber üblich, mit der Spannung anstatt mit dem Strom zu rechnen. Das Ohm'sche Gesetz liefert dann

$$Q = \frac{U^2}{X_G}$$

Man beachte, dass in diesem Beispiel der Strom der Spannung um 90° vorauseilt, während er im vorigen Beispiel um 90° nacheilte. Dieser Phasenunterschied von 180° macht plausibel, weshalb per Konvention eine Induktivität Blindleistung aufnimmt, während eine Kapazität sie bereitstellt.

ÜBUNG 3.3

Eine Kapazität von 2 µF wird an eine einphasige 50-Hz-Spannungsquelle von 240 Volt angeschlossen. Berechnen Sie die von der Kapazität bereitgestellte Blindleistung.

(36,2 Var)

ÜBUNG 3.4

Eine Kapazität wird an die Anschlüsse der Impedanz von Aufgabe 3.2 angeschlossen. Berechnen Sie die Größe der Kapazität, wenn die Blindleistung 15,29 Var betragen soll und somit der Leistungsfaktor cos ϕ = 1 wird. Wie groß ist die Scheinleistung der Kapazität?

(0,92 µF; 15,29 VA)

Nun beschäftigen wir uns mit einem Problem, das wir zunächst mit Hilfe der Phasenwinkel, anschließend mit Hilfe der Blindleistung lösen wollen.

BEISPIEL 3.3

Ein dreiphasiger 50-Hz-Generator versorgt eine Last über eine Leitung mit der Reihenimpedanz von (50 + j500) Ω pro Phase. Die Last nimmt eine Leistung von 50 kW bei 11 kV mit einem Leistungsfaktor von 0,8 (induktiv) auf. Die Kapazitäten zur Verbesserung des Leistungsfaktors sind mit jeweils 0,5 µF in Sternschaltung an der Last angeschlossen. Messungen des Leiterstroms ergeben einen Wert von 2,8 A. Bestimmen Sie den Phasenwinkel des Generators.

LÖSUNG METHODE A

Da das System symmetrisch ist, betrachten wir nur eine Phase. Der Stromkreis einer Phase ist in *Abb. 3.1* dargestellt. Der Spannungszeiger an der Last diene als Referenz für die Phase. Es gilt nun, den realen und den imaginären Teil des Stromzeigers an der Last, $\mathbf{I}_L$, zu finden. Für ein Drehstromsystem ist die Leistung gegeben durch

$$P = \sqrt{3}UI_L\cos\phi$$

Daraus folgt:

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3}U\cos\phi} = \frac{50kW}{\sqrt{3}*11.000kV*0,8} = 3,28A$$

Als komplexer Zeiger geschrieben: $\mathbf{I}_L = 3,28\ A\cos\phi - j3,28\ A\sin\phi$ (das Minuszeichen weist darauf hin, dass der Strom nacheilt)

Das ergibt $\mathbf{I}_L = (3,28 * 0,8 - j3,28 * 0,6)\ A$

bzw. $\mathbf{I}_L = (2,624 - j1,968)\ A$

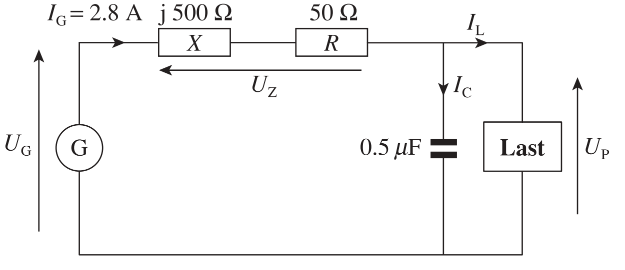

Abbildung 3.1: Stromkreisdiagramm einer Phase gegen Nullleiter für Beispiel 3.3

Die Spannung über einer Phase der Last ist gegeben durch

$$U_P = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{11}{\sqrt{3}}kV = 6,351kV$$

Wir können den komplexen Wert des Spannungsabfalls entlang der Übertragungsleitung nicht allein durch Multiplikation von 2,8 A mit (50 + j500) Ω finden, da wir den Phasenwinkel des Leiterstroms nicht kennen. Zuerst müssen wir den Strom der Kapazität zum Laststrom addieren.

