Vorwort

Dieses Buch ist der zweite Teil einer zweibändigen Einführung in die Höhere Mathematik. Behandelt werden die mehrdimensionale Analysis, das Riemannsche Integral im $\mathbb{R}^n$, Determinanten und Volumenberechnung, normierte Räume und Hilberträume, Eigenwerte und ihre Anwendungen, das Lebesguesche und das allgemeine Integral, die Fourieranalyse, Differentialgleichungen und die Stochastik. Beide Teile zusammen decken eine viersemestrige mathematische Grundausbildung ab, wie sie etwa den Studierenden der Fachrichtung Wirtschaftsingenieurwesen an der Universität Karlsruhe (TH) vermittelt wird. Das Buch ist aber gleichermaßen für Studierende aller Studiengänge geeignet, für die eine fundierte, systematische und nachhaltige mathematische Ausbildung, sei es in Diplom– oder Bachelor–Studiengängen, integraler Bestandteil des Studiums ist. Dazu gehören viele naturwissenschaftlich–technische Studiengänge (Ingenieurwesen, Physik, Chemie), die Informatik sowie die Wirtschafts– und die Technomathematik. Selbst Studierende der Mathematik sollten das Buch mit Gewinn lesen.

Es zeigt sich immer deutlicher, dass die Mathematik eine Schlüsselrolle für die Weiterentwicklung sowohl der Natur– als auch der Ingenieurwissenschaften und der Informatik einnimmt und damit ein entscheidender Motor des wissenschaftlich–technologischen Fortschritts für eine sich im globalen Wettbewerb befindliche Gesellschaft darstellt. Aus diesem Grund steht wie schon in Band 1 auch in diesem Buch nicht nur die Vermittlung reines Faktenwissens im Vordergrund. Derartige, oft nur rezeptartig aufgenommene Kenntnisse tragen nicht weit. Nur mit dem zunehmenden Verständnis der zahlreichen innermathematischen Verbindungen sowie konkreter Anwendungen wird das erworbene mathematische Wissen gefestigt, lebendig und fruchtbar.

Den Beweisen der mathematischen Resultate kommt somit eine besondere Bedeutung zu. Erst ein „Begreifen“ der in den Beweisführungen zutage tretenden vielfältigen Problemlösungsstrategien erlaubt es, bekannte mathematische Verfahren sinnvoll anzuwenden oder, falls erforderlich, sogar selbständig kreativ modellbildend tätig zu werden.

Diesem Credo verpflichtet haben wir keine voneinander getrennten „Schubladen“ wie „Analysis“ und „Lineare Algebra“ aufgemacht, sondern einen integrativen, strukturierten Aufbau mit zum Teil relativ kleinen Modulen gewählt. Dem Leser sei wärmstens empfohlen, aktiv mitzuarbeiten und ab und zu auch einmal Papier und Bleistift zur Hand zu nehmen, um einige Argumentationsketten noch ausführlicher nachzuvollziehen.

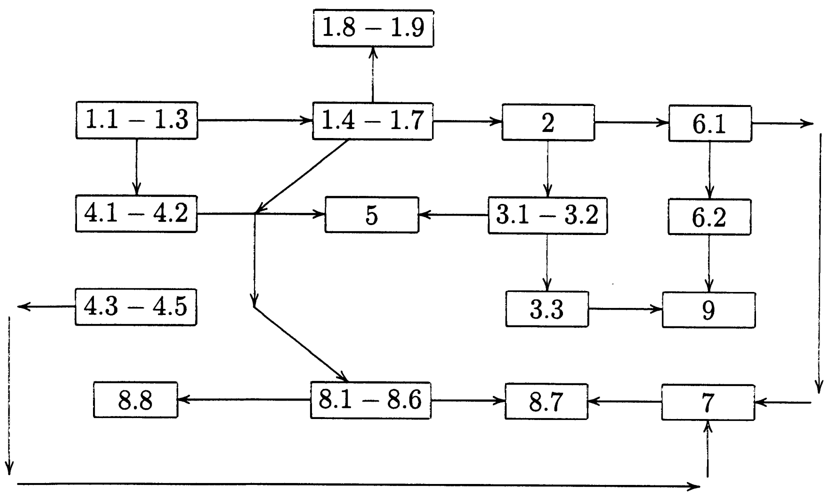
Obwohl die Darstellung im Vergleich zu rein mathematischen Lehrbüchern weniger spezialisiert und abstrakt ist, werden alle wesentlichen Beweise vollständig geführt. Abschnitte, deren Darstellung vergleichsweise kompakt und anspruchsvoll ist, wurden wie in Band 1 mit einem * gekennzeichnet. Beim Zitieren von Formeln und Sätzen aus Band 1 wird eine römische I vorangestellt. Satz I.7.20 ist also Satz 7.20 aus Band I, und Formel (7.10) aus Band I wird zu Formel (I.7.10). Analog verfahren wir mit Kapiteln, Abschnitten und Unterabschnitten.

Zur Unterstützung des Selbststudiums wurden zahlreiche Beispiele, Abbildungen und Lernzielkontrollen aufgenommen. Für begleitende Übungsaufgaben sowie weitere Informationen und Hilfen steht unter der Webadresse

http://mspcdip.mathematik.uni-karlsruhe.de/~online

ein Online–Service zum Buch zur Verfügung.

