

Körper eine Fernwirkung auf den anderen ausüben kann, und zwar durch ein Vakuum, ohne die Vermittlung von irgend etwas, durch welches ihre Wirkung und Kraft vom einen zum anderen fortgepflanzt werden könnten, ist für mich eine derartige Absurdität, dass sie meines Erachtens einem fähigen Philosophen niemals in den Sinn kommen kann.« Da Newton aber keine tiefere Begründung kannte, zog er es vor, keine Hypothesen zu erfinden (»Hypothesen non fingo«). Die tiefere Erklärung kam tatsächlich erst mit Einsteins Allgemeiner Relativitätstheorie.

2 EINSTEIN'SCHE GRAVITATION

2.1 Spezielle Relativitätstheorie

Newtons Gravitationstheorie hatte als fundamentale Theorie der Gravitation über zwei Jahrhunderte lang Bestand. Auch heute wird sie noch als Näherungstheorie mit Erfolg angewandt. Die Notwendigkeit einer Abänderung wurde erst über einen Umweg erkannt – den Elektromagnetismus. Wie kam es dazu?

Das von Galilei eingeführte Relativitätsprinzip postulierte die Gleichberechtigung aller Inertialsysteme, also aller Systeme, die sich gegeneinander mit konstanter Geschwindigkeit bewegen oder um einen konstanten Betrag zueinander verdreht oder verschoben sind. Die Gesetze der Elektrodynamik und insbesondere der Optik schienen jedoch zu zeigen, dass es ein ausgezeichnetes Bezugssystem gibt – ausgezeichnet dadurch, dass sich das Licht dort in alle Richtungen (d.h. isotrop) mit der Geschwindigkeit $c \approx 3 \cdot 10^8$ Meter pro Sekunde ausbreitet. Die Grundgleichungen der Elektrodynamik – die Maxwell'schen Gleichungen – zeichnen nämlich durch ihre Form diese Geschwindigkeit aus. Man hat dieses bevorzugte Bezugssystem als »Äther« bezeichnet. Da man sich im 19. Jahrhundert die Ausbreitung von Wellen wie diejenigen des Lichts nur innerhalb eines Mediums vorstellen konnte, wies man dem Äther trotz seiner offensicht-

lichen Unsichtbarkeit einen materiellen Charakter zu. Wie die bereits 1728 erfolgte Entdeckung der Aberration durch James Bradley – die Verschiebung der Sternpositionen aufgrund der Geschwindigkeitsänderung der Erde (nicht ihrer Ortsänderung) bei ihrem Umlauf um die Sonne – zeigte, wird ein möglicher Äther nicht von der Erde mitgezogen. Es sollte also möglich sein, die Bewegung der Erde durch den Äther dadurch festzustellen, dass sich die Lichtgeschwindigkeit auf der Erde abhängig von der Bewegungsrichtung ändert.

Die Vergeblichkeit aller Versuche, einen Äther nachzuweisen, hat Albert Einstein 1905 dazu bewogen, eine Theorie zu entwickeln, die Relativitätsprinzip und Elektrodynamik miteinander in Einklang bringt – die *Spezielle Relativitätstheorie*. Er schreibt dazu: »Die spezielle Relativitätstheorie verdankt ihre Entstehung den Maxwell'schen Gleichungen des elektromagnetischen Feldes. Umgekehrt werden die letzteren erst durch die spezielle Relativitätstheorie in befriedigender Weise formal begriffen.« Die Spezielle Relativitätstheorie beruht auf den beiden Postulaten:

- Relativitätsprinzip: Die physikalischen Gesetze haben in allen Inertialsystemen die gleiche Form.
- Konstanz der Lichtgeschwindigkeit: Die Lichtgeschwindigkeit ist in allen Inertialsystemen konstant gleich c .