Der kapazitive Strom ist gegeben durch

$$I_C = \frac{U_P}{X_C} = j\omega CU_P = j2\pi 50 * 0,5\ \mu F * 6,351\ kV = j0,998\ A$$

Der Gesamtstrom $\mathbf{I}_L + \mathbf{I}_C$ ist gleichzeitig der Generatorstrom $\mathbf{I}_G$, also

$$\mathbf{I}_G = \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_C = (2,624 - j1,968 + j0,998)\ A$$

$$\mathbf{I}_G = (2,624 - j0,970)\ A$$

Damit eilt der Generatorstrom der Lastspannung um folgenden Winkel nach:

$$\arctan\left(\frac{0,970}{2,624}\right) = 20{,}3°$$

(Überprüfen Sie, dass $|\mathbf{I}_G| = 2{,}8$ A ist. $|I_G| = \sqrt{(2{,}624)^2 + (0{,}97)^2}\,A = 2{,}798A$.) Wir müssen nun noch den Winkel der Generatorspannung finden. Zu diesem Zweck addieren wir die Zeiger der Lastspannung und der Leiterspannung. Der Spannungsabfall $\mathbf{U}_Z$ der Leitung ergibt sich aus

$$\mathbf{U}_Z = \mathbf{I}_G\mathbf{Z} = (2{,}624 - j0{,}970)\ A * (50 + j500)\ \Omega = (616 + j1.246)\ V$$

Die Generatorspannung ist gegeben durch

$$\mathbf{U}_G = \mathbf{U}_Z + \mathbf{U}_P = (616 + j1.264 + 6.351 + j0)\ V = (6.967 + j1.264)\ V$$

Damit eilt die Generatorspannung $\mathbf{U}_G$ der Leiterspannung $\mathbf{U}_L$ voraus um

$$\arctan\left(\frac{1.264}{6.967}\right) = 10{,}28°$$

Wir haben nun ermittelt, dass $\mathbf{I}_G$ gegenüber $\mathbf{U}_L$ um 20,3° verzögert ist, während $\mathbf{U}_G$ $\mathbf{U}_L$ um 10,28° vorauseilt. Damit ist der Phasenwinkel der Generatorspannung um 20,3° + 10,28° = 30,58° nacheilend.

Lösung Methode B

Nun werden wir sehen, wie viel leichter die Berechnung mit den Größen Wirk- und Blindleistung wird. Man kann dies als Gewinn- und Verlustrechnung aufschreiben. Die umgesetzte Wirkleistung ist:

in der Last =		50 kW
in der Leitung =	$3 * I^2R = 3 * 2{,}8^2 * 50$ W =	1,176 kW

(Der Faktor 3 taucht hier auf, weil es drei Leiter in einem Drehstromsystem gibt.)

Die Summe dieser beiden Leistungen ergibt die aufgenommene Gesamtleistung des Systems:

$$51{,}176\,\text{kW}.$$

Dieser Wert muss natürlich übereinstimmen mit der gesamten erzeugten Leistung P_G. Nun ermitteln wir die aufgenommene Blindleistung. Da $P = \sqrt{3}UI\cos\phi$ und $Q = \sqrt{3}UI\sin\phi$ ist, folgt $Q = P\tan\phi$. In diesem Fall ist $\tan\phi = 0{,}75$.

