

## Vorwort

Seit Erscheinen meines Buches „Lineare Operatoren in Hilberträumen“ [38] im Jahre 1976 und dessen englischer Übersetzung [39] im Jahre 1980 haben mich viele freundliche Stellungnahmen erreicht. Häufig wurde aber auch bedauert, daß die Anwendungen auf Differentialoperatoren der Quantenmechanik und auf die Streutheorie aus Gründen des Umfangs nur sehr unbefriedigend behandelt werden konnten. Dieser Mangel soll jetzt behoben werden. Dazu ist allerdings die Verteilung des Stoffes auf zwei Bände nötig geworden. Ich bin Herrn Dr. P. Spuhler vom Teubner-Verlag sehr dankbar dafür, daß er diesen Plan von Anfang an unterstützte.

Der vorliegende erste Teil soll die Grundlagen der Theorie darstellen; Anwendungen treten hier nur in Form von illustrativen Beispielen auf. Dabei hat es sich als nützlich erwiesen, sich nicht von Anfang an auf Hilberträume zu beschränken, sondern, soweit dies die Darstellung nicht zu sehr belastet, auch allgemeinere normierte oder Banachräume zu betrachten. Dieser erste Band sollte deshalb eine für Mathematiker und Physiker nützliche Einführung in die Grundlagen der Funktionalanalysis und der Hilbertraumtheorie bieten, die auch zum Selbststudium geeignet ist. Als Voraussetzung zur Lektüre sollte dabei der Stoff der üblichen Anfängervorlesungen für Mathematiker oder Physiker und einige Kenntnisse aus der Funktionentheorie und der Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen genügen. Eine für diese Zwecke geeignete vollständige Einführung in die Lebesguesche Integration wird in Anhang A gegeben.

Der geplante zweite Teil wird dann Anwendungen auf die gewöhnlichen und partiellen Differentialoperatoren der Quantenmechanik einschließlich einer Einführung in die Streutheorie enthalten. Insbesondere soll — wie von vielen Freunden längst angemahnt — die Spektraltheorie der Sturm-Liouville-Operatoren (und verwandter Operatoren) vollständig dargestellt werden.

Im Zentrum dieses ersten Teils steht der Spektralsatz und der Spektraldarstellungssatz für (im allgemeinen unbeschränkte) selbstadjungierte Operatoren und der zugehörige Funktionalkalkül (Kapitel 8). Zuvor werden in Kapitel 1 normierte Räume, Banachräume, Prähilberträume und Hilberträume

eingeführt und ihre grundlegenden topologischen und geometrischen Eigenschaften untersucht. In Kapitel 2 werden beschränkte und unbeschränkte lineare Funktionale und Operatoren in diesen Räumen studiert; der Satz von der gleichmäßigen Beschränktheit steht hier im Zentrum; neben dem konjugierten bzw. adjungierten Operator sind die starke und schwache Konvergenz zentrale und für die weiteren Untersuchungen wesentliche Begriffe. Eine eingehende Behandlung kompakter Operatoren schließt sich in Kapitel 3 an. Abgeschlossene Operatoren und die allgemeine Spektraltheorie dieser Operatoren finden sich in Kapitel 4 und 5. Neben den zahlreichen Beispielen im Text und in den Übungsaufgaben werden in Kapitel 6 einige zentrale Klassen linearer Operatoren ausführlich beschrieben, während in Kapitel 7 die Verbindung zur Quantenmechanik hergestellt wird; hier wird insbesondere deutlich, warum im folgenden selbstadjungierte Operatoren eine so wichtige Rolle spielen.

Die zentralen Teile des Buches sind die Kapitel 8 bis 10, in denen die Spektraltheorie selbstadjungierter Operatoren, die Störungstheorie selbstadjungierter Operatoren und die von Neumannsche Fortsetzungstheorie symmetrischer Operatoren ausführlich behandelt werden. Schließlich findet sich in Kapitel 10 eine breite Darstellung der Theorie der Fouriertransformation und der partiellen Differentialoperatoren in  $L^2(\mathbb{R}^m)$  mit konstanten Koeffizienten.

Ich danke all denen, die zum Gelingen dieses Buches beigetragen haben: Zunächst den Hörern meiner Vorlesungen zu diesen Themen, die mich zum Teil durch hartnäckiges Nachfragen dazu gezwungen haben, Beweisschritte noch klarer herauszuarbeiten und durch Beispiele zu motivieren. Frau J. Habash hat mit bewundernswerter Geduld nicht nur ein schwer lesbares Manuskript, sondern auch meine nicht endenden Korrekturen in den Computer übertragen. Die Herren S. Schanbacher und D. Lenz haben den gesamten Text gründlich gelesen und durch Ihre Korrekturen und Nachfragen zu vielen Verbesserungen beigetragen. Schließlich danke ich Herrn Dr. P. Spuhler für die Ermutigung zu diesem Buch und die Geduld, mit der er die Fertigstellung abgewartet hat.

Frankfurt am Main, im September 2000

Joachim Weidmann