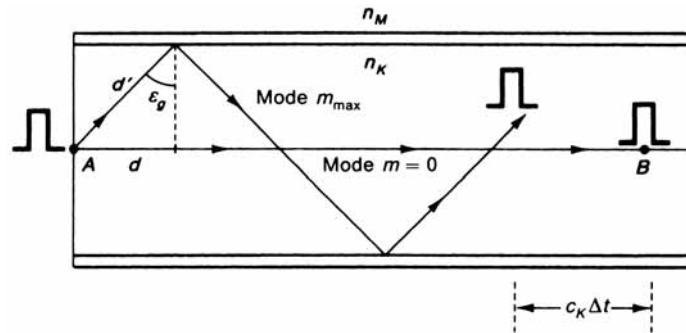


Faseroptik



Einleitung

Die Lichtleitung durch ein transparentes Medium hatte sich schon bei Laseranwendungen als sehr wichtig erwiesen, sie ist in der Telekommunikation und Lasermedizin fast unerlässlich. In einem nichtabsorbierenden zylindrischen Stab, beispielsweise in Form einer Glasfaser, dessen Brechzahl größer als die des umgebenden Mediums ist, kann das eingekoppelte Licht aufgrund der Totalreflexion zum anderen Ende weitergeleitet werden. Eine genaue Behandlung der Faseroptik muss die Wellenausbreitung in einer Faser mit Hilfe der Maxwellgleichungen – unter Beachtung der Randbedingungen an der Kern-Mantel-Grenzfläche – untersuchen. Hier wird ein einfacheres und anschaulicheres Verfahren verwendet, das die Strahlenoptik benutzt und diese durch Wellenaspekte, wie Phase und Interferenz, ergänzt. Wir diskutieren die Ausbreitungsmoden des Lichtwellenleiters und geben die Übertragungskapazität von Multi- und Monomodefasern an. Die Elemente der GRIN-Optik und einige Anwendungen werden erläutert. Zum Schluss wird der Richtkoppler behandelt, ein wichtiges Bauelement zur Strahlenteilung und Lichtmodulation.

24.1 Anwendungen

Die einfachste Anwendung von Lichtfasern – sei es einzeln oder als Faserbündel – liegt beim *Lichtleiter* vor. So lässt sich z.B. Licht durch ein flexibles Bündel aus einer Vakuumkammer nach außen leiten, wo es einfacher analysiert werden kann. Das Bündel kann auch ohne weiteres in mehrere Einzelbündel aufgeteilt werden, so dass man auf einfache Weise einen Strahlenteiler erhält. Bei solchen Anwendungen ohne optische Abbildung, können die Einzelfasern willkürlich über den Querschnitt des Lichtkabels verteilt sein. Der lichtführende *Faserkern* muss jedoch von einem *Fasermantel* kleinerer Brechzahl umhüllt sein, um das Licht in der jeweiligen Einzelfaser führen zu können. Bei der Bildübertragung müssen natürlich die Bildkoordinaten am Ein- und Ausgang entsprechend der Abbildungsvorschrift verknüpft sein, weshalb man die Fasern an den Enden verschweißt. Im *Faserendoskop*, das z.B. in der Medizin bei Magenspiegelungen eingesetzt wird, hat man zwei konzentrische Faserbündel, das äußere dient zur Beleuchtung, auf das innere wird das zu untersuchende Objekt mit einem Objektiv abgebildet und am anderen Ende mit einem Okular betrachtet (Interessanterweise fungieren auch die Stäbchen und Zapfen des menschlichen Auges als Lichtleiter).

Bei 1:1-Übertragung spricht man von *Faserplatten* (mit über 10^6 Fasern), durch Veränderung des Querschnitts der Einzelfasern zu Faserkegeln (taper) lassen sich Bilder vergrößern oder verkleinern. Anwendungen sind die Ankopplung (z.B. an CCDs) und Betrachtung von Szintillations-Bildschirmen (in der Röntgendiagnostik) oder der Ausgleich der Bildfeldwölbung von Kathodenstrahlröhren zur direkten Kontaktbelichtung von Filmen.

Nach dem Abtasttheorem ist der kleinste Objektabstand Δx , der mit einem Faserbündel aufgelöst werden kann, gleich dem doppelten Faserdurchmesser $2d$. Damit erhält man dann für das *Auflösungsvermögen* $A (= 1/\Delta x = 1/(2d))$ eines Faserbündels die reduzierte Größengleichung:

| |
|---|
| $\text{Auflösungsvermögen Faserbündel} \qquad \frac{A}{\text{LP/mm}} = \frac{500}{d/\mu\text{m}} \qquad (24.1)$ |
|---|

Mit Fasern des Durchmessers $d = 5 \text{ mm}$ lässt sich dann also ein Auflösungsvermögen von 100 LP/mm (LP = Linienpaare) erzielen.

Die Faseroptik hat die Nachrichtenübertragung revolutioniert und dort ihre wichtigste Anwendung gefunden. Die hier verwendeten Fasern bezeichnet man im Unterschied zu den *Lichtleitern* der Beleuchtungstechnik als *Lichtwellenleiter* (*LWL*).

24.2 Optische Übertragungssysteme

Die Vorteile der optischen Übertragung von Sprach- und Videosignalen sowie sonstiger Daten haben wesentlich zu der schnellen Entwicklung der Faseroptik

beigetragen. Gegenüber den konventionellen Zweidraht-, Koaxial- oder Hohlleitersystemen, die zur Übertragung von elektromagnetischen Wellen bis in den Mikrowellenbereich einsetzbar sind, lässt sich eine Steigerung der Übertragungsrate um viele Größenordnungen erzielen. Dies erklärt sich daraus, dass die Übertragungskapazität einer Trägerwelle direkt mit der nutzbaren Frequenzbandbreite anwächst. Zusätzlich haben LWL gegenüber metallischen Leitungssystemen den Vorteil des geringeren Gewichts und der kleineren Dämpfung, der Unempfindlichkeit gegen elektromagnetische Störungen, des Wegfalls der elektrischen Isolierung und des geringen Übersprechens, was eine sichere Datenübertragung gewährleistet.

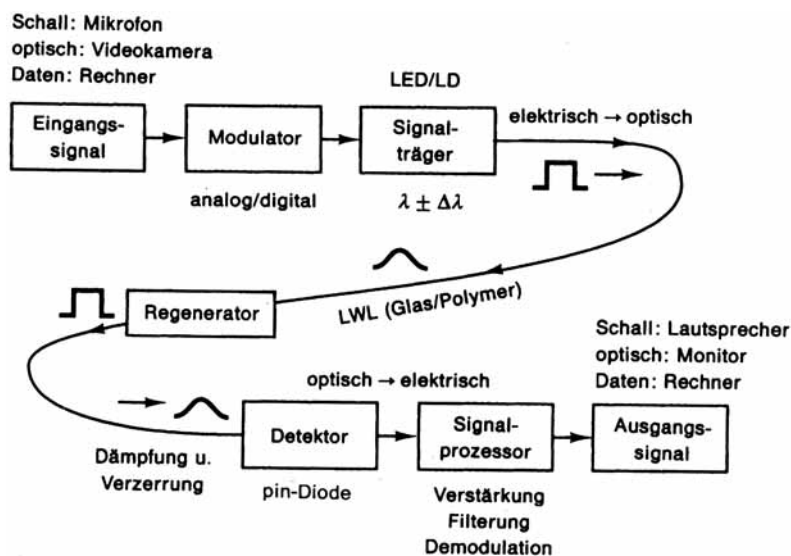


Abb. 24.1. Prinzip einer faseroptischen Übertragungsstrecke mit Signaleingang und -ausgang, Signalwandlern, LWL sowie Sendern (Leuchtdiode LED oder Laserdiode LD) und Empfängern ((pin-)Fotodiode oder Lawinenfotodiode (APD))

In Abb. 24.1 ist ein Überblick über die wesentlichen Komponenten und Prozesse eines faseroptischen Übertragungssystems wiedergegeben. An der Eingangsseite wird das im Allgemeinen elektrische Eingangssignal in ein optisches umgeformt, das die Faser als *optischen Wellenleiter* mit möglichst geringer Verzerrung und Dämpfung – meist mit einer Verstärkung und Formung der Signalwelle über Regeneratoren – durchläuft und am Ausgang wieder in elektrische Signale überführt wird. Die Nachrichtenquelle kann akustische oder visuelle Analogsignale aussenden, die über Mikrofon oder Videokamera in elektrische Analogsignale transformiert werden, oder – wie bei einem Rechner – direkt digitale Pulse aus-

senden. Analog- und Digitaldaten lassen sich immer ineinander umwandeln, so dass – unabhängig von der Natur des Eingangssignals – reine Analog- oder Digitalübertragung möglich ist.

Bei der konventionellen Nachrichtenübertragung mit Radio- und Mikrowellen wird bekanntlich eine monofrequente *Trägerwelle* beliebig großer *Kohärenzlänge* verwendet, bei der – entsprechend der Nachricht – Amplitude, Phase oder Frequenz der *Feldstärke* mit Hilfe eines *Modulators* moduliert wird. Diese sogenannten *kohärenten Verfahren* lassen sich in der optischen Nachrichtenübertragung nicht ohne weiteres anwenden, da nur Sender endlicher Kohärenzlänge und träge *quadratische Detektoren* (Registrierung der mittleren Intensität) zur Verfügung stehen, die der Lichtfrequenz von ca. 500 THz nicht folgen können. Trotzdem ist es gelungen, die Verfahren der Hochfrequenztechnik auch für Lichtwellenleiter zu realisieren.

Bei Lichtwellenleitern verwendet man meist binäre Modulation der Feldstärke E (kohärente Verfahren) oder der Intensität I (s. Abb. 24.2), d.h. man variiert z. B. die Frequenz zwischen zwei Werten oder ebenso die Amplitude (OOK = On/Off-Keying). Bei den kohärenten Verfahren lassen sich die bekannten Nachweisverfahren der elektrischen Nachrichtentechnik (z.B. Homodyn- und Heterodyn-Detektion) mit verbessertem Signal-Rausch-Abstand verwenden. Die genaue Analyse zeigt, dass für eine Fehlerrate von 10^{-9} bei der PSK-Modulation (s. Abb. 24.2 d) mit 9 Photonen pro Bit die geringste Signalenergie erforderlich ist. Ein weiterer Fortschritt wurde mit dem *Erbium-dotierten Faserverstärker* erzielt, bei dem die Signalwelle mit Hilfe der optisch gepumpten Erbiumionen direkt optisch verstärkt werden kann. Damit können die elektrischen Regeneratoren entfallen, in denen bisher das optische Signal in ein elektrisches umgewandelt, verstärkt und wieder in ein optisches Signal umgesetzt wurde. Hiermit ließ sich das Signal-Rausch-Verhältnis – insbesondere auch bei (inkohärenter) Intensitätsmodulation – so stark verbessern, dass auf die technisch aufwändigen kohärenten Verfahren verzichtet werden kann.

Wir beschränken uns deshalb auf die Diskussion der *binären Intensitätsmodulation* (s. Abb. 24.2 b), d.h. wir untersuchen die Ausbreitung von Lichtpulsen der Dauer T auf Fasern unterschiedlicher Bauart, die Teil eines Übertragungssystems (ähnlich Abb. 24.1) sind. Die Binärpulse entstammen dem Sender, der aus einer Leuchtdiode (LED) (bei niedrigen Übertragungsraten) oder meist aus einer Laserdiode besteht; beide sind durch ihre mittlere Wellenlänge λ und Spektralbreite $\Delta\lambda$ charakterisiert, wobei die Laserdiode wegen ihrer kleineren Bandbreite vorzuziehen ist. Der Lichtpuls, hier als Rechteckpuls dargestellt, erfährt bei der Ausbreitung eine *Dämpfung* und *Verzerrung* (Verbreiterung). Die Faser kann eine *Monomodefaser* (mit kleinem Kerndurchmesser d von 4 bis $8\ \mu\text{m}$) oder *Multimodefaser* ($d \approx 50\ \mu\text{m}$) sein. Bei sehr großen Distanzen muss ein *Regenerator* (Repeater) eingefügt werden, der das Signal verstärkt und neu formt. Als Empfänger dient eine *Fotodiode* (pin-Diode oder Lawinendiode), die die optischen Signale in elektrische umformt. Diese passieren dann einen Signalprozessor

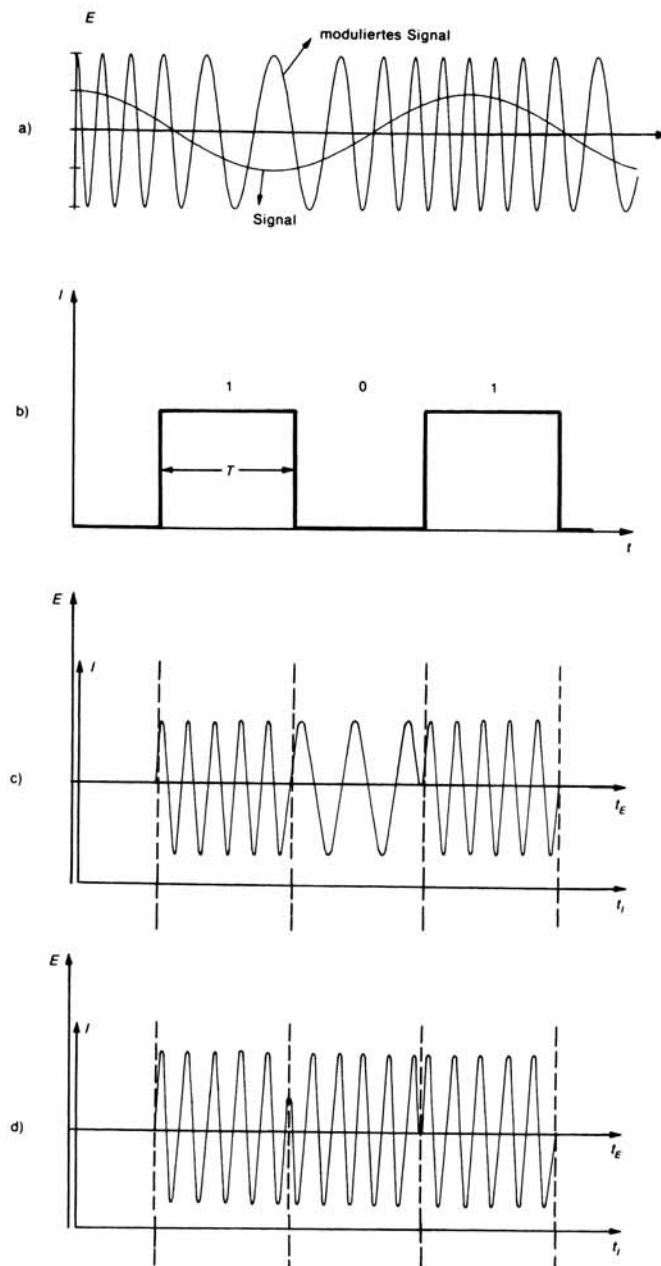


Abb. 24.2. Modulation einer Trägerwelle durch eine Signalwelle. a) Analoge Frequenzmodulation, die Frequenz des Trägersignals ist entsprechend der Signalthöhe moduliert. b) bis d) Binäre Modulation: b) der Intensität (OOK = On/Off-Keying), c) der Frequenz von Feld E und Intensität I (FSK = Frequency Shift-Keying) und d) der Phase von Feld und Intensität (PSK)

(Verstärkung, Filterung, DA-Wandlung ...) und werden schließlich über einen Lautsprecher oder ein Videogerät wiedergegeben oder in einem Rechner weiterverarbeitet.

24.3 Bandbreite und Übertragungsrate

Je komplizierter das zu übertragende Signal ist, desto größer ist der zur Charakterisierung erforderliche Frequenzbereich. Eine Stereoanlage (Frequenzbereich 0 bis ca. 20 kHz) kann ein breitbandiges Tonsignal (Musik) wesentlich originalgetreuer wiedergeben als ein Telefonsystem mit dem stark eingeschränkten Bereich von 0,3 bis 3,4 kHz. Im UKW-Bereich ist die obere Grenzfrequenz auf 15 kHz festgelegt, zu deren Übertragung man (aufgrund der Frequenzmodulation) Kanalbandbreiten bis zu 300 kHz benötigt. Beim Analog-Fernsehen beträgt die Kanalbreite für Bild und Ton 7 MHz (VHF) bzw. 8 MHz (UHF). Im VHF-Band könnten dann mit einem Träger der Frequenz 210 MHz theoretisch $210/7 = 30$ Fernsehkanäle übertragen werden, über eine Lichtwelle von $3 \cdot 10^8$ MHz ($\lambda \approx 1 \mu\text{m}$) wären es hingegen $4 \cdot 10^7$ oder 40.000.000! Durch Verwendung von Digitalverfahren (Digital-Radio und -Fernsehen) und Datenkompression lassen sich die o.g. Kanalbreiten wesentlich reduzieren. Bei der binären Pulsmodulation lässt sich eine hohe Übertragungs- oder Bitrate durch kleine Impulsbreite und geringen Impulsabstand realisieren. Um ein Analogsignal zu digitalisieren, muss man es in bestimmten Zeitabständen Δt abtasten und anschließend die Abtastwerte quantisieren. Nach dem *Abtasttheorem* (s. Kap. 25) muss die minimale Abtastrate $f_a \equiv 1/\Delta t = 2f_g$ sein, also gleich dem Doppelten der Maximal- oder Grenzfrequenz f_g . Soll mit 8 bit – also $2^8 = 256$ Stufen – quantisiert werden, so muss man zur Übertragung eines Fernsehkanals (der Bandbreite 8 MHz) 128 Mbit/s ($= 2 \cdot 8 \text{ MHz} \cdot 8 \text{ bit}$) über die Glasfaser schicken. Die maximal erzielbaren Bitraten sind durch die Arbeitsgeschwindigkeit der Modulatoren und durch Pulsverzerrungen in der Faser begrenzt.

24.4 Lichtausbreitung in Fasern

Wir wollen nun untersuchen, wie sich Licht in einem Lichtwellenleiter ausbreitet und beschränken uns – wie erwähnt – im Wesentlichen auf die geometrische Optik. Außerdem werden nur meridionale Strahlen betrachtet, die in einer Ebene durch die Mittelachse der Faser verlaufen¹. Ein Ausschnitt einer geraden Faser ist in Abb. 24.3 a wiedergegeben. Die eigentliche Faser, der *Faserkern*, hat die Kernbrechzahl n_K und ist von einem Medium (*Fasermantel*) geringerer Brechzahl

¹ Schräge Strahlen (skew rays) verlaufen auf Schraubenbahnen, die in Stufenindexfasern stückweise gerade und in GRIN-Fasern kreis- oder ellipsenförmig sind.

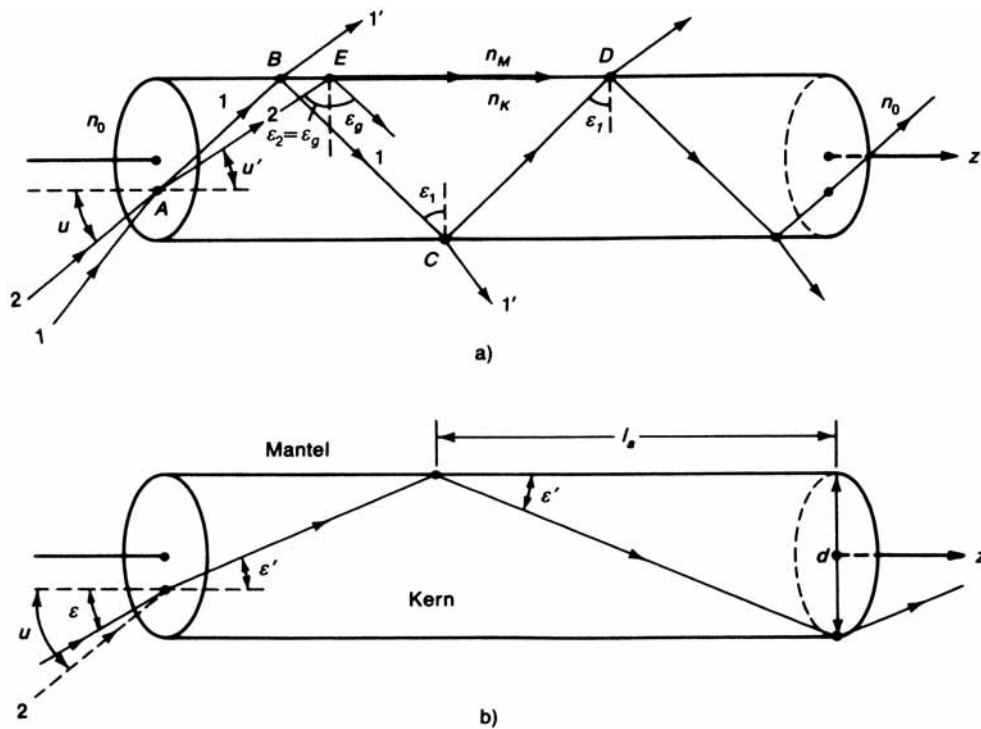


Abb. 24.3. a) Ausbreitung von Lichtstrahlen in einer optischen Faser. Strahl 2 definiert den maximalen Einfallswinkel (Akzeptanzwinkel) u auf die Stirnfläche der Faser, bei dem gerade noch Totalreflexion am Rand der Faser auftritt. b) Ausbreitung eines typischen Lichtstrahls mit $\varepsilon < u$ durch die Faser

n_M umgeben. Ein- und Austrittsöffnung befinden sich im Allgemeinen in Luft (n_0). Strahl 1 wird bei A beim Eintritt in die Faser gebrochen und trifft bei B auf die Kern-Mantel-Grenzfläche, wo er teilweise (unter Brechung) austritt bzw. reflektiert wird. Für den reflektierten (inneren Strahl) wiederholt sich der Vorgang an den Punkten C und D, der Strahl verliert an Intensität und kann vom Kern nicht geführt werden, da bei B und C der Einfallswinkel ε_1 kleiner als der Grenzwinkel ε_g der Totalreflexion (s. (20.38)) für die Kern-Mantel-Grenzfläche ist, also:

$$\varepsilon_1 < \varepsilon_g = \arcsin \frac{n_M}{n_K} \quad (24.2)$$

Strahl 2 soll unter einem Winkel u gerade so einfallen, dass bei E der Einfallswinkel ε_2 gleich dem Grenzwinkel ε_g ist und der austretende Strahl parallel zur Grenzfläche verläuft. Dann ist für Strahlen, die mit Winkeln $\varepsilon < u$ auf die Stirnfläche treffen, immer Totalreflexion gegeben und sie können sich ausschließlich (ohne Reflexionsverluste) im Faserkern ausbreiten, erfahren aber eine Dämpfung

durch Absorption und Streuung. Der Winkel u wird als *Akzeptanzwinkel* bezeichnet, es ist der halbe Öffnungswinkel des einfallenden Strahlenbündels, das sich in der Faser ausbreiten kann. Um den Zusammenhang zwischen Öffnungswinkel $2u$ und den Brechzahlen herzuleiten, wird der Verlauf von Strahl 2 verfolgt. Beim Eintritt in die Faser gilt bei A :

$$n_0 \sin u = n_K \sin u' \quad (24.3)$$

und bei E :

$$\sin \varepsilon_g = \frac{n_M}{n_K}$$

Mit $u' = 90^\circ - \varepsilon_g$, – also $\sin u' = \cos \varepsilon_g$ – und $\cos \varepsilon_g = \sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon_g}$ erhält man dann für die Faser die (s. (16.34))

| | |
|---------------------------|--|
| <i>numerische Apertur</i> | $ \begin{aligned} A_N &\equiv n_0 \sin u = n_K \cos \varepsilon_g \\ &= \sqrt{n_K^2 - n_M^2} \stackrel{4}{\approx} n_K \sqrt{2\Delta_n} \end{aligned} \quad (24.4) $ |
|---------------------------|--|

Hierbei wurde $n_K^2 - n_M^2 \approx (n_K - n_M)2n_K$ gesetzt, u ist der *Akzeptanzwinkel* und Δ_n die zur Kennzeichnung der Faser wichtige

| | |
|------------------------------------|---|
| <i>relative Brechzahldifferenz</i> | $ \Delta_n = \frac{n_K - n_M}{n_K} \quad (24.5) $ |
|------------------------------------|---|

zwischen Kern und Mantel. Bei großen numerischen Aperturen und damit Brechzahldifferenzen ergeben sich große Öffnungswinkel der einfallenden Strahlen und damit eine Erhöhung des eingekoppelten Lichtanteils. Nach Tabelle 24.1 beträgt der Öffnungswinkel bei den gebräuchlichsten Lichtwellenleitern aus Quarzglas bei $n_K = 1,48$ und $n_M = 1,46$ trotz der geringen Brechzahldifferenz noch ca. 30° .

Nach Abb. 24.3 b ist für Strahlen, die unter dem Winkel ε auf die Stirnfläche treffen, der *Abstand der Auftreffpunkte* l_a zwischen zwei Reflexionen:

$$l_a = d \cot \varepsilon' \quad (24.6)$$

wobei d der Kerndurchmesser und ε' der Brechungswinkel ist. Mit $\cot \varepsilon' = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon'}}{\sin \varepsilon'}$ und $n_K \sin \varepsilon' = n_0 \sin \varepsilon$ lässt sich dies auf die Form bringen:

| | |
|----------------------------------|---|
| <i>Auftreffpunkte im Abstand</i> | $ l_a = d \sqrt{\left(\frac{n_K}{n_0 \sin \varepsilon}\right)^2 - 1} \quad (24.7) $ |
|----------------------------------|---|

⁴ mit $n_K + n_M \approx 2n_K$.

Tabelle 24.1. Charakteristische Daten optischer Fasern

| Kern/Mantel | n_0 | n_K | n_M | Δ_n | $\varepsilon_g/\text{Grad}$ | u/Grad | A_N | $1/l_a$ in m^{-1} |
|-----------------------|-------|-------|-------|------------|-----------------------------|-----------------|-------|----------------------------|
| Glas/Luft | 1 | 1,5 | 1 | 0,33 | 41,8 | 90,0 | 1 | 8940 |
| Polymer/Polymer | 1 | 1,49 | 1,39 | 0,067 | 68,9 | 32,5 | 0,54 | 3870 |
| Glas/Polymer | 1 | 1,46 | 1,40 | 0,041 | 73,5 | 24,5 | 0,41 | 2960 |
| (Quarz)-Glas/ Glas | 1 | 1,48 | 1,46 | 0,014 | 80,6 | 14,0 | 0,24 | 1660 |

Hinweis: $1/l_a$, die Zahl der Reflexion pro m, wurde für den Faserdurchmesser $100\ \mu\text{m}$ bei maximalem Einfallswinkel $\varepsilon = u$ berechnet, $\Delta_n = \frac{n_K - n_M}{n_M}$, A_N = numerische Apertur.

Für die o.g. Quarzglasfaser (mit $n_K = 1,48$, $n_M = 1,46$) gilt bei $100\ \mu\text{m}$ Durchmesser $l_a \approx 600\ \mu\text{m}$, damit treten pro Meter Faserlänge etwa $1/l_a = 1650$ Reflexionen auf (s. Tab. 24.1). Ihre Zahl steigt mit der Brechzahldifferenz weiter an. Bei so vielen Reflexionen muss dann aber die Bedingung für Totalreflexion entlang der ganzen Faser exakt eingehalten werden; Kratzer, Rauigkeit und Verunreinigungen der Grenzfläche sowie starke Biegung der Faser erhöhen die Verluste. Würde bei jeder Reflexion nur 0,1% des Lichtes verloren gehen, so würde dies die Intensität auf 1 m Faserlänge bereits auf $(0,999)^{1650} \approx 1/5$ ($\hat{=}$ -7 dB Abnahme) verringern. Auch deshalb muss die optische Qualität der reflektierenden Grenzfläche durch die Umkleidung der Faser mit einem *Mantel* kleinerer Brechzahl sichergestellt werden. Da es sich bei der Totalreflexion um einen Wellenvorgang handelt, tritt in dem optisch dünneren Medium eine quergedämpfte evaneszente Welle (s. Kap. 20.5) auf, so dass Wellen nicht nur bei direkter Berührung der Kerne, sondern auch bei nicht ausreichender Manteldicke von einer Faser in die andere tunneln können. Das Material des Mantels muss dem des Kerns, insbesondere auch in Bezug auf den thermischen Ausdehnungskoeffizienten, gut angepasst sein. Bei Quarzglas kommt daher nur ein Mantel aus demselben Material in Frage. Der Unterschied der Brechzahlen wird durch Dotierung des Kerns mit GeO_2 (Brechzahlerhöhung) oder (seltener) des Mantels, z.B. mit B_2O_3 (Brechzahlabnahme), erzeugt.

Die obigen Überlegungen bezogen sich auf *Stufenindexfasern*, bei denen der Kern eine ortsunabhängige Brechzahl n_K aufweist, die sich nur an der Kern-Mantel-Grenzfläche stufenartig ändert. Bei *Gradientenindexfasern* nimmt die Kernbrechzahl in radialer Richtung kontinuierlich ab.

24.5 Erlaubte Moden

Nicht jeder Strahl, der innerhalb des erlaubten Öffnungskegels auf die Faser trifft, ist auch ausbreitungsfähig; nur bestimmte Strahlungsrichtungen oder *Moden* sind erlaubt. Zum Verständnis betrachten wir in Abb. 24.4 einen symmetrischen *planaren* oder *Schicht-Wellenleiter*⁵, eine unendlich ausgedehnte dünne Platte (statt eines Zylinders) der Dicke d , die oben und unten von einem Mantel gleicher (symmetrisch!) Brechzahl begrenzt wird. Wir vergleichen in Abb. 24.4 eine schräg von unten einfallende ebene Welle mit einer Welle im Leiter. Bei einer freien Welle stimmen die Phasen aller Punkte der Wellenfront $C'A'$ überein. Dementsprechend können sich auch im Leiter nur Wellen ausbreiten, bei denen

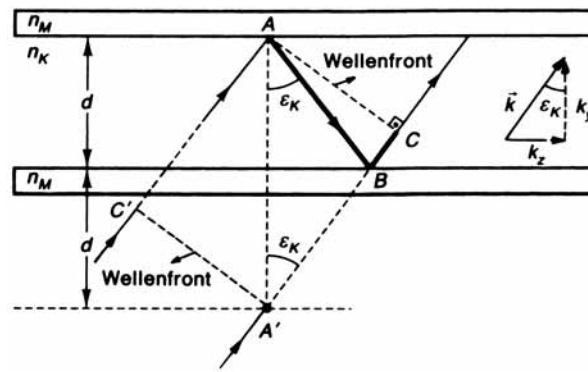


Abb. 24.4. Ausschnitt aus einem Schichtwellenleiter. Strahlen werden an der Kern-Mantel-Grenzfläche mehrfach reflektiert. Erlaubte Moden entstehen bei konstruktiver Interferenz der Teilstrahlen

die Phasen auf der Wellenfront AC übereinstimmen. Da sich diese Welle aber aus einfallenden und reflektierten Wellen zusammensetzt, wird diese Bedingung nur dann erfüllt, wenn sich die Phasen eines Strahles, der bei A einfällt und eines bei C – nach zweimaliger Reflexion – in die gleiche Richtung laufenden Strahles um ganzzahlige Vielfache von 2π unterscheiden. Die Untersuchung weiterer Teilstrahlen zeigt, dass dann alle Punkte der Wellenfront gleichphasig schwingen. Wir hatten gesehen (s. Kap. 20.3), dass bei der Totalreflexion die reflektierte Welle um eine vom Einfallswinkel abhängige Phasenverschiebung Φ_r *voreilt*. Der Phasenunterschied der Teilstrahlen in C und A folgt aus der Differenz Δ der optischen Wege und $2\Phi_r$; hiermit erhalten wir als Bedingung für konstruktive Interferenz

⁵ Auch als Filmwellenleiter bezeichnet.

$$\frac{2\pi}{\lambda} \Delta - 2\Phi_r = m 2\pi \quad (24.8)$$

mit der *Modenzahl* $m = 0, 1, 2, \dots$ und der Vakuumwellenlänge λ . Mit Hilfe von Abb. 24.4 und Dreieck ACA' folgt für den Gangunterschied

$$\Delta = n_K (AB + BC) = n_K (A'B + BC) = 2n_K d \cos \varepsilon_K$$

so dass die *erlaubten Einfallswinkel* ε_{Km} auf die Kern-Mantel-Fläche und zugehörigen Modenzahlen m durch die transzendente

| | |
|---------------------------|--|
| <i>Eigenwertgleichung</i> | $\frac{2n_K d \cos \varepsilon_{Km}}{\lambda} = m + \frac{\Phi_r}{\pi} \quad (24.9)$ |
|---------------------------|--|

bestimmt sind. Bei *Multimodefasern* (mit $m \gg 1$) ist auf der rechten Seite Φ_r/π mit dem Maximalwert 1 gegenüber m vernachlässigbar; damit entsteht eine einfache Zuordnung zwischen Modenzahl m und zugehörigem Einfallswinkel ε_{Km} :

$$m \approx \frac{2n_K d \cos \varepsilon_{Km}}{\lambda} \quad (24.10)$$

Gleichung (24.10) hat eine einfache anschauliche Interpretation:

$\frac{\lambda}{n_K \cos \varepsilon_K} \equiv \lambda_y$ ist die der y -Komponente $k_y = k \cos \varepsilon_K$ des Wellenvektors (s. Abb. 24.4) entsprechende Wellenlänge in y -Richtung. Gleichung (24.10) lässt sich dann in der Form schreiben:

$$d = m \frac{\lambda_{ym}}{2} \quad (24.11)$$

Erlaubte Moden erfüllen damit gerade die Bedingung für *stehende Wellen* in y -Richtung. In Schichtwellenleitern liegt damit der in Kap. 9.6 diskutierte Fall der Interferenz schräglauferender Wellen vor. In z -Richtung bilden sich laufende Wellen aus, in y -Richtung hingegen stehende Wellen, deren Wellenlänge durch Leiterdicke und Modenzahl bestimmt wird.

Nach (24.10) entsprechen niedrigen Modenzahlen große Einfallswinkel $\varepsilon_K \rightarrow 90^\circ$, also Strahlen, die sich (annähernd) parallel zur Achse ausbreiten. Die maximale Ordnungszahl m_{\max} tritt unter dem kleinstmöglichen Einfallswinkel, dem Grenzwinkel der Totalreflexion ε_g , auf. Sie ist nach (24.10) und (24.4):

$$m_{\max} \approx \frac{2n_K d \cos \varepsilon_g}{\lambda} = \frac{2d}{\lambda} A_N \quad (24.12)$$

Bei Berücksichtigung der niedrigsten Mode mit $m = 0$ erhält man für die *Gesamtzahl* N_1 der Moden

$$N_1 = m_{\max} + 1 \approx \frac{2d}{\lambda} A_N + 1 = \frac{2d}{\lambda} \sqrt{n_K^2 - n_M^2} + 1 \quad (24.13)$$

Da eine Wellenausbreitung unter zwei unabhängigen zueinander senkrechten Polarisierungen erfolgen kann, ist die Modenzahl nach (24.13) zu verdoppeln. Bei sehr dünnen Fasern und/oder großen Wellenlängen ist nur eine Mode ausbreitungsfähig, man erhält eine *Monomodefaser* mit $m = 0$. Eine Faser ist einmodig, solange der Einfallswinkel ε_{K1} für die 2. Mode ($m = 1$) kleiner als der Grenzwinkel der Totalreflexion ist. Im Grenzfall gilt $\varepsilon_{K1} = \varepsilon_g$. Da für diesen Fall die Phasenverschiebung bei Reflexion gerade verschwindet, d.h. $\Phi_r = 0$ (s. Abb. 20.6), gilt nach (24.9) mit (24.4) die

$$\text{Monomoden-Bedingung} \quad \frac{2n_K d}{\lambda} \cos \varepsilon_g = \frac{2d \sqrt{n_K^2 - n_M^2}}{\lambda} < 1 \quad (24.14)$$

Ausgehend hiervon führt man zur Kennzeichnung eines Wellenleiters den

$$\text{V-Parameter} \quad V = \pi d \frac{\sqrt{n_K^2 - n_M^2}}{\lambda} = \frac{\pi d}{\lambda} A_N \quad (24.15)$$

ein. Nach (24.14) kann man also sicher sein, dass für $V < \pi/2$ nur die erste Mode auftreten kann und ein Monomode-Schichtwellenleiter vorliegt. Beim Übergang zu einer *zylindrischen Faser* vom Durchmesser d wird der entsprechende V - oder *Faserparameter* ebenfalls durch (24.15) definiert. Die Bedingung für die Existenz der Grundmode ergibt sich hier als erste Nullstelle der Bessel-Funktion 0. Ordnung $J_0(V)$ bei $V_{01} = 2,405$. Damit erhält man für den Faserparameter der Grundmode die

$$\text{Einwelligkeitsgrenze} \quad V_0 = \frac{\pi d}{\lambda} A_N = \pi d \frac{\sqrt{n_K^2 - n_M^2}}{\lambda} < V_{01} = 2,4 \quad (24.16)$$

Die Erfüllung dieser Bedingung reicht für die praktische Realisierung einer Monomodefaser nicht aus, da sich die evaneszente Welle bei kleinen V -Werten (also z.B. sehr dünne Faser) zu weit in den Mantel ausbreitet und die Welle dann nicht mehr ausreichend vom Kern geführt wird. Man kommt zu der *Ausbreitungsbedingung* $V_0 \geq 1$, so dass für eine zylindrische Monomodefaser insgesamt $1 < V_0 < 2,4$ erfüllt sein muss.

Die Eigenschaften von LWL mit kleinen V -Parametern werden entscheidend von den evaneszenten Wellen bestimmt, die mit dem hier diskutierten Strahlenmodell, das die Welleneigenschaften nur über die Interferenzbedingung (24.8) erfasst, nicht genau beschrieben werden. Abb. 24.5 a zeigt eine Momentaufnahme des Verlaufs des Feldstärkequadrats E^2 – im Wesentlichen der zeitabhängigen Intensität – für die 3. Mode (mit $m = 2$) eines Schichtwellenleiters mit dem Parameterwert $V = 9$; man sieht, dass sich die evaneszenten Wellen bis in den Mantel hinein erstrecken, also kein abrupter Abfall der Strahlintensität an der

Grenzfläche auftritt. Dies wird in Abb. 24.5 b besonders deutlich, wo die \hat{E}^2 -Verteilung für Monomodeleiter mit $V = 1$ und $V = \pi/2$ dargestellt ist. Die Schicht mit $V = 1$ transportiert die Lichtenergie überwiegend im Mantel, und selbst bei dem Grenzwert $V = \pi/2$ ist nur etwa 2/3 der Energie im Kern konzentriert. Wir können mithin erwarten, dass der Fasermantel die Lichtausbreitung wesentlich beeinflusst.

Mit dem V -Parameter kann die *Modenzahl* N der Zylinderfaser angegeben werden als ⁶:

| | | |
|------------------------------------|---------------------------|---------|
| <i>Modenzahl der Zylinderfaser</i> | $N = \frac{4}{\pi^2} V^2$ | (24.17) |
|------------------------------------|---------------------------|---------|

Beim Vergleich mit (24.13) sieht man, dass hier im Wesentlichen $N = N_1^2$ gilt, die Quadrierung berücksichtigt die Zweidimensionalität, der geänderte Zahlenfaktor die Zylindersymmetrie.

Beispiel 24.1

Stufenindexfaser

Untersuchen Sie Stufenindexfasern mit der Kernbrechzahl $n_K = 1,46$ und $\Delta_{n1} = 0,01$ und $\Delta_{n2} = \Delta_{n1}/4$. Berechnen Sie numerische Apertur, maximalen Akzeptanzwinkel und Brechzahl des Mantels. Ermitteln Sie die zugehörigen Kerndurchmesser von Monomodefasern, die bei $\lambda = 1,3 \mu\text{m}$ arbeiten. Geben Sie weiterhin die Modenzahlen von Multimodefasern mit $100 \mu\text{m}$ Kern-Durchmesser an. Welche Modenzahl würde sich für eine $100 \mu\text{m}$ -Faser mit dem „Mantel“ Luft ergeben?

Lösung

Nach (24.4) ist $A_{N1} = n_K \sqrt{2\Delta_{n1}} = 1,46 \sqrt{0,02} = 0,206 = 2A_{N2}$, damit wird $u_1 = \arcsin A_{N1} = 11,9^\circ$ und $u_2 \approx u_1/2 = 5,93^\circ$. Aus $\Delta_n = \frac{n_K - n_M}{n_K}$ folgt für die Mantelbrechzahl $n_M = n_K (1 - \Delta_n)$ und somit $n_{M1} = 1,445$ und $n_{M2} = 1,456$. Wählen wir einen V -Parameter von $V_0 = 2$, so gilt $d_1 = \frac{2\lambda_0}{\pi A_N} = 4 \mu\text{m} \approx \frac{d_2}{2}$, also $d_2 = 8 \mu\text{m}$.

Zum Vergleich: Die viel verwendete LEAF-Faser von Corning hat $A_N = 0,14$. Für eine Faser mit $100 \mu\text{m}$ Durchmesser wird

$V_1 = \pi \cdot 100 \mu\text{m} \cdot A_{N1} / 1,3 \mu\text{m} \approx 50 \approx 2V_2$ und die Modenzahl

$N_1 = \frac{4}{\pi^2} V_1^2 \approx 1000$ sowie $N_2 \approx 250$. Für Luft ist $A_{NL} = 1$. Hieraus folgt $V_L = 242$ und $N_L = 23\,700$.

24.6 Dämpfung

Die in der realen Faser geführte Welle wird stets gedämpft; hierbei unterscheidet man zwischen *extrinsischen* und *intrinsischen Verlusten*. Extrinsische Dämpfungen sind bedingt durch Inhomogenitäten der Faser, wie z.B. Schwankung der

⁶ Saleh und Teich: *Fundamentals of Photonics*.

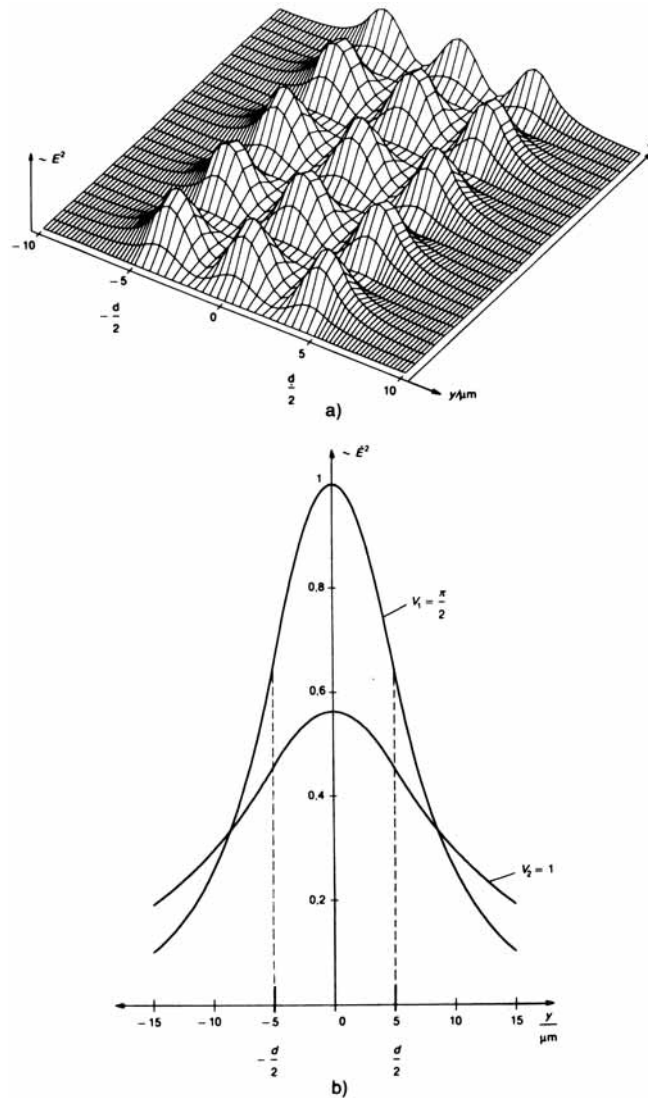


Abb. 24.5. Verlauf von E^2 , des Quadrats der Feldstärke, in einem Schichtwellenleiter mit der Dicke $d = 10 \mu\text{m}$ und der Kernbrechzahl $n_K = 1,45$ bei unterschiedlichen V -Parametern (24.15). V kann über die Wellenlänge oder Mantelbrechzahl variiert werden. a) E^2 für die 3. Mode (mit $m = 2$) mit 3 Wellenbäuchen bei $V = 9$. Im vorliegenden Fall sind alle Moden mit $m \leq 4$ ausbreitungsfähig. b) Amplitudenquadrat \tilde{E}^2 von Monomodefasern mit $V_1 = \pi/2$ und $V_2 = 1$ (für $\Delta n = \text{konst.}$ ist dann $\lambda_2 = 2\lambda_1 \cdot \pi/2$). Die transportierte Energie (\sim Fläche unter den Kurven) ist in beiden Fällen gleich. Die Mode mit $V_2 = 1$ breitet sich überwiegend im Fasermantel aus

Materialzusammensetzung und damit der Brechzahl, Fehler in der Kern-Mantel-Grenzfläche, weiterhin durch Geometrie-Effekte wie Mikrokrümmungen oder starke Biegung der Faser, die Leckwellen und Modenkonzersion (s. Abb. 24.6) hervorrufen.⁷ Weitere extrinsische Verluste treten bei der Ein- und Auskoppelung sowie der Verbindung von Fasern auf. Der Einkopplungsgrad wird durch die numerische Apertur der Faser und die Strahlungscharakteristik der Lichtquelle (einschl. Kollektivlinse) begrenzt, weiterhin durch teilweise Reflexion an Grenzflächen, was man als *Fresnel-Verluste* bezeichnet.

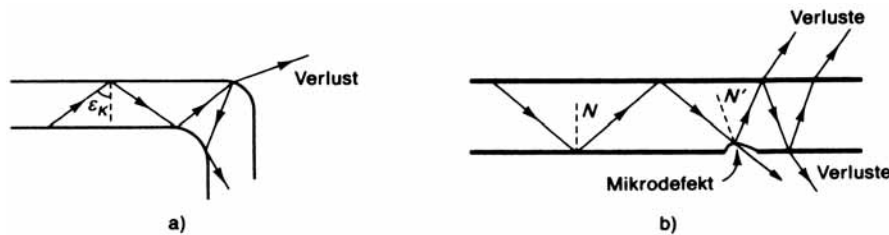


Abb. 24.6. Strahlungsverluste in einer Faser aufgrund a) einer starken Biegung der Faser und b) von Mikrodefekten an der Oberfläche. Verluste treten auf, wenn die Bedingung für Totalreflexion verletzt ist. Der Faserdefekt bei b bewirkt außerdem Modenkopplung bzw. Modenkonzersion. Im vorliegenden Fall wird eine Mode niedrigerer Ordnung in eine solche höherer Ordnung umgewandelt, die hier nicht ausbreitungsfähig ist

Intrinsische Verluste beruhen auf der *Extinktion* aufgrund von *Absorption* und *Streuung*. Die Abnahme der Lichtleistung durch Extinktion lässt sich (s. (20.65)) mit dem

| | | |
|--------------------------|-------------------|---------|
| <i>Extinktionsgesetz</i> | $P = P_0 e^{-Kl}$ | (24.18) |
|--------------------------|-------------------|---------|

beschreiben. Hierbei sind P_0 und P die bei $z = 0$ eintretende und bei $z = l$ austretende Lichtleistung und K die *Extinktionskonstante* (mit $[K] = \text{m}^{-1}$, bzw. neper/m oder km^{-1}). In der Faseroptik führt man meist den *Verlust-* oder

| | | |
|-----------------------------|---|---------|
| <i>Dämpfungskoeffizient</i> | $\alpha \equiv \frac{10}{l} \lg \left(\frac{P_0}{P} \right)$ | (24.19) |
|-----------------------------|---|---------|

ein. Als Einheit wählt man in der Regel $[\alpha] = \text{dB/km}$, bezieht also den Verlust auf 1 km Faserlänge. Bei einer Faser mit $\alpha = 5 \text{ dB/km}$ verbleiben dann bei ei-

⁷ Faustformel: Biegeradien größer 10 cm rufen bei LWL keine zusätzliche Dämpfung hervor.

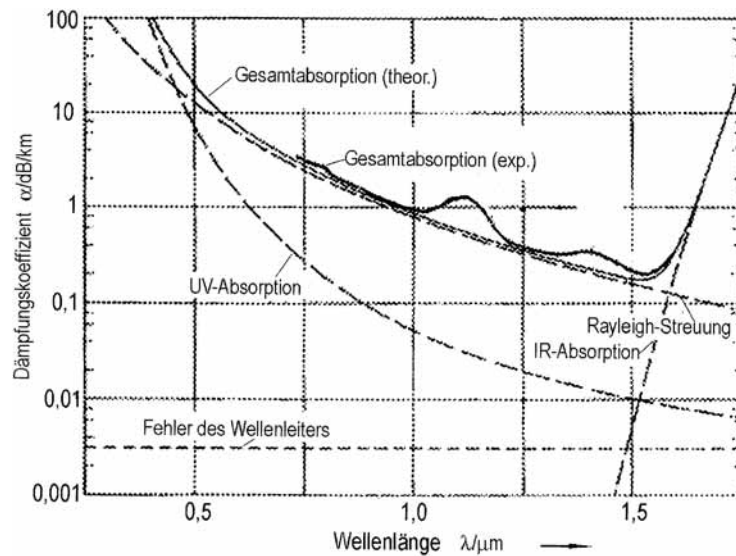


Abb. 24.7. Dämpfungskoeffizient α einer Ge-dotierten Quarzglasfaser als Funktion der Wellenlänge mit den Beiträgen: elektronische, Schwingungs- und OH-Absorption sowie Rayleigh-Streuung

ner Länge $l = 1$ km nur noch $\frac{P}{P_0} = 10^{-\alpha l/10} = 10^{-0,5} = 0,32$, also 32% des einfallenden Lichtes.

Die Absorption im Kernmaterial wird bei den hohen Lichtfrequenzen des sichtbaren und UV-Bereichs durch *elektronische Absorption* bei Anregung der Elektronenhülle verursacht. Im Infrarot erfolgt *molekulare Absorption* durch Molekülschwingungen. Beide Absorptionsmechanismen liefern im sichtbaren und nahen Infrarot-Bereich nur geringe Beiträge, hier überwiegt Absorption durch Verunreinigungen (3d-Elektronen der Übergangsmetalle, z.B. Fe, Cr, V), vor allem jedoch aufgrund von Hydroxyl-Ionen, deren Grundschiwingung bei einer Wellenlänge von $2,73\ \mu\text{m}$ und erste und zweite Oberschwingung bei $1,395$ und $0,95\ \mu\text{m}$ liegen. Während die Absorption durch Verunreinigungen bei hochreinen Fasern praktisch vollständig eliminiert ist, ist die *Rayleigh-Streuung* mit ihrer $1/\lambda^4$ -Abhängigkeit (s. Kap. 15.3) bei Gläsern unvermeidbar. Gläser stellen unterkühlte Flüssigkeiten dar und weisen damit deren charakteristische Dichte- und damit Brechzahlchwankungen auf, die bei Quarzglas zu einer intrinsischen Streuung mit einer Extinktionskonstante von

| | |
|--------------------------|--|
| <i>Rayleigh-Streuung</i> | $\frac{\alpha_R}{\text{dB/km}} = \frac{0,63}{(\lambda/\mu\text{m})^4} \quad (24.20)$ |
|--------------------------|--|

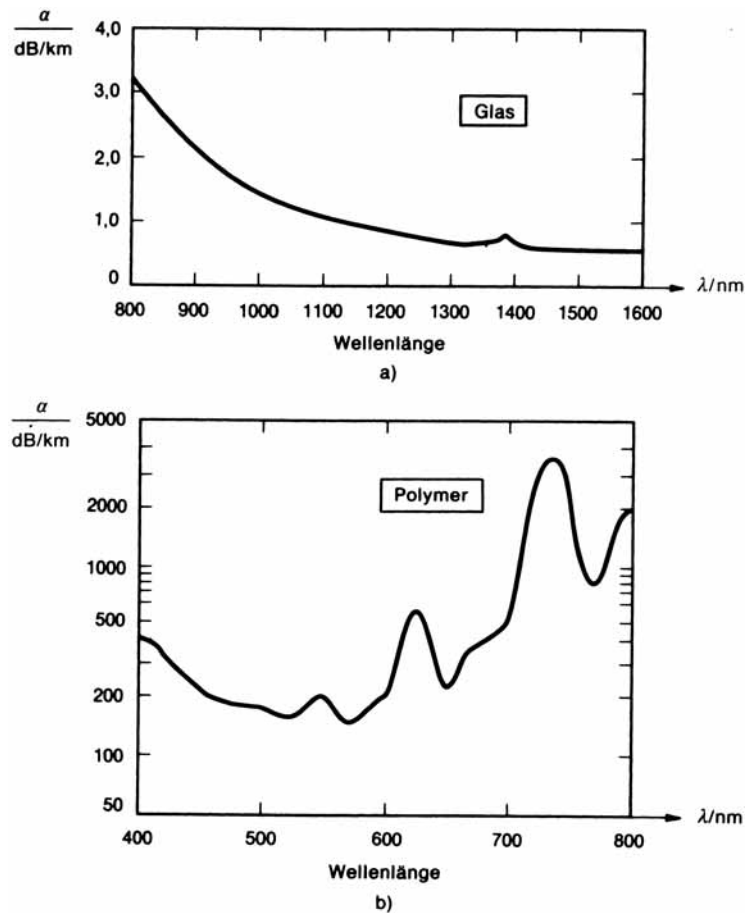


Abb. 24.8. Wellenlängenabhängigkeit des Dämpfungskoeffizienten α von a) Quarzglasfasern und b) Polymerfasern

führen. Bei $\lambda = 0,89 \mu\text{m}$ (*1. Übertragungsfenster* der faseroptischen Informationsübertragung) würde sich dann für eine hochreine Faser $\alpha_R \approx 1 \text{ dB/km}$ ergeben. Bei $1,3 \mu\text{m}$ verschwindet die Materialdispersion (s. unten) von Quarzglas, außerdem liegt diese Wellenlänge links von der des OH-Absorptionsmaximums bei $1,4 \mu\text{m}$. Deshalb wurde und wird dieses sogenannte *2. Fenster* für die LWL-Übertragung genutzt. Hier ist nach (24.20) $\alpha_R = 0,22 \text{ dB/km}$, erreicht werden α -Werte von etwa $0,3 \text{ dB/km}$. Das absolute Minimum der Faserdämpfung tritt bei $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$, dem *3. Fenster*, auf. Dort liegt der Rayleigh-Beitrag bei $0,11 \text{ dB/km}$, die Infrarot-Absorption des Glases erhöht den Wert auf etwa $0,16 \text{ dB/km}$, ein Wert der in der Praxis nahezu erzielt wird. Damit ist heute in der Fasertechnik

ein Punkt erreicht, wo bei Verwendung von Quarzglas keine weitere Reduzierung der Dämpfung möglich ist.

Polymere Lichtwellenleiter werden als Multimode- und Stufenindexfaser meist aus „Plexiglas“ (PMMA = Polymethylmethacrylat) mit etwa 1 mm Durchmesser angefertigt, sie weisen mit etwa 20–100 dB/km (s. Abb. 24.8) wesentlich höhere Dämpfungen als Glasfasern auf, sind aber billig herzustellen. Sie werden in lokalen Netzwerken (LAN) und in der Lichttechnik eingesetzt.

Beispiel 24.2 Dämpfung

Berechnen Sie die Längen einer Quarzglasfaser mit 0,2 dB/km, einer Polymerfaser mit 100 dB/km und die Dicke einer Scheibe aus Fensterglas ($\alpha \approx 5 \cdot 10^4$ dB/km), über die die Eingangsleistung auf 1% abnimmt.

Lösung

Wegen (24.18) und (24.19) gilt $l = \frac{10}{\alpha} \lg\left(\frac{P_0}{P}\right) = \frac{20 \text{ dB}}{\alpha}$, hieraus folgt $K = 0,23\alpha$ und somit $K_Q = 0,046 \text{ km}^{-1}$, $l_Q = 100 \text{ km}$, $K_P = 23 \text{ km}^{-1}$, $l_P = 0,2 \text{ km}$ und $K_F = 11,5 \text{ km}^{-1}$, $l_F = 4 \cdot 10^{-4} \text{ km} = 40 \text{ cm}$.

24.7 Signalverzerrung

Moduliertes Licht verliert beim Durchgang durch eine Faser nicht nur Energie, sondern auch Information aufgrund der Pulsverbreiterung von Lichtpulsen durch verschiedene Mechanismen, die im Folgenden diskutiert werden. Es sind dies: *Moden-, Material- und Wellenleiter-Dispersion*.

24.7.1 Modendispersion der Stufenindexfaser

Abbildung 24.9 zeigt schematisch die Einkopplung eines Rechteckpulses (eines digitalen Signals) in eine Faser. Der Ausgangspuls wird im Allgemeinen verzerrt (verbreitert) sein und einen Energieverlust durch Dämpfung erfahren. Pulsverbreiterung durch Modendispersion wird dadurch verursacht, dass sich die einzelnen Moden unter verschiedenen Richtungen ausbreiten, somit unterschiedliche Wege durchlaufen und deshalb zu verschiedenen Zeitpunkten am Ausgang ankommen. Dort überlagern sich die den einzelnen Moden zugeordneten Teilimpulse zu einem verbreiterten Gesamtimpuls. Den kürzesten Weg l von A nach B legt der Axialstrahl zurück, den längsten Weg l' der unter dem Grenzwinkel ε_g auffallende Grenzstrahl der Totalreflexion. Entsprechend Abb. 24.9 ist:

$$\sin \varepsilon_g = \frac{n_M}{n_K} = \frac{d}{d'} = \frac{l}{l'}$$

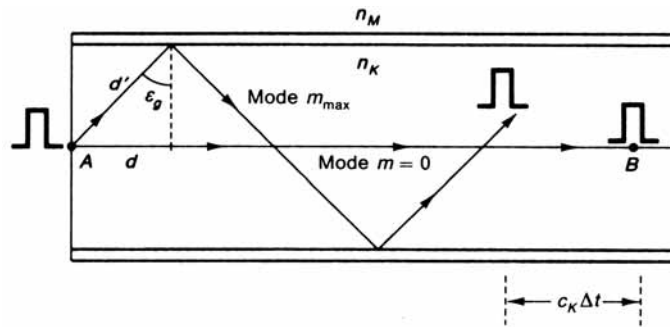


Abb. 24.9. Entstehung der Modendispersion. Ein Rechteckpuls weist aufgrund der unterschiedlichen Lichtwege verschiedene Laufzeiten auf. In der Abb. sind die Extremfälle wiedergegeben: ein Strahl in Richtung der optischen Achse und ein zweiter Strahl, der sich gerade am Grenzwinkel der Totalreflexion ausbreitet. Pulse mit der Laufzeitdifferenz Δt sind um den Abstand $c_K \Delta t$ voneinander entfernt

Die *Laufzeitdifferenz* Δt zwischen diesen beiden Strahlen ergibt die Pulsverbreiterung; sie ist bei vernachlässigbarer Eingangspulsbreite gleich der Breite des Ausgangspulses:

$$\Delta t = t_{\max} - t_{\min} = \frac{l'}{c_K} - \frac{l}{c_K} = \frac{l}{c_K} \left(\frac{n_K}{n_M} - 1 \right)$$

Mit $\Delta_n = \frac{n_K - n_M}{n_K} \approx \frac{n_K - n_M}{n_M}$ und $c_K = c_0/n_K$ erhält man dann für die längenbezogene Laufzeitdifferenz, die *Modendispersion* einer *Stufenindexfaser*:

| | | |
|------------------------|---|---------|
| <i>Modendispersion</i> | $\frac{\Delta t}{l} = \frac{\Delta_n}{c_K} = \frac{n_K - n_M}{c_0}$ | (24.21) |
|------------------------|---|---------|

Die Pulsbreite bestimmt den minimalen Pulsabstand, bei dem Einzelpulse noch unterschieden werden können und damit die *Übertragungs-* oder *Bitrate* B einer Faser. Wir fordern, dass der zeitliche Abstand Δt_p , in dem die Pulse aufeinander folgen, mindestens gleich der doppelten Pulsbreite Δt sein soll; andernfalls könnte eine „0“ als fehlender Puls nicht erkannt werden. Da in der Zeit Δt_p gerade ein Puls, entsprechend ein Bit, übertragen wird, ist somit die Bitrate

$$B = \frac{1}{\Delta t_p} = \frac{1}{2\Delta t}$$

und das wichtige

| | | |
|-------------------------------|----------------------------|---------|
| <i>Bitraten-Längenprodukt</i> | $Bl = \frac{l}{2\Delta t}$ | (24.22) |
|-------------------------------|----------------------------|---------|

Für eine Stufenindexfaser wird dies mit (24.21):

| | | |
|-------------------------|-----------------------------|---------|
| <i>Stufenindexfaser</i> | $Bl = \frac{cK}{2\Delta_n}$ | (24.23) |
|-------------------------|-----------------------------|---------|

Die Modendispersion kann demnach durch eine kleine Brechzahldifferenz reduziert werden, hierbei wird aber auch die numerische Apertur verkleinert. Bei der Monomodefaser tritt keine Modendispersion auf, (24.23) gilt also nicht. Niedrige Dispersion kann man auch mit mehrmodigen *Gradientenindexfasern* erzielen.

Beispiel 24.3

 Modendispersion

Berechnen Sie Modendispersion und Bitraten-Längenprodukt einer Stufenindexfaser mit der Kernbrechzahl $n_K = 1,46$ und $n_M = 1,45$. Geben Sie weiterhin die maximalen Bitraten für die Faserlängen $l = 1$ km und 100 km an.

Lösung

Mit (24.21) ist $\frac{\Delta t}{l} = 33 \frac{\text{ns}}{\text{km}}$ und $Bl = \frac{1}{2(\Delta t/l)} = \frac{1 \text{ km}}{67 \text{ ns}} = 15 \frac{\text{Mbit}}{\text{s}} \cdot \text{km}$.⁸ Die Angabe des Produktes Bl hat den Vorteil einer universellen Größe. Bei einer Faserlänge von $l = 1$ km ließe sich demnach eine Übertragungsrate von $B = 15$ Mbit/s erzielen, bei $l = 100$ km hingegen nur 150 kbit/s. Multimodefasern weisen in der Regel nur bei kleinen Übertragungslängen eine ausreichende Übertragungskapazität auf.⁹

24.7.2 Gradientenindexfaser und deren Modendispersion

Eine *Gradientenindex-* oder *GRIN-Faser* („GRadientenINDEX“) weist einen Kern mit kontinuierlich nach außen abnehmender Brechzahl auf. Abbildung 24.10 zeigt ein solches Brechzahlprofil und zum Vergleich das Profil einer Stufenindexfaser. In Medien mit Brechzahlgradient laufen die Lichtstrahlen gekrümmt (s. Abb. 24.10 c), so dass beispielsweise die auf- und untergehende Sonne um ca. $0,5^\circ$

⁸ Bei der Übertragung analoger Signale wird statt des Bitraten-Längenprodukts das Bandbreiten-Längenprodukt $\Delta f l$ (mit der Einheit Hz·km) angegeben. In unserer Näherung ergeben sich dieselben Zahlenwerte, es ist also lediglich die Einheit bit/s durch Hz zu ersetzen.

⁹ In der Regel sind die Pulsverbreiterungen oberhalb einer charakteristischen Länge l_c geringer als nach (24.21), da Modenkopplung auftritt. Über kleine Störungen der Kern-Mantel-Fläche und Brechzahlschwankungen tauschen benachbarte Moden Energie aus, sie werden dadurch verkoppelt und laufen weniger stark auseinander. Weiterhin werden die höheren Moden stärker gedämpft als die niedrigen. Dies führt für $l > l_c$ zu einer Abhängigkeit der Form $\Delta t \sim \sqrt{l}$.

zu hoch erscheint. An jedem Punkt des Lichtweges gilt lokal das Brechungsgesetz und die Strahlen werden laufend in Richtung der größeren Brechzahl abgelenkt. Dies – und nicht die Totalreflexion am Mantel – bewirkt die Strahlführung in einer GRIN-Faser. Der maximale Akzeptanzwinkel – und damit die numerische Apertur – ist für einen im Zentrum des Kerns auftreffenden Strahl wieder durch (24.4) gegeben. Weiter außen einfallende Strahlen weisen kleinere numerische Aperturen auf.

Der genaue Verlauf der gekrümmten Strahlen wird durch das *Brechzahlprofil* $n(r)$ bestimmt, das als *Potenzprofil* vorliegen soll:

$$\text{Brechzahlprofil} \quad n(r) = n_K \sqrt{1 - 2 \left(\frac{r}{a}\right)^g \Delta_n} \approx n_K \left(1 - \left(\frac{r}{a}\right)^g \Delta_n\right) \quad (24.24)$$

mit $0 \leq r \leq a$. Hierbei ist $n_K = n(0)$ die Brechzahl auf der Faserachse und – wie in der Literatur über Lichtwellenleiter üblich – a der Kernradius. Der *Profillexponent* g beschreibt bei $g = 1$ ein Dreiecks-, bei $g = 2$ ein Parabel- und für $g \rightarrow \infty$ ein Stufenprofil. Besonders wichtig ist das Parabelprofil, da hier – wie in Abb. 24.10c gezeigt – für alle Moden (Ausbreitungsrichtungen) dieselbe *Periodizitätslänge* L_p (Pitch-Länge) und Ausbreitungsgeschwindigkeit auftritt und die Modendispersion verschwindet. Die Strahlen der höheren Moden legen zwar einen größeren Weg zurück, tun dies aber in Bereichen geringerer Brechzahl und damit größerer Geschwindigkeit, so dass sich die Einflüsse von Weglänge und Geschwindigkeit ausgleichen. Dies ist analog dem Verhalten einer harmonischen Schwingung, bei der ja die Schwingungsdauer $T (\hat{=} L_p)$ unabhängig von der Schwingungsamplitude ist. Die genauere Analyse (die in (24.24) das dritte Glied der Reihenentwicklung berücksichtigt) liefert für die *Modendispersion* der *GRIN-Faser* mit quadratischem Brechzahlprofil:

$$\frac{\Delta t}{l} = \frac{\Delta_n^2}{2c_K} = \frac{\Delta_n}{2} \cdot \frac{\Delta t}{l} \Big|_{\text{Stufenf.}} \quad (24.25)$$

und entsprechend das *Bitraten-Längenprodukt* der

$$\text{GRIN-Faser} \quad Bl = \frac{l}{2\Delta t} = \frac{c_K}{\Delta_n^2} \quad (24.26)$$

Gegenüber der Stufenindexfaser tritt eine Verringerung der Dispersion um den Faktor $\Delta_n/2 (= 1/292$ mit den Zahlenwerten aus Beispiel 3) auf und somit eine entsprechende Verbesserung der Übertragungsrate um das $2/\Delta_n \approx 300$ -fache.

24.7.3 Materialdispersion

Auch bei Fehlen von Modendispersion – also in Monomodefasern – tritt eine Pulsverbreiterung auf, da (s. Abb. 24.11) Brechzahl und Geschwindigkeit wellenlängenabhängig sind. Jeder Lichtpuls weist ein Frequenzspektrum auf, das

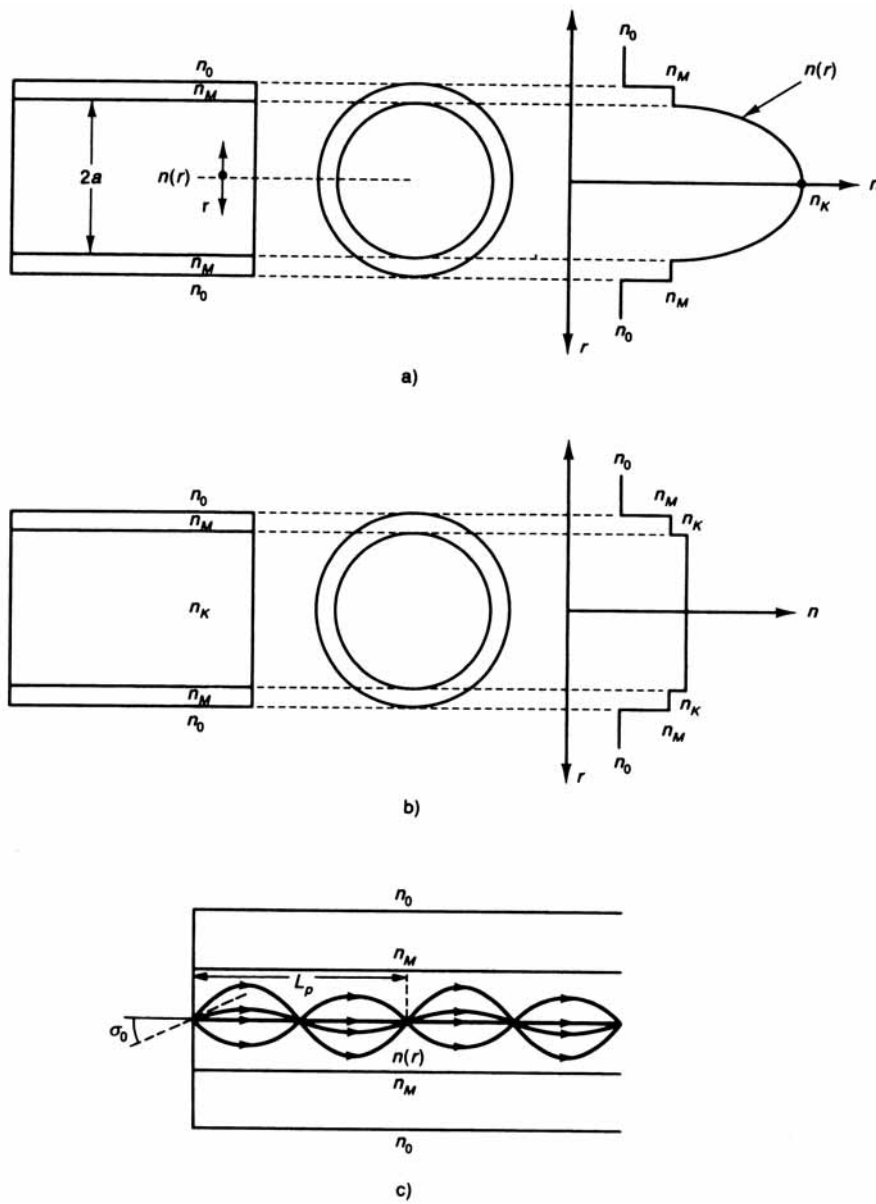


Abb. 24.10. a) Brechzahlprofil einer Gradientenindexfaser mit parabolischem Brechzahlverlauf im Kern. b) Profil einer Stufenindexfaser, in der die Brechzahl des Kernes konstant und etwas größer als die des Mantels ist. c) Einige Lichtwege in einer GRIN-Faser, die die Führung der Lichtwellen aufgrund der kontinuierlichen Brechung zeigen. Die Periodizitätslänge ist unabhängig vom Winkel σ_0

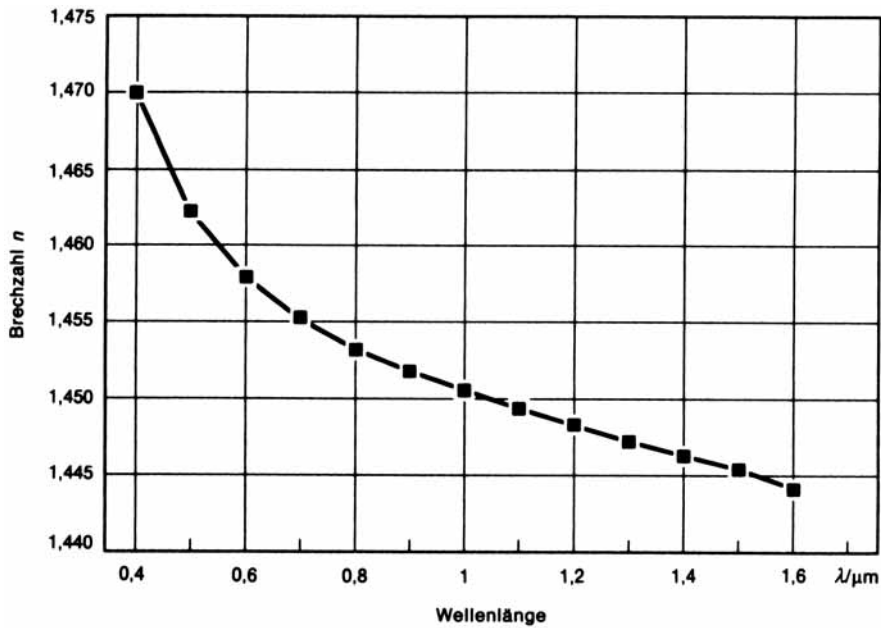


Abb. 24.11. Brechzahlverlauf von Quarzglas

von der spektralen Breite der Lichtquelle und seiner Dauer (Unschärferelation, s. Kap. 12.3) bestimmt wird. Jede spektrale Komponente breitet sich mit etwas unterschiedlicher Geschwindigkeit aus und führt am Ausgang zu verschmierten Pulsen. Abb. 24.12 erklärt die Materialdispersion vereinfachend für zwei anfänglich zusammenfallende Rechteckpulse der zentralen Wellenlängen λ_1 und λ_2 mit den zugehörigen Gruppengeschwindigkeiten c_{g1} und c_{g2} . Die beiden Wellenlängen sind aus dem kontinuierlichen Spektrum der Halbwertsbreite $\Delta\lambda$ herausgegriffen.

In Kapitel 9.5 wurde erklärt, dass die Geschwindigkeit einer Wellengruppe bzw. eines Pulses durch die im Allgemeinen frequenzabhängige Gruppengeschwindigkeit $c_g(\omega)$ (s. (9.45)) beschrieben wird, hiermit wird die Laufzeit $t(\omega)$ einer spektralen Komponente:

$$t(\omega) = \frac{l}{c_g(\omega)} \quad \text{mit} \quad c_g(\omega) = \frac{d\omega}{dk} \quad (24.27)$$

Ein Signal der spektralen Halbwertsbreite $\Delta\lambda$ weist dann eine Laufzeitdifferenz von

$$\frac{\Delta t}{l} = \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{1}{c_g(\omega)} \right) \cdot \Delta\lambda \quad (24.28)$$

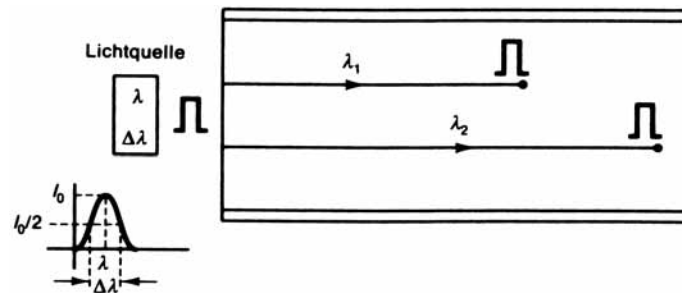


Abb. 24.12. Erläuterung der Materialdispersion: Von der Lichtquelle emittierte Rechteckpulse kommen zu verschiedenen Zeiten am Ende der Faser an, da ihre Gruppengeschwindigkeit von der Wellenlänge abhängt. Die Lichtquelle ist gekennzeichnet durch eine zentrale Wellenlänge λ und eine spektrale Halbwertsbreite $\Delta\lambda$

auf. Zur Berechnung verwenden wir den Zusammenhang $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} = n \frac{\omega}{c_0}$, wobei n ebenfalls eine Funktion von ω ist. Wir berechnen zunächst den Kehrwert der Gruppengeschwindigkeit (s. (24.27)) und verwenden $d\omega/\omega = -d\lambda/\lambda$:

$$\frac{1}{c_g} = \frac{dk}{d\omega} = \frac{n}{c_0} + \frac{\omega}{c_0} \frac{dn}{d\omega} = \frac{n}{c_0} - \frac{\lambda}{c_0} \frac{dn}{d\lambda}$$

Einsetzen in (24.28) ergibt dann nach der Differentiation die

| | | |
|---------------------------|--|---------|
| <i>Materialdispersion</i> | $\frac{\Delta t}{l} = -\frac{\lambda}{c_0} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \Delta\lambda \equiv -M \cdot \Delta\lambda$ | (24.29) |
|---------------------------|--|---------|

M , der *Materialdispersions-Koeffizient*¹⁰, ist eine wellenlängenabhängige Eigenschaft des Kernmaterials (s. Abb. 24.13), er beschreibt die Laufzeitdifferenz bezogen auf Faserlänge und Spektralbreite (mit der gebräuchlichen Einheit ps/(km·nm)).

Beispiel 24.4

Bitrate

Berechnen Sie unter Verwendung von Abb. 24.13 die durch Materialdispersion begrenzte Laufzeitdifferenz und Bitrate bei $\lambda = 0,88 \mu\text{m}$ und $1,55 \mu\text{m}$ sowohl für eine Leuchtdiode (mit $\Delta\lambda = 20 \text{ nm}$) als auch für eine Laserdiode ($\Delta\lambda = 1 \text{ nm}$).

¹⁰ Häufig einfach als Materialdispersion bezeichnet, in (24.29) ist auch die Definition mit $+M \Delta\lambda$ gebräuchlich.

Lösung

Nach Abb. 24.13 gilt bei $\lambda \approx 0,88 \mu\text{m}$ ($1,55 \mu\text{m}$) $M = 75$ (≈ -20) ps/(nm·km). $M > 0$ bedeutet, dass c_g normale Dispersion aufweist und längere Wellen eine kürzere Laufzeit haben. Wir erhalten für die Beträge:

- Für die LED:
 $\Delta t/l = |M| \cdot \lambda = 75 \text{ ps}/(\text{nm} \cdot \text{km}) \cdot 20 \text{ nm} = 1,5 \text{ ns}/\text{km}$ ($0,4 \text{ ns}/\text{km}$),
entsprechend $B l = l/(2\Delta t) = 330 \text{ Mbit/s km}$ ($1,25 \text{ Gbit/s km}$).
- Für die Laserdiode:
 $\Delta t/l = 75$ (20) ps/(nm·km) und $B l = 6,7$ (25) Gbit/s km.

Bei $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$ und einer Faserlänge von 100 km erreicht man dann mit der Laserdiode die Bitrate $B = 250 \text{ Mbit/s}$, was sich durch Einsatz einer Laserdiode kleinerer Bandbreite und geringere chromatische Dispersion (s. Kap. 24.7.4) wesentlich verbessern lässt. Man erkennt deutlich den Gewinn, den die wesentlich monochromatischere Laserdiode bringt.

Beachten Sie, dass die Pulsverbreiterung aufgrund der Materialdispersion wesentlich kleiner ist als bei Modendispersion (s. Bsp. 24.3), so dass sie nur in hochwertigen GRIN- und Monomodefasern überwiegt. Dementsprechend geht der Vorteil der kleinen Spektralbandbreite der Laserdiode in Multimode-Stufenindexfasern mit ihrer großen Modendispersion verloren. Da Laufzeitdifferenz und Dämpfung längenabhängig sind, kann bei kurzen Übertragungsstrecken sogar mit polymeren Lichtwellenleitern und Leuchtdioden als Lichtquelle eine hohe Bitrate erzielt werden. Informationsübertragung über große, z.B. transozeanische Strecken ist hingegen nur mit Monomodefasern und Laserdioden möglich. Aus Abb. 24.13 ist ersichtlich, dass M bei $\lambda = 1,27 \mu\text{m}$ verschwindet, so dass hier die minimal mögliche Pulsverbreiterung auftritt. Dies und die Tatsache, dass man bei $\lambda = 1,3 \mu\text{m}$ in einem Extinktionsminimum links von der OH-Absorption liegt, führte zur Verwendung von faseroptischen Übertragungssystemen, die im so genannten *2. Übertragungsfenster* bei $1,3 \mu\text{m}$ arbeiten. Moderne Fasersysteme verwenden das *3. optische Fenster* bei $1,55 \mu\text{m}$, wo für Quarzglas das absolute Minimum der Extinktion liegt. Dann geht jedoch der Vorteil verschwindender Materialdispersion zunächst verloren. Durch Modellierung des Brechzahlverlaufes einer Faser kann auch im Bereich des 3. Fensters minimale *chromatische Dispersion* M_{chr} , die Summe von *Material-* und *Wellenleiterdispersion*, erzielt werden.

24.7.4 Wellenleiterdispersion und maximale Bitraten

Die Pulsverbreiterung durch *Wellenleiterdispersion* wird durch das Brechzahlprofil und die Geometrie des Wellenleiters bestimmt und tritt auch bei verschwindender Materialdispersion auf. Dieser Effekt ist klein und deshalb nur in Mono-

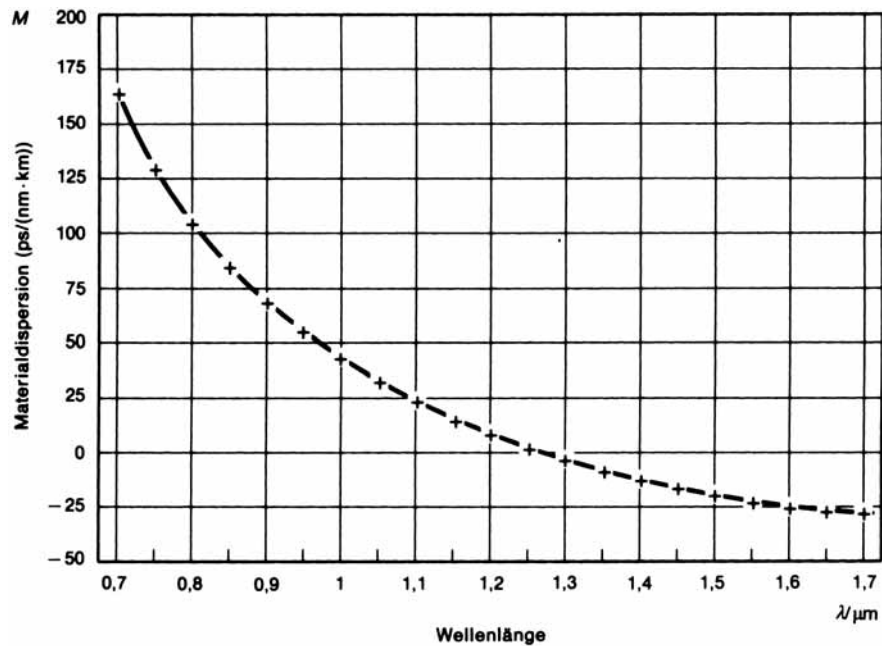


Abb. 24.13. Materialdispersion in reinem Quarzglas. Dargestellt ist der Dispersionskoeffizient M – die Laufzeitverbreiterung Δt der Pulse bezogen auf Wellenlängenintervall $\Delta\lambda$ und Faserlänge l – als Funktion der Wellenlänge. Die Pulsverbreiterung aufgrund der Materialeigenschaften verschwindet (annähernd) bei $\lambda = 1,27 \mu\text{m}$ und wird für größere Wellenlängen negativ, d.h. die Pulse größerer Wellenlänge laufen langsamer

modedfasern im Bereich sehr kleiner Materialdispersion von Bedeutung. In LWL wird diese Dispersion wesentlich durch das Verhalten der mitgeführten evaneszenten Welle bestimmt. Mit zunehmender Wellenlänge dringt diese Welle immer weiter in den Mantel ein (s. Abb. 24.5 b) und die Gruppengeschwindigkeit wächst aufgrund der kleineren Brechzahl des Mantels; die Welle mit der größeren Wellenlänge hat damit die kleinere Laufzeit. Definiert man in Analogie zu (24.29) die

| | | |
|-------------------------------|---|---------|
| <i>Wellenleiterdispersion</i> | $\frac{\Delta t}{l} = -M_{\text{WL}} \cdot \Delta\lambda$ | (24.30) |
|-------------------------------|---|---------|

mit dem *Wellenleiterdispersions-Koeffizienten* M_{WL} , so ist deshalb bei dem einfachen Stufenprofil $M_{\text{WL}} > 0$, während die Materialdispersion oberhalb $1,27 \mu\text{m}$ entgegengesetztes Vorzeichen hat, so dass sich die Einflüsse eventuell kompensieren. Bei einer für $1,3 \mu\text{m}$ ausgelegten Monomodefaser mit Stufenprofil ist jedoch M_{WL} so klein, dass der Nulldurchgang der Materialdispersion M bei $1,27 \mu\text{m}$ (s. Abb. 24.13) für die chromatische Dispersion $M + M_{\text{WL}}$ lediglich nach $1,3 \mu\text{m}$ ver-

schoben wird. Will man den Nulldurchgang stärker verschieben, z.B. auf $1,55\ \mu\text{m}$ („*dispersionsverschobene (shifted) Fasern, DSF*“), so muss man die Wellenleiterdispersion vergrößern. Dies kann z.B. durch eine Änderung des Brechzahlverlaufs im Kern erreicht werden. Denken wir uns in Abb. 24.5 b ein Dreiecksprofil für den Brechzahlverlauf im Kern eingezeichnet, so sehen wir, dass die Welle mit der kleineren Wellenlänge λ_1 , die stärker im Kern mit der kleineren Ausbreitungsgeschwindigkeit konzentriert ist, gegenüber der sich mehr im Mantel ausbreitenden Welle mit λ_2 stärker als beim Rechteckprofil verzögert wird; die Differenz der Gruppengeschwindigkeiten – und damit $|M_{WL}|$ – wird vergrößert. Weiterhin kann durch Variation des Kern-Mantel-Brechzahlprofils (z.B. W-Profil) M_{WL} so modelliert werden, dass die chromatische Dispersion zwei Nullstellen (z.B. bei $1,5$ und $1,65\ \mu\text{m}$, NZDSF) aufweist und dazwischen auf kleine Werte von etwa $1\ \text{ps}/(\text{nm km})$ beschränkt bleibt (*dispersionsflache Fasern*).

Aktuell ergibt sich folgendes Bild der Datenübertragung mit LWL über große Distanzen: Zur Erhöhung der Übertragungskapazität werden bei der Grundwellenlänge $1,55\ \mu\text{m}$ des 3. Fensters zahlreiche Kanäle unterschiedlicher Wellenlängen verwendet (Wellenlängen-Multiplex, DWDM – Dense Wavelength Division Multiplexing), außerdem werden viele Fasern in einem Kabel zusammengefasst. Beim Test der DWDM-Technik stellte man fest, dass bei DSF-Fasern aufgrund der Nichtlinearität 3. Ordnung (s. Kap. 26) starke Vier-Wellenmischung (FWM) auftritt, die die Wellen aus 3 Kanälen zu einer vierten mischen. Dieser Effekt wird bei dispersionsflachen Fasern mit geringer chromatischer Dispersion (Non Zero Dispersion Shifted Fiber, NZDSF) unterdrückt.

Kurz vor der Einführung (2004) stehen Fasern geringer Dämpfung ($0,2\ \text{dB}/\text{km}$) mit 125 Kanälen à $40\ \text{Gbit}/\text{s}$ und Abständen der optischen Er-dotierten Raman-Verstärker von $100\ \text{km}$, mit denen also $5\ \text{Tbit}/\text{s}$ und Faser übertragen werden können. Die Transatlantikstrecke „Apollo“ erreicht seit 2003 auf 4 Faserpaaren und 80 Kanälen bereits $3,2\ \text{Tbit}/\text{s}$.

Zusammenfassend können wir feststellen, dass es drei Methoden zur Reduzierung der Pulsverbreiterung und damit zur Steigerung der Übertragungskapazität gibt:

1. Verwendung einer Monomodefaser, um die Modendispersion auszuschalten,
2. Verwendung einer schmalbandigen Lichtquelle, um den Einfluss der chromatischen Dispersion zu verringern und
3. Verwendung eines Spektralbereichs, in dem chromatische Dispersion und Dämpfung minimal sind.

24.8 GRIN-Optik

Wegen der großen Bedeutung, die GRIN-Strukturen in der modernen Optik erlangt haben, wollen wir den Verlauf der gekrümmten Lichtstrahlen (s. Abb. 24.10)

in einem zylindersymmetrischen Medium, dessen Brechzahl in radialer Richtung gemäß einer Funktion $n(r)$ variiert, näher untersuchen und die Strahlengleichung aufstellen. Hierzu betrachten wir (in Abb. 24.14) wieder den Meridionalschnitt durch eine Faser und zwei zunächst achsenparallele Strahlen 1 und 2 im Abstand r und $r + dr$ von der optischen Achse. Da Licht in gleichen Zeiten gleiche *optische Wege* zurücklegt, muss gelten:

$$n(r) \cdot s = n(r + dr) \cdot (s + ds) \quad (24.31)$$

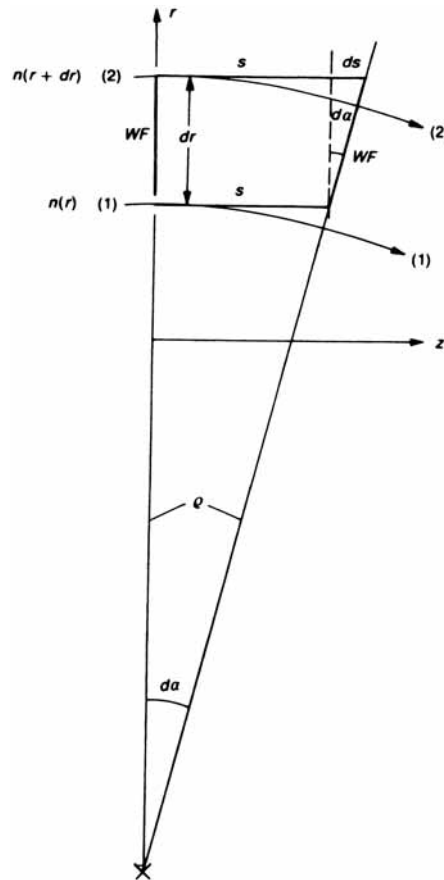


Abb. 24.14. Verlauf von zwei Strahlen in einem Medium mit Brechzahlgradient. Strahl (2) läuft in einem Bereich geringerer Brechzahl und deshalb schneller als Strahl (1). Hierdurch wird die Wellenfront WF um den Winkel $d\alpha$ verkippt

Mit der Taylor-Entwicklung $n(r+dr) = n(r) + \frac{dn}{dr} \cdot dr$ erhält man hieraus (bei Vernachlässigung quadratischer Terme): $n(r)ds + s dn = 0$ und damit nach Division durch dr :

$$\frac{1}{s} \frac{ds}{dr} = -\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \quad (24.32)$$

Aus dem Wegunterschied ds (24.31) folgt eine Verkipfung der Wellenfront und damit eine Richtungsänderung des Strahls um den Winkel $d\alpha = s/\varrho$; ϱ ist der Krümmungsradius. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke in Abb. 24.14 folgt: $d\alpha = s/\varrho = \frac{ds}{dr}$, weiterhin gilt für die Krümmung: $\frac{1}{\varrho} \approx \frac{d^2r}{dz^2}$. Einsetzen in (24.32) ergibt dann die

| | |
|------------------------------------|---|
| <i>paraxiale Strahlengleichung</i> | $\frac{d^2r}{dz^2} = -\frac{1}{n(r)} \frac{dn}{dr}$ (24.33) |
|------------------------------------|---|

der *GRIN-Optik* für Meridionalstrahlen für den Spezialfall, dass n unabhängig von z ist (also $dn/dz = 0$). Für das Parabelprofil ist nach (24.24):

$$\frac{dn}{dr} \approx -2n_K \Delta_n \cdot \frac{r}{a^2}$$

wobei $n_K = n_K(0)$ und $\Delta_n = (n_K - n_K(a))/n_K$. Einsetzen in (24.33) und Verwendung der Näherung $1/n(r) \approx 1/n_K$ führt zur bekannten Differentialgleichung eines harmonischen Vorgangs:

$$\frac{d^2r}{dz^2} - \kappa^2 r = 0 \quad \text{mit} \quad \kappa^2 = \frac{2\Delta_n}{a^2} \quad (24.34)$$

Mit den Randbedingungen $r(0) = r_0$ und $r'(0) \approx \sigma_0/n_K$, d.h. unter der Annahme eines einfallenden Strahls, der im Abstand r_0 von der Achse unter dem Winkel σ_0 auf die GRIN-Fläche auftrifft und zu σ_0/n_K gebrochen wird, erhält man hieraus für den

| | |
|----------------------|---|
| <i>Strahlverlauf</i> | $r = r_0 \cos \kappa z + \frac{\sigma_0}{n_K \kappa} \sin \kappa z$ (24.35) |
|----------------------|---|

mit der

| | |
|----------------------|---|
| <i>Periodenlänge</i> | $L_p = \frac{2\pi}{\kappa} = \frac{2\pi a}{\sqrt{2\Delta_n}}$ (24.36) |
|----------------------|---|

die häufig als „Pitchlänge“ bezeichnet wird. Der entsprechende Strahlverlauf ist in Abb. 24.10c für $r_0 = 0$ und unterschiedliche Einfallswinkel σ_0 wiedergegeben.

GRIN-Optik gewinnt in der modernen Optik immer größere Bedeutung. So werden z.B. in Fotokopierern GRIN-Linsenarrays angewendet, die direkt die

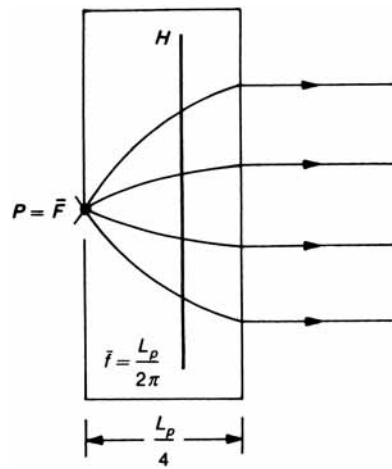


Abb. 24.15. $L_p/4$ - („Viertelwellen“-) GRIN-Stab als Kollimatorlinse für Licht aus einer Punktquelle P . Die Brennweite beträgt $L_p/2\pi$

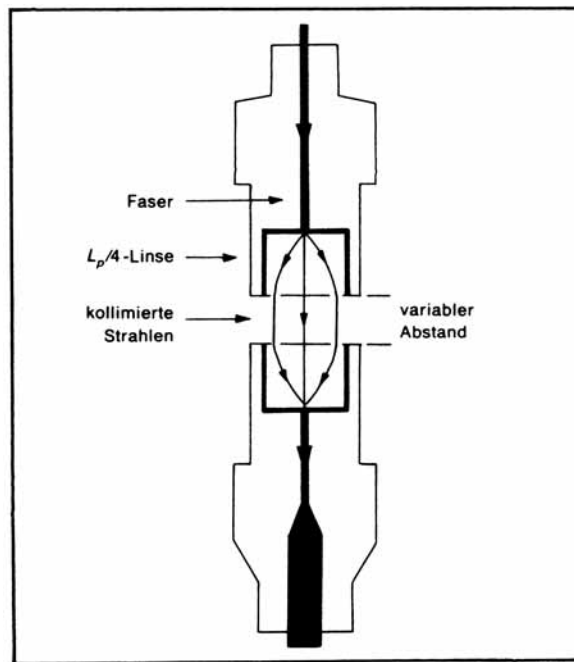


Abb. 24.16. Faserkopplung über zwei GRIN-Linsen

Vorlage auf die Kopiertrommel abbilden. Abb. 24.15 zeigt einen $L_p/4$ -Stab als Kollimatorlinse mit Angabe der Hauptebene H . In Abb. 24.16 werden zwei Viertelwellen-Stäbe zur Faserkopplung verwendet. Versieht man eine herkömmliche sphärische Linse mit einem axialen Brechzahlgradienten, so lässt sich hierdurch die sphärische Aberration – unter Vermeidung einer nichtsphärischen Fläche – beseitigen.

Beispiel 24.5 GRIN-Stab

In einem Prospekt findet man für einen GRIN-Stab von 3 mm Durchmesser für $\lambda = 633 \text{ nm}$ die Angabe $n_K = 1,643$ und die Periodizitätslänge $L_p = 82,7 \text{ mm}$. Wie groß sind Δ_n sowie Öffnungswinkel $2u$ und numerische Apertur A_N des Stabes?

Lösung

Aus (24.36) folgt $\kappa = 76 \text{ m}^{-1}$ und $\Delta_n = 6,5 \cdot 10^{-3}$. Damit alle (bei $r_0 = 0$) unter unterschiedlichen Winkeln σ_0 einfallenden Strahlen dasselbe L_p haben, muss die Amplitude $\sigma_0/n_K\kappa$ (s. (24.35)) kleiner als der Radius a sein, also im Grenzfall mit $\sigma_0 = u$ gelten: $\frac{\sigma_0}{n_K\kappa} = \frac{u}{n_K\kappa} = a$. Hieraus folgt $2u = 21,5^\circ$ und $A_N = 0,19$.

24.9 Richtkoppler

Stellvertretend für die zahlreichen Anwendungen der Faseroptik sollen der *Richtkoppler* und seine Anwendung zur Strahlteilung in Interferometern und bei der Lichtmodulation diskutiert werden.

In der Sprache der Übertragungstechnik handelt es sich hierbei um ein *Vier-tor* (s. Abb. 24.17) mit zwei Paaren (1/2 und 3/4), bei dem Lichtübertragung nur zwischen diesen Paaren möglich ist. So kann z.B. bei 1 eingespeistes Licht bei 3 oder/und 4, nicht aber bei 2 austreten. Richtkoppler beruhen auf der Kopplung der Einzelfasern über evaneszente Wellen des Mantels, also auf dem sonst unerwünschten Effekt des Übersprechens. Da die Eindringtiefe dieser Wellen nur einige Wellenlängen beträgt, müssen die Wellenleiter im Koppler kleine Abstände haben. Technisch kann man dies dadurch erreichen, dass man zwei Fasern miteinander verdrillt und unter Zugspannung verjüngt und verschmilzt (*bikonische Koppler*). Insbesondere bei der Lichtmodulation verwendet man Koppler in der Technik der *integrierten Optik*, bei der vergrabene Streifenleiter erhöhter Brechzahl eingesetzt werden. Passiv arbeitende, integriert optische Bauelemente lassen sich mit Glasschichten realisieren, bei denen die Wellenleiter erhöhter Brechzahl durch Ionenaustausch erzeugt werden. Aktive Bauelemente fertigt man häufig aus Lithium-Niobat (LiNbO_3). Dieses Material weist einen großen elektro-optischen Effekt auf und wird u.a. in Modulatoren eingesetzt; der Lichtwellenleiter wird

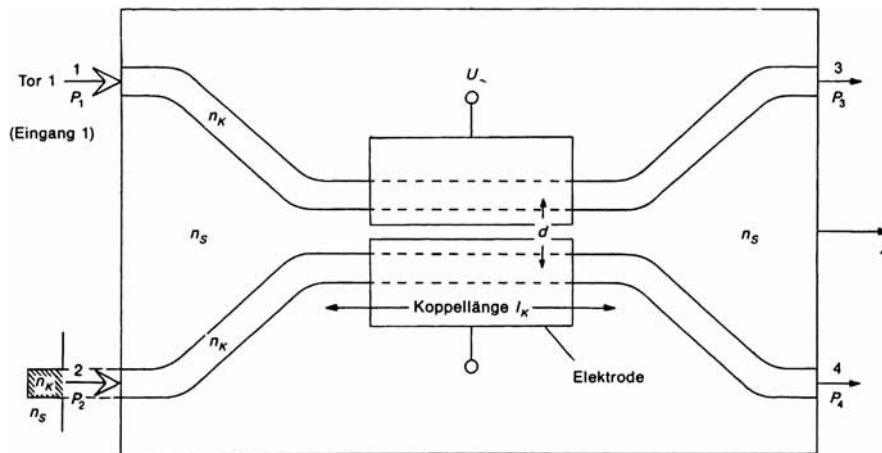


Abb. 24.17. Richtkoppler in Streifenleitertechnik. In einem Substrat der Brechzahl n_s sind Streifen erhöhter Brechzahl n_K „vergraben“. Die Leiter sind über eine Koppellänge l_K über die evaneszenten Wellen verkoppelt. Die Stärke der Kopplung kann über eine Spannung U variiert werden

durch Eindiffusion von Titan erzeugt. In der integrierten Optoelektronik, bei der auf einem Chip Laser, Modulator, Koppler usw. integriert sein sollen, arbeitet man mit III-V-Halbleitern (In(Al)GaAsP) unterschiedlicher Dotierung und Zusammensetzung.

Um die Arbeitsweise eines Richtkopplers zu verstehen, betrachten wir die in Abb. 24.17 wiedergegebene Anordnung. In Eingang 1 werde eine Welle eingekoppelt, die sich in z -Richtung ausbreitet und hierbei über die evaneszente Welle einen Teil ihrer Energie in den anderen Wellenleiter transferiert. Wir denken uns bei 3 und 4 Detektoren und registrieren die Leistungen P_3 und P_4 bei Variation der Koppellänge l_K . Für $l_K \rightarrow 0$ ist $P_3 = P_1$ und $P_4 = 0$, mit wachsendem l_K nimmt P_3 ab und P_4 so lange zu, bis P_3 verschwindet ($P_3 = 0$, $P_4 = P_1$). Interessanterweise wiederholt sich dieser Vorgang mit wachsender Länge periodisch. Wir beobachten einen Verlauf wie bei einer *Schwebung*, die vom Verhalten gekoppelter Schwinger bekannt ist. Die Wellenleiter verhalten sich demnach wie Oszillatoren, die über die evaneszente Welle gekoppelt sind.

Erinnern wir uns an die gekoppelten Pendel (s. Abb. 24.18). Hier sehen wir zwei gleiche Federpendel der Masse m mit Zug-Druck-Federn der Federkonstante D sowie einer zusätzlichen schwachen Kopplungsfeder der Federkonstante D_K . Bekanntlich gibt es bei der Schwingung dieser Pendel zwei Grenzfälle, die sogenannten *Normal-* oder *Fundamentalschwingungen*, bei denen die Pendel mit zeitunabhängiger Amplitude schwingen: die *symmetrische* mit der Frequenz f_{sym} , bei der beide Pendel in dieselbe Richtung gleich weit ausgelenkt werden, und die *antisymmetrische* mit f_a und entgegengesetzter Auslenkung. Ist f_0 die Frequenz

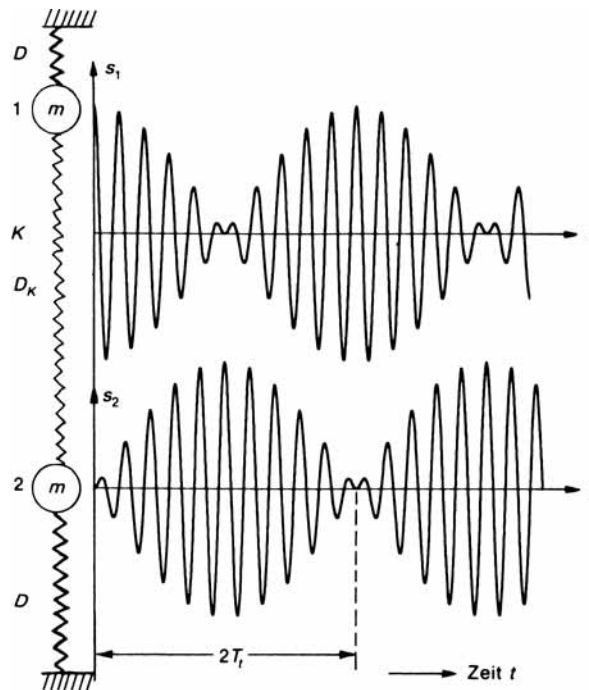


Abb. 24.18. Gekoppelte Federpendel mit Zug-Druck-Federn der Federkonstante D und einer schwächeren Kopplungsfeder K . Nach Auslenkung des Pendels 1 wird die Energie nach der Transferzeit T_t vollständig auf Pendel 2 übertragen

mit der ein Pendel – also bei festgehaltenem zweiten Pendel – schwingt, so ist f_{sym} gegenüber f_0 erniedrigt, da bei der symmetrischen Schwingung die mittlere Feder K nicht zur Rückstellkraft beiträgt, und f_a erhöht, da diese Feder dann doppelt so stark gedehnt wird. Wir erhalten die Kreisfrequenzen

$$\omega_a = \omega_0 + K \quad \text{und} \quad \omega_{\text{sym}} = \omega_0 - K \quad (24.37)$$

mit $K \approx D_K/2m\omega_0$, der Kreisfrequenzänderung aufgrund der Kopplung. Lenkt man zu Beginn nur ein Pendel aus, so entsteht die bekannte Schwebung mit der *Schwebungsfrequenz*:

$$f_s = f_a - f_{\text{sym}} = \frac{K}{\pi} \quad (24.38)$$

Nach der *Transferzeit* $T_t = T_s/2 = \frac{1}{2f_s}$, also

$$T_t = \frac{\pi}{2K} \quad (24.39)$$

wird – bei gleichen Pendeln – die Energie vollkommen von Pendel 1 auf 2 übertragen.

Diese aus der Schwingungslehre bekannten Ergebnisse lassen sich quantitativ auf den Richtkoppler übertragen. Der Schwingung mit $\underline{s} = \hat{s} e^{j\omega t}$ der Kreisfrequenz ω entspricht eine in z -Richtung fortschreitende Welle der Amplitude $\underline{E} e^{j k z}$ mit der Kreiswellenzahl $k = \omega/c$; k_0 gilt dann für den isolierten Einzeleiter. Der symmetrischen Normalschwingung entspricht die Einkopplung von zwei gleichphasigen Wellen gleicher Amplitude in Eingang 1 und 2. Hierdurch wird die Amplitude der evaneszenten Wellen zwischen den Leitern, dem Gebiet kleinerer Brechzahl, vergrößert, damit die Geschwindigkeit erhöht und $k_{\text{sym}} = \omega/c_{\text{sym}}$ – analog zu ω_{sym} – erniedrigt. Bei gegenphasiger Einkopplung schwächen sich die evaneszenten Wellen im Kopplungsgebiet durch destruktive Interferenz, die Geschwindigkeit c_a wird reduziert und $k_a = \omega/c_a$ erhöht. In Analogie zu (24.38) und (24.39) wird dann die Kreiswellenzahl k_s der Schwebung

$$k_s = k_a - k_{\text{sym}} = 2K \quad (24.40)$$

und die

| | | |
|---------------|------------------------|---------|
| Transferlänge | $L_t = \frac{\pi}{2K}$ | (24.41) |
|---------------|------------------------|---------|

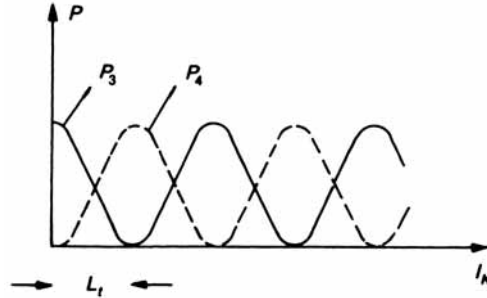


Abb. 24.19. Verlauf der Ausgangsleistung an den Toren 3 und 4 des Richtkopplers als Funktion der Koppellänge l_K bei konstanter Eingangsleistung P_1 ($L_t =$ Transferlänge)

Für $l_K = L_t$ wird die Energie vollständig von einem Leiter auf den anderen übertragen. Der Zeit t entspricht die Koppellänge l_K (Abb. 24.17). Koppeln wir bei Tor 1 die Lichtleistung P_1 ein, so erhalten wir bei Variation von l_K bei 3 und 4 die Leistungen (s. Abb. 24.19):

| | | |
|--|---|---------|
| <i>Richtkoppler</i> <i>Ausgangsleistungen</i> | $P_3 = P_1 \cos^2\left(\frac{\pi}{2L_t} l_K\right)$ $P_4 = P_1 \sin^2\left(\frac{\pi}{2L_t} l_K\right)$ | (24.42) |
|--|---|---------|

Die Transferlänge hängt von dem Verhältnis Eindringtiefe d_{ein} der evaneszenten Welle (s. Kap. 20.5) zu Abstand d der Einzelleiter ab ($L_t \sim e^{(bd/d_{\text{ein}})}$ mit $b = \text{konst.}$) Bei vorgegebener Kopplung kann man durch Wahl der Koppellänge l_K entsprechend Abb. 24.19 jedes beliebige Teilverhältnis einstellen. Da die Eindringtiefe der evaneszenten Welle mit der Wellenlänge zunimmt, ist die Transferlänge wellenlängenabhängig; damit kann man z.B. erreichen, dass für ein aus zwei Wellenlängen bestehendes Eingangssignal an den beiden Ausgängen jeweils nur das Signal einer Wellenlänge ansteht (Demultiplexer).

Zur Lichtmodulation ist der elektro-optisch steuerbare Lichtmodulator (s. Abb. 24.17) geeignet. Bei Anlegen einer Spannung ändern sich die Brechzahlen von Kern und Mantel und damit die Eindringtiefe und die Kopplungskonstante. Mit LiNbO_3 lassen sich hiermit Modulationsfrequenzen größer 10 GHz bei Spannungsamplituden von etwa 10 V erreichen.

Übungen

- 24.1 Das in Europa standardisierte PCM-30-System (PCM = Puls-Code-Modulation) hat eine Bitrate von 2,048 Mbit/s. Zeigen Sie, dass man mit diesem System 30 Fernsprechanäle (+ 2 Steuerkanäle) übertragen kann, wenn für einen Telefonkanal die Bandbreite 4 kHz beträgt und 256 Quantisierungsstufen verwendet werden.
- 24.2 Bestimmen Sie die theoretische Maximalzahl der Fernsehkanäle, die über eine Monomodefaser bei der Wellenlänge $1,55 \mu\text{m}$ übertragen werden können, wenn (im UHF-Band) eine Bandbreite von 8 MHz pro Kanal benötigt wird.
- 24.3 Zeigen Sie, dass für einen Lichtstrahl, der unter dem Grenzwinkel der Totalreflexion auf die Kern-Mantel-Grenzfläche einer Faser trifft, der Abstand l_a zweier benachbarter Auftreffpunkte durch

$$l_a = \frac{n_M d}{\sqrt{n_K^2 - n_M^2}}$$

gegeben ist. Wie viele Reflexionen (pro m Faserlänge) erfährt solch ein Strahl in einer Stufenindexfaser mit $n_K = 1,460$, $n_M = 1,457$ und $d = 50 \mu\text{m}$?

- 24.4 Bei einer Stufenindexfaser beträgt die Kernbrechzahl 1,52 und die des Mantels 1,41. Bestimmen Sie:
- den Grenzwinkel der Totalreflexion,
 - die numerische Apertur und
 - den Akzeptanzwinkel u .

- 24.5 Eine Stufenindexfaser hat $60\ \mu\text{m}$ Kerndurchmesser und eine Kernbrechzahl von 1,53, die des Mantels beträgt 1,39. Bestimmen Sie:
- die numerische Apertur,
 - den Akzeptanzwinkel und
 - die Zahl der Reflexionen, die auf 1 m Faserlänge für einen Strahl mit dem maximalen Eintrittswinkel und für einen mit der Hälfte dieses Winkels auftreten.

- 24.6 Die Stirnfläche einer Faser in Luft (Durchmesser d , Länge l) wird von Licht unter dem Winkel ε getroffen. Zeigen Sie, dass
- der tatsächliche Weg s_e zwischen zwei Reflexionen am Mantel gegeben ist durch:

$$s_e = \frac{n_K d}{\sin \varepsilon}$$

- der gesamte zurückgelegte Weg s_g gleich ist:

$$s_g = \frac{n_K l}{\sqrt{n_K^2 - \sin^2 \varepsilon}}$$

- Führen Sie die Berechnung von s_e und s_g für $l = 10\ \text{m}$, $d = 50\ \mu\text{m}$, $n_K = 1,5$ und $\varepsilon = 10^\circ$ durch.
- 24.7 Wie viele Moden können sich in einer Stufenindexfaser bei $\lambda = 850\ \text{nm}$ ausbreiten, wenn $n_K = 1,461$, $n_M = 1,456$ und der Kernradius $a = 50\ \mu\text{m}$ ist?
- 24.8 Bestimmen Sie den maximalen und zu $V = 1$ gehörigen Kernradius einer Monomode-(Stufenindex-)Faser mit $n_K = 1,46$ und $n_M = 1,457$ bei $1,25\ \mu\text{m}$ Wellenlänge.
- 24.9 Untersuchen Sie einen Schichtwellenleiter aus AlGaAs mit $n_K = 3,6$ und $n_M = 3,55$. Wie viele Moden sind bei den Dicken $d = 5\lambda$ und $d = 50\lambda$ ausbreitungsfähig?
- 24.10 Die Dämpfungsmessung an Fasern wird dadurch erschwert, dass die Messung der eingekoppelten Leistung nur schwer möglich ist. Man vergleicht deshalb die Leistung P_1 , die aus einem Faserstück kurzer Länge (nur Einkoppelverluste, keine Extinktion) austritt, mit P_2 , der Ausgangsleistung einer Faser der Länge l (gleiche Einkoppelverluste plus Extinktion). Berechnen Sie den Dämpfungskoeffizienten einer Faser, bei der $P_1 = 5\ \mu\text{W}$ und $P_2 = 1\ \mu\text{W}$ für eine Länge von $l = 100\ \text{m}$ gemessen wird.
- 24.11 Wie groß darf der Abstand der Regeneratorstationen bei einer Faser der Dämpfung $0,2\ \text{dB/km}$ höchstens sein, damit die Leistung zwischen den Stationen höchstens auf $1/100$ abfällt?
- 24.12 Ein LWL-Kabel von $3\ \text{km}$ Länge besteht aus drei Teilstücken à $1\ \text{km}$, die untereinander verspleißt sind. Die Spleißverluste betragen $1\ \text{dB}$, jedes Teilstück hat Verluste von $5\ \text{dB}$. Berechnen Sie den Gesamtverlust (in dB) und die Ausgangsleistung für eine Eingangsleistung von $4\ \text{mW}$.
- 24.13 In einem Koaxialkabel beträgt die Dämpfung bei $50\ \text{MHz}$ etwa $12\ \text{dB/km}$. Wie lang darf das Kabel bei $10\ \text{mW}$ Eingangs- und $1\ \mu\text{W}$ Ausgangsleistung sein? Vergleichen Sie dies mit den Werten aus Aufgabe 24.11.
- 24.14 Eine Ge-dotierte Quarzfaser hat bei $0,9\ \mu\text{m}$ Rayleigh-Verluste von $1,2\ \text{dB/km}$. Welcher Wert würde bei $1,55\ \mu\text{m}$ auftreten, wenn nur Rayleigh-Streuung zugrunde gelegt wird? Vergleichen Sie mit (24.20). Wie ist der Unterschied zu erklären?

- 24.15 Bei einer Faser sei p die relative Leistungsabnahme auf 1 km Faserlänge (also $p = \frac{\Delta P}{P \cdot 1 \text{ km}}$). Bestätigen Sie, dass der Verlustkoeffizient (in dB/km) formelmäßig lautet:

$$\alpha_{\text{dB}} = \frac{10 \cdot \lg(1 - p \cdot \text{km})}{\text{km}}$$

und berechnen Sie die Zahlenwerte für $p = 25, 75, 90$ und 99% /km.

- 24.16 Ermitteln Sie minimale und maximale Werte von Weglänge und Laufzeit der Lichtstrahlen für eine Stufenindexfaser von 1 km Länge sowie $n_K = 1,46$ und $n_M = 1,45$.
- 24.17 Modendispersion:
- Welche Laufzeitdifferenz tritt in einer 1 km langen Stufenindexfaser mit $n_K = 1,446$ auf, wenn der maximale Öffnungswinkel $2u = 70^\circ$ beträgt? Welche maximale Übertragungsrate ergibt sich hieraus?
 - Wiederholen Sie die Rechnung für $u = 15^\circ$ und $n_K = 1,48$.
- 24.18 Eine Multimoden-Stufenindexfaser mit $d = 100 \mu\text{m}$ hat bei $\lambda = 0,9 \mu\text{m}$ die Brechzahl $n_K = 1,46$ und die relative Brechzahldifferenz $\Delta_n = 0,003$. Wieviele Moden sind ausbreitungsfähig? Welches Bitraten-Längenprodukt tritt auf? Wie groß ist die Bitrate bei 1 km Faserlänge?
- 24.19 Welchen maximalen Durchmesser darf der Kern einer Monomodefaser mit $n_K = 1,46$ und $\Delta_n = 0,003$ bei $\lambda = 0,9$ und $1,55 \mu\text{m}$ haben?
- 24.20 Zeichnen Sie das Indexprofil für eine GRIN-Faser mit $50 \mu\text{m}$ Radius, $n_K = 1,5$, $\Delta_n = 0,02$ und die Profilexponenten $g = 2$ und 10 .
- 24.21 Geben Sie die Übertragungsrate für eine 1 km lange GRIN-Faser mit Profilexponent $g = 2$, maximaler Kernbrechzahl $n_K = 1,46$ und $n_M = 1,44$ an und vergleichen Sie mit einer Stufenindexfaser gleicher Brechzahlwerte.
- 24.22 Für eine Stufenindexfaser misst man (bei Entfernungen $l < l_c$, s. Fußnote 9) eine Laufzeitverbreiterung von 20 ns/km . Wie groß ist die Bitrate bei 1 km Länge?
- 24.23 Bestimmen Sie unter Verwendung von Abb. 24.13 die Materialdispersion $\Delta t/l$ einer Quarzglasfaser, wenn die Lichtquelle
- eine Leuchtdiode mit $\lambda = 830 \text{ nm}$ und Spektralbreite $\Delta\lambda = 40 \text{ nm}$ und
 - eine Laserdiode gleicher Wellenlänge mit $\Delta\lambda = 4 \text{ nm}$ ist (1. Generation der LWL-Übertragung).
- Vergleichen Sie mit heute gebräuchlichen Werten von DFB-Lasern mit $\Delta\lambda = 0,25 \text{ nm}$ bei $1,3$ und $1,55 \mu\text{m}$. Welche Übertragungsraten sind hiermit bei einer Länge von $l = 10 \text{ km}$ erreichbar?

- 24.24 Bei Vorliegen von Moden- und Materialdispersion muss die Laufzeitverbreiterung Δt nach

$$\Delta t^2 = \Delta t_{\text{mod}}^2 + \Delta t_{\text{mat}}^2$$

berechnet werden. Bestimmen