Für die aufgenommene Blindleistung gilt:

in der Last =	$50.000 * 0{,}75$ Var =	37,5 kVar
in der Leitung =	$3 * I^2X = 3 * 2{,}8^2 * 500$ Var =	11,76 kVar
Zwischensumme:		49,26 kVar

Davon abzuziehen ist die in den Kapazitäten bereitgestellte Blindleistung:

$$3\frac{U_P^2}{X_C} = \frac{U^2}{X_C} \text{ (wegen } U = \sqrt{3}U_P)$$

$$\frac{U^2}{X_C} = (11.000^2 * 2\pi 50 * 0{,}5 * 10^{-6)} \text{ Var} = \qquad 19{,}007 \text{ kVar}$$

Die gesamte Blindleistung ist somit: 30,352 kVar

Das muss natürlich gleich der im Generator bereitgestellten Blindleistung Q_G sein. Aus den Definitionen von P und Q ist leicht zu ersehen, dass ϕ = arctan(Q/P) ist, sodass sich für den Phasenwinkel des Generators ergibt: ϕ = arctan (30,253/51,176) = 30,6° (induktiv).

Diese Rechnung ist viel einfacher als die vorhergehende.

Übung 3.5

Eine dreiphasige Last in Sternschaltung, in jeder ihrer Phasen aus einem Wirkwiderstand von 80 Ω und einer Induktivität von 0,191 Henry bestehend, wird an eine dreiphasige Spannungsquelle mit 415 V und 50 Hz angeschlossen. Berechnen Sie

a. den Leiterstrom I

b. die von der Last aufgenommene Wirkleistung P

c. die von der Last aufgenommene Blindleistung Q

Berechnen Sie aus P und Q den Phasenwinkel ϕ der Last und zeigen Sie, dass $P = \sqrt{3}UI \cos \phi$ und $Q = \sqrt{3}UI \sin \phi$ ist.

(2,4 A; 1,378 kW; 1,033 kVar; 36,9°)

Übung 3.6

Drei Kapazitäten in Dreieckschaltung mit je 5 µF sind an eine 3,3-kV-Drehstromleitung angeschlossen. Berechnen Sie, wie groß die von den Kapazitäten abgegebene Blindleistung ist, wenn die Netzfrequenz 50 Hz beträgt. Geben Sie an, um wie viel die Blindleistung abnimmt, wenn die Spannung um 5% sinkt.

(51,3 kVar; 9,75%)

Übung 3.7

Jede Phase einer 132-kV-Freileitung lässt sich durch einen seriellen induktiven Blindwiderstand von 0,41 Ω und den Blindwiderstand einer Parallelkapazität von 340 kΩ gegen Erde darstellen. Bei welchem Strom wird von der Leitung weder Blindleistung bereitgestellt noch aufgenommen? Diese Bedingung ist bekannt als die natürliche Leistung einer Leitung.

(204 A)

ÜBUNG 3.8

Eine Last in Sternschaltung mit (75 + j48) Ω/Phase wird von einer 50-Hz-Drehspannungsquelle über eine Freileitung mit (5 + j12) Ω/Leiter versorgt. Drei Kapazitäten mit je 5 µF in Dreieckschaltung liegen an den Generatorklemmen. Berechnen Sie für eine Generatorspannung von 440 V a) die Wirkleistung und b) die Blindleistung, die der Generator abgibt. Ermitteln Sie damit den Leistungsfaktor des Generators.

(1,549 kW; 249 Var; 0,987, induktiv)

ZUSAMMENFASSUNG

In Drehstromnetzen ist die Scheinleistung $\sqrt{3}UI$, die Wirkleistung $\sqrt{3}UI\cos\phi$ und die Blindleistung $\sqrt{3}UI\sin\phi$. In einem Netz als Ganzem gibt es immer ein Gleichgewicht zwischen der erzeugten und der aufgenommenen Wirkleistung. Eine ähnliche Balance gibt es auch für die Blindleistung. Berechnungen vereinfachen sich, wenn man statt mit Phasenwinkeln mit Wirk- und Blindleistungen arbeitet. Induktivitäten nehmen Blindleistung auf, während Kapazitäten Blindleistung einspeisen.