Der mathematische Unterschied zum Galilei'schen Relativitätsprinzip besteht in den Gleichungen, die den Übergang von einem Inertialsystem zu einem anderen beschreiben. Während bei Galilei die Zeit in allen Inertialsystemen die gleiche ist, ändert sie sich bei Einstein in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit. Einstein wurde auf seine Theorie tatsächlich durch eine Analyse des Gleichzeitigkeitsbegriffs geführt: Welche operative Bedeutung hat es, zwei Ereignisse gleichzeitig zu nennen? Einstein fand, dass es keinen beobachterunabhängigen Begriff von Gleichzeitigkeit gibt. Dieser hängt vom Bezugssys-

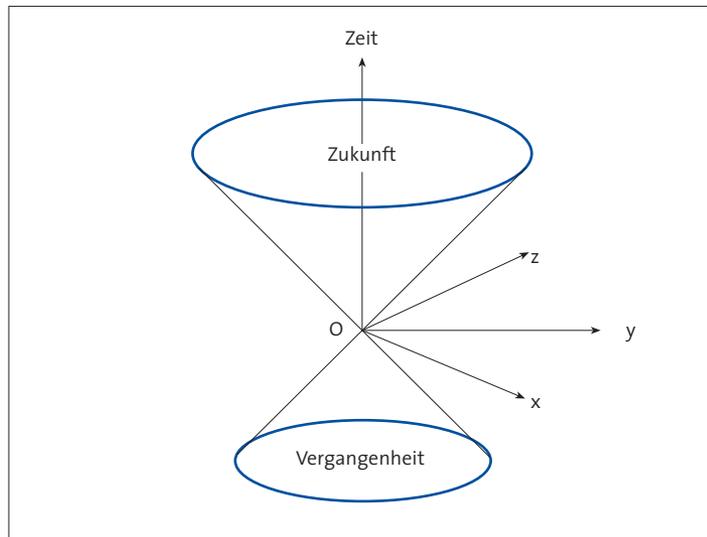


Abb.7: Der Lichtkegel

tem (Inertialsystem) ab: Zwei Ereignisse, die in einem Inertialsystem gleichzeitig stattfinden, tun dies nicht mehr in anderen Inertialsystemen. Da Raum und Zeit hier eng miteinander verknüpft werden, nimmt der Begriff der vierdimensionalen Raumzeit die zentrale Rolle ein. Nach dem Mathematiker Hermann Minkowski (1864–1909) nennt man die Raumzeit der Speziellen Relativitätstheorie auch »Minkowski-Raum«. Statt der absoluten Auffächerung der Newton'schen Raumzeit in Räume gleicher Zeit (Abb.6) gibt es hierfür eine andere absolute Struktur – den Lichtkegel (siehe Abb.7). Da aus der Relativitätstheorie folgt, dass die Lichtgeschwindigkeit nicht überschritten werden kann (man würde dazu unendlich viel Energie benötigen), verläuft die Bewegung materieller Körper innerhalb des Kegels, von der Vergangenheit (unten) in die Zukunft (oben). Vergangenheit und Zukunft beziehen sich auf das Ereignis im Koordinaten-

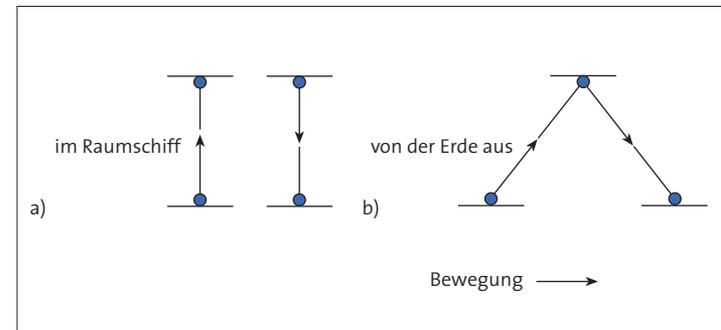


Abb.8: Lichtuhr

ursprung O. Das Licht selbst läuft auf dem Kegelmantel. Den gesamten Bereich außerhalb des Lichtkegels bezeichnet man in Bezug auf O als Gegenwart: Für jedes Ereignis in diesem Bereich lässt sich ein Inertialsystem finden, bezüglich dessen es gleichzeitig zu dem Ereignis in O stattfindet.

Für Geschwindigkeiten, die viel kleiner als die Lichtgeschwindigkeit c sind, ergibt sich wieder das Relativitätsprinzip in seiner Galilei'schen Form. In Abb.7 würde dieser Grenzfall bedeuten, dass der Lichtkegel *de facto* nach unten klappt und es nur Ereignisse innerhalb des Kegels gibt.

Eine wichtige Konsequenz der Speziellen Relativitätstheorie und der einhergehenden Verbindung von Raum und Zeit ist die Zeitdilatation: Bewegte Uhren gehen langsamer. Das lässt sich am Beispiel der »Lichtuhr« (siehe Abb.8) auf einfache Weise demonstrieren.

Ein Lichtstrahl werde zwischen zwei Spiegeln hin- und herreflektiert, wobei die Periode für einen Hin- und Rücklauf im Ruhesystem – System A – (Abb.8a) gleich T_A betrage. Da es sich um ein periodisches System handelt, kann man es als »Uhr« bezeichnen; das Hin- und Herlaufen des Signals entspricht dem Ticken der Uhr. Von einem im Vergleich zur Uhr mit konstanter Geschwindigkeit v bewegten

Inertialsystem B aus betrachtet (die Bewegung erfolge senkrecht zu den Lichtstrahlen, also parallel zu den Spiegeln), muss das Licht einen längeren Weg zurücklegen (Abb. 8b). Da die Lichtgeschwindigkeit aber immer konstant ist, benötigt es von B aus betrachtet mehr Zeit – die bewegte Uhr geht langsamer, und die entsprechende Zeit T_B ist größer als T_A . Dieser Effekt ist ein symmetrischer: Von A aus betrachtet geht eine entsprechende Lichtuhr in B ebenfalls langsamer. Aus Abb. 8 lässt sich mittels einer einfachen Rechnung (im Wesentlichen unter Anwendung des pythagoräischen Lehrsatzes) der Zusammenhang zwischen T_A und T_B berechnen:

$$T_B = \frac{T_A}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > T_A. \quad (11)$$

Man erkennt sofort, dass sich für Geschwindigkeiten v , die viel kleiner als c sind, das »klassische« Ergebnis $T_A = T_B$ ergibt.

Die Zeitdilatation muss für jede Uhr vorliegen, nicht nur für die einfache Lichtuhr. Das ist eine Konsequenz des Relativitätsprinzips, da eine Uhr ohne (oder anderer) Zeitdilatation im Vergleich zur Lichtuhr aus dem Takt geraten müsste und man deshalb innerhalb des Inertialsystems feststellen könnte, ob sich dieses Inertialsystem mit einer Geschwindigkeit v absolut bewegt oder nicht. Die Zeitdilatation ist eine Eigenschaft der Relativbewegung in der Raumzeit, nicht von speziellen Uhren.

Die Zeitdilatation wurde durch eine Vielzahl von Experimenten bestätigt. So hat man beispielsweise ausgenutzt, dass Myonen – eine schwere Variante der Elektronen – mit einer bestimmten mittleren Lebensdauer zerfallen (in Elektronen und Neutrinos). In ihrem Ruhesystem beträgt diese Lebensdauer etwas mehr als zwei Mikrosekunden. Bringt man nun Myonen in Beschleunigern auf Geschwindigkeiten, die nahe an c liegen, so wird die Lebensdauer in Einklang mit [11] länger – in den Experimenten bis zu hundertmal so lang. Aus diesem Grund erreichen uns auch aus der Atmosphäre (wo die Myo-

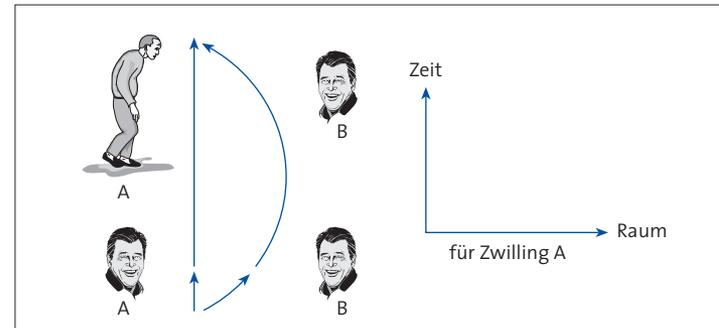


Abb. 9: Zum Zwillingsproblem

nen durch Beschuss mit kosmischer Strahlung erzeugt werden) viel mehr Myonen als aufgrund ihrer Lebensdauer im Ruhesystem zu erwarten wären. Man mag sich für diesen Fall wundern, ob hier nicht ein Widerspruch besteht. Von den atmosphärischen Myonen aus betrachtet gilt ja die kürzere Zerfallszeit, und es sollten also weniger Teilchen die Erde erreichen. Die Auflösung benutzt einen Effekt, der in Analogie zu Zeitintervallen das Verhalten von Maßstäben betrifft. Es zeigt sich nämlich, dass bewegte Maßstäbe verkürzt werden (so genannte Lorentz-Kontraktion), wobei der gleiche Faktor wie in [11] erscheint. Deshalb sehen die atmosphärischen Myonen einen kürzeren Abstand zur Erdoberfläche, und es zerfallen entsprechend weniger Teilchen, da die Erde schneller erreicht wird.

Scheinbar widersprüchliche Eigenschaften der Theorie wurden historisch im Rahmen des so genannten Zwillingsproblems diskutiert (Abb. 9). Während einer der Zwillinge auf der Erde bleibt, steigt der andere in ein Raumschiff, fliegt mit großer Geschwindigkeit ins Weltall, um schließlich umzukehren und auf die Erde zurückzuflogen. Dort findet er einen Zwilling vor, der wegen der Zeitdilatation gealtert ist. Das Argument, das einen Widerspruch herbeizuführen scheint, besagt, dass sich ja auch für den reisenden Zwilling die Erde

wegbewegt und schließlich wieder nähert, weshalb der Zwilling im Raumschiff gealtert sein müsse. Der Schlüssel zur Auflösung des scheinbaren Widerspruchs ist die Beobachtung, dass die Zwillinge nicht symmetrisch behandelt werden: Nur der auf der Erde verbleibende ruht in einem (näherungsweise) Inertialsystem; der Zwilling im Raumschiff ist beschleunigt, da er abbremsen und umkehren muss. In Abb.9 kommt dies dadurch zum Ausdruck, dass die Raumzeitlinie (»Weltlinie«) des reisenden Zwillings gekrümmt ist. Die Länge der Weltlinie ist ein Maß für die Zeit, die auf einer mitgeführten Uhr vergeht – man nennt diese Zeit die auf der Weltlinie vergangene Eigenzeit; je länger die Weltlinie im Diagramm erscheint, desto kürzer ist die Eigenzeit. Die Bewegung auf Geraden (freiem Fall) entspricht maximaler Eigenzeit. Das liegt daran, dass es sich um eine Gerade in der Raumzeit handelt; im Raum haben Geraden selbstverständlich die kürzesten Längen.

Natürlich gilt die Spezielle Relativitätstheorie auch in beschleunigten Bezugssystemen. Nur gilt hierfür das Relativitätsprinzip nicht, und die Umrechnung auf solche Systeme ist komplizierter. Sie lässt sich aber durchführen und führt für die Eigenzeiten im Zwillingenproblem auf das gleiche Ergebnis wie die Rechnung im Inertialsystem.

Die Spezielle Relativitätstheorie bildet auch die Grundlage für die Quantenfeldtheorie. Elementarteilchen werden dort beispielsweise durch ihr Verhalten bei Wechsel des Inertialsystems definiert. Allerdings kann die Gravitation nicht in dieses Schema eingefügt werden. Das erkennt man bereits daran, dass das Newton'sche Gravitationsgesetz [1] ein Fernwirkungsgesetz ist und deshalb im Widerspruch zu der von der Relativitätstheorie geforderten endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit steht. Der Versuch, dieses Gesetz zu verallgemeinern, hat gezeigt, dass der Rahmen der *Speziellen* Relativitätstheorie dafür zu eng ist. Der Grund liegt darin, dass die Raumzeit bei Anwesenheit von Gravitation gekrümmt ist.

2.2 Gravitation als gekrümmte Raumzeit

Der Ausgangspunkt für die moderne Theorie der Gravitation ist das Äquivalenzprinzip. Mit Einsteins Worten: »Die Allgemeine Relativitätstheorie verdankt ihre Entstehung der Erfahrungstatsache von der numerischen Gleichheit der trägen und der schweren Masse der Körper.« Man betrachte hierzu in Gedanken Labors, die im Gravitationsfeld der Erde frei fallen (die Labors sollen so klein sein, dass die Inhomogenität des Feldes vernachlässigbar ist). Wegen des Äquivalenzprinzips – alle Körper fallen ja gleich schnell – ist in jedem der Labors von der Gravitation nichts zu spüren. Falls keine nichtgravitativen Kräfte wirksam sind, bewegen sich alle Körper in den Labors gleichförmig und geradlinig. Die Situation ist also äquivalent derjenigen im schwerelosen Raum (eine von Fernsehübertragungen aus Raumstationen her vertraute Situation). Diese Eigenschaften kennzeichnen aber gerade die Inertialsysteme. Da sich alle frei fallenden Labors aber zum Erdmittelpunkt hin bewegen, bewegen sie sich aufeinander zu – sie sind relativ zueinander beschleunigt. Ein Inertialsystem lässt sich also bei Anwesenheit von Gravitation nur *lokal* realisieren, und zwar durch ein Bezugssystem, das im Gravitationsfeld frei fällt. »Lokal« bezieht sich auf Bereiche, in denen man die Inhomogenität des Gravitationsfeldes vernachlässigen kann.

Ein auf der Erdoberfläche ruhendes Labor ist hingegen (relativ zu den frei fallenden Labors) beschleunigt; dem entspricht das Auftreten der Gravitationskräfte: Ein schräg nach oben geworfenes Kreidestück etwa folgt einer Wurfparabel und fällt auf den Boden. In einem frei fallenden System würde es geradlinig weiterfliegen. Das auf der Erde ruhende Labor ist (bei geschlossenen Fenstern) ununterscheidbar von einem Labor, das im schwerelosen Raum mit der Erdbeschleunigung g beschleunigt wird. Die beiden Äquivalenzen (»frei fallend« mit »schwerelos« sowie »auf der Erde ruhend« mit »beschleunigt«) sind in Abb.10 dargestellt.

Einen Ausweg bietet die so genannte dunkle Materie, die nur durch Gravitation wechselwirkt. Man weiß schon seit vielen Jahren, dass der größte Teil der Materie (über 90%) im Universum unsichtbar ist. Tatsächlich kennt man nicht einmal die Natur der dunklen Materie. Ihre Existenz kann man nur indirekt durch den gravitativen Einfluss erschließen, den sie auf sichtbare Materie ausübt. In der Zeit zwischen dem Übergang in die materiedominierte Phase (bei $z \approx 10^4$) und der Entkopplung der Strahlung von den Baryonen (bei $z \approx 10^3$) könnte sich die dunkle Materie aus ihren Anfangsfluktuationen heraus bereits gravitativ verdichten. Nach der Freisetzung der Strahlung könnte die baryonische Materie ziemlich schnell in das Gravitationsfeld der dunklen Materie fallen und so den gravitativen Kondensationsprozess beschleunigen. Aus numerischen Simulationen weiß man, dass dann ausreichend Zeit verbleibt, um die beobachteten Strukturen zu bilden.

Woher stammen aber die Anfangsfluktuationen? Hier bietet das Szenario des inflationären Universums die bisher befriedigendste Erklärung. Nur mit Hilfe der Inflation gelingt es, die Entstehung dieser Fluktuationen auf kausale Weise beschreiben zu können. Ansonsten müsste man ihre Existenz als Anfangsbedingungen postulieren, die nicht weiter erklärt werden können. Während einer inflationären Phase können nämlich Quantenfluktuationen von Raumzeit und fundamentalen Feldern derart verstärkt werden, dass sie als klassische Fluktuationen enden, deren Größe für die Strukturbildung ausreichend ist. Jede Struktur im Universum – und auch unsere Existenz – wäre demnach der quantenmechanischen Unbestimmtheitsrelation zu verdanken.

VERTIEFUNGEN

DAS POSITIONIERUNGSSYSTEM GPS

Bei dem *Global Positioning System* (GPS) handelt es sich um ein von den USA betriebenes System, mit dem es möglich ist, einen Ort auf der Erde auf einen Meter genau (und genauer) zu bestimmen. Das System ist mittlerweile unverzichtbar für die Navigation von Flugzeugen und Schiffen geworden und findet Anwendung unter anderem auch in der präzisen Bestimmung der Erdkrustenbewegung (Plattentektonik). Für seinen Betrieb müssen sowohl die Spezielle als auch die Allgemeine Relativitätstheorie berücksichtigt werden; andernfalls käme es bereits innerhalb eines Tages zu Fehlweisungen größer als zehn Kilometer, was das System nutzlos machen würde. Als europäisches Pendant zum GPS soll in einigen Jahren das System GALILEO eingeführt werden.

Das GPS besteht aus 24 Satelliten, die in etwa 20 000 km Höhe um die Erde kreisen. Von jedem Punkt der Erde aus befinden sich immer mindestens vier Satelliten über dem Horizont. Die Umlaufzeit beträgt einen halben Tag, so dass jeder Beobachter einen bestimmten Satelliten zweimal am Tag an der gleichen Stelle am Himmel sieht. Die Satelliten sind mit Atomuhren ausgerüstet und senden Signale aus, die dazu dienen, Informationen über den Zeitpunkt der Aussendung und den Ort des Satelliten zu übermitteln. Das Grundprinzip ist die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Empfängt ein Beobachter auf der Erde ein Signal von einem Satelliten (Abb. 31), so beträgt der Abstand D zu dem Satelliten $D = c \Delta t$, wobei Δt das Zeitintervall zwischen Aussendung und Empfang des Signals ist. Allerdings bewegen sich die Mikrowellen nicht im Vakuum, sondern in bewegter Luft unterschiedlicher Dichte und Temperatur, so dass c korrigiert werden muss.

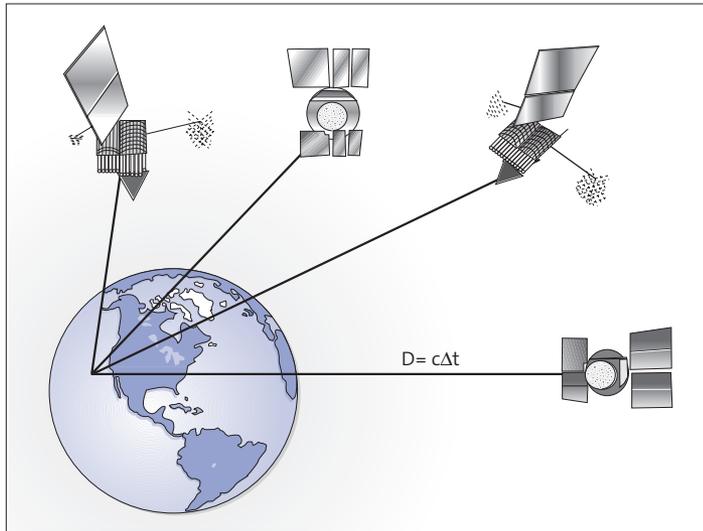


Abb. 31: Zur Funktionsweise des GPS.

Damit der Beobachter auf der Erde seinen Ort (drei Koordinaten) und seine Zeit (eine Koordinate) bestimmen kann, benötigt er die Information von mindestens vier Satelliten; sind Orte und Aussendezeiten der Satelliten bekannt, hat er vier Gleichungen für vier Unbekannte zur Verfügung und kann daraus die gewünschte Information berechnen.

Damit dies funktioniert, müssen die Uhren auf den Satelliten synchronisiert werden. Für einen Positionsfehler von einem Meter darf die Abweichung von der Synchronisation höchstens $4 \cdot 10^{-9}$ s (vier Nanosekunden) betragen. Dies ist möglich, da der relative Fehler beim Gang der Atomuhren kleiner als 10^{-13} ist. Diese Genauigkeit macht es verständlich, warum Effekte der Relativitätstheorie berücksichtigt werden müssen. Eine bewegte Uhr geht bezüglich einer ruhenden Uhr langsamer, (siehe Kap. 2.1, insbesondere Gleichung [11]).

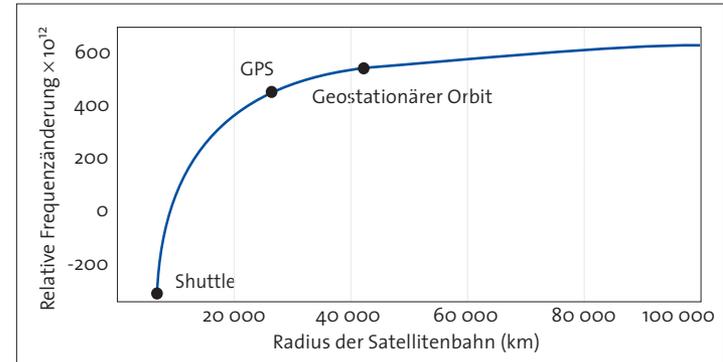


Abb. 32: Relativistische Frequenzänderung (Änderung des Uhrengangs) in Abhängigkeit vom Radius der Satellitenbahn.

Hingegen geht eine Uhr, die sich im Gravitationsfeld oberhalb einer anderen Uhr befindet, gegenüber dieser schneller (siehe Kap. 2.2 und insbesondere Gleichung [13]). Beim GPS müssen beide Effekte berücksichtigt werden. In Abb. 32 ist die relative Frequenzänderung einer Atomuhr bezüglich einer festen Uhr auf dem Erdboden in Abhängigkeit vom Radius der Bahnorbits aufgetragen, wobei angenommen ist, dass es sich um eine Kreisbahn handelt.

Man erkennt, dass für ein Shuttle, das sich auf einer niedrigen Umlaufbahn bewegt, der Geschwindigkeitseffekt der Speziellen Relativitätstheorie dominiert: Die Uhr im Shuttle geht gegenüber der Erduhr langsamer. Gravitativer Effekt und Geschwindigkeitseffekt halten sich bei einer Höhe von 9550 km die Waage. Für die GPS-Satelliten überwiegt also die gravitative Änderung des Uhrengangs.

Gravitationslinsen

Einer der klassischen Tests der Allgemeinen Relativitätstheorie betraf die Lichtablenkung am Sonnenrand, gegeben durch [17]. Diese