Der folgende Graph verdeutlicht die wesentlichen Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Kapiteln bzw. Abschnitten. Um etwa das Kapitel 2 lesen zu können, sind Vorkenntnisse aus den Abschnitten 1.1–1.7 erforderlich.



Hinweise für Dozentinnen und Dozenten:

Auch dieser zweite Band enthält mehr Stoff, als in zwei Semestern in jeweils vierstündigen Vorlesungen behandelt werden kann. Da die Kapitel nicht streng linear aufgebaut sind, gibt es verschiedene Möglichkeiten des Kürzens. Mit lediglich einer Ausnahme (Transformationssatz der mehrdimensionalen Integration) werden alle wichtigen Resultate bewiesen.

Kapitel 1 behandelt die mehrdimensionale Analysis. Im Mit
Taylorentwicklung und der Satz über implizite Funktionen s
auf Maximierungsaufgaben mit und ohne Nebenbedingungen.

In Kapitel 2 wird das aus Band 1 vertraute Riemann–Inte
Weise auf den mehrdimensionalen Fall übertragen. Die Theor
Inhalts wird ausführlich dargelegt und kann bei Bedarf gekür

Ausgehend von (signierten) Volumina werden im dritten K
ten(formen) als multilineare Abbildungen eingeführt. Die be
geln ergeben sich damit zwangsläufig. (Sie könnten bei Bedarf
ersten beiden Semestern eingeführt werden.) Die allgemeine T
mel für Integrale wird nur im Fall linearer Transformationen
Dieses Vorgehen liefert aber den Schlüssel zum strengen Bew
Resultats. Üblicherweise muss man sich in Vorlesungen auf
(geometrischen) Heuristik und die wichtigen Anwendungen (w
Zylinderkoordinaten) beschränken.

Kapitel 4 gibt eine Einführung in die Theorie der (normier
Dazu werden zunächst die komplexen Zahlen eingeführt und de
der Algebra (analytisch) bewiesen. Zentrale Resultate sind der
verwendete) Banachsche Fixpunktsatz sowie die allgemeinen

In Kapitel 5 wird dann die lineare Algebra weiter ausgebaut
hen Theorie und Anwendungen der Eigenwerte linearer Selbs
(reellen oder komplexen) endlichdimensionalen Vektorraumes.

In Kapitel 6 wird zunächst das Lebesguesche Integral in
(Unter– und Obersummen bzgl. unendlicher Partitionen) ein
wichtigsten Eigenschaften diskutiert. Einige Sätze werden er
schnitt im Rahmen der allgemeinen Maß– und Integrationsthe

Gegenstand von Kapitel 7 sind die Fourierreihen periodischer
die Fourier–Transformation integrierbarer Funktionen. Die Leb
tionstheorie gestattet es, alle Resultate vollständig zu beweis
Riemannsche Integralbegriff zur Verfügung stehen, können die
der Fourierreihen immer noch vermittelt werden. Die Behand
Transformation geschieht ohne Verwendung funktionalanalytisc
etwa Distributionen.

Kapitel 8 gibt eine eher knapp gehaltene Einführung in Theo
und Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen. Nach der
meiner Differentialgleichungen sowie dem Existenz– und Eind
Picard–Lindelöf werden vor allem lineare Differentialgleichung

Im abschließenden Kapitel zur Stochastik stehen zunächst d
chastischen Unabhängigkeit sowie Zufallsvariablen und ihre Ve
dergrund. Hierzu muss die in Abschnitt 6.2 entwickelte Maßthe
stehen. Das Gesetz der großen Zahlen wird in seiner schwachen

Der Zentrale Grenzwertsatz wird ohne Verwendung charakteristischer Funktionen mit einer auf Lindeberg zurückgehenden Methode bewiesen. Das Kapitel schließt mit der Herleitung und Diskussion der Black–Scholes–Formel der Finanzmathematik.

Danksagung:
Wir möchten uns bei allen bedanken, die zur Entstehung dieses Buches beigetragen haben. Die Herren Dr. Martin Folkers und Priv.-Doz. Dr. Manfred Krtscha haben das Projekt von Anfang an mit wohlwollender Kritik und großem Sachverstand begleitet. Herr Dipl.-Math. oec. Volker Baumstark, Herr Dipl.-Math. Matthias Heveling, Frau Dipl.-Math. Gabriela Grüninger, Herr Dr. Bernhard Klar, Herr Dipl.-Math. Sebastian Müller, Herr Priv.-Doz. Dr. Wolfgang Stummer und Frau Michaela Taßler lasen Teile des Manuskriptes und machten unzählige Verbesserungsvorschläge. Herr Philipp Koziol hat das vollständige Manuskript sehr aufmerksam und mit viel Geduld gelesen und aus studentischer Sicht manch wertvollen Hinweis gegeben. Unser Dank gilt auch Frau Schmickler–Hirzebruch und Frau Rußkamp vom Vieweg Verlag für die bewährte vertrauensvolle Zusammenarbeit. Schließlich möchten wir uns bei unseren Familien bedanken, ohne deren Unterstützung dieses Buch nicht hätte entstehen können.

Karlsruhe, im Oktober 2004 Norbert Henze, Günter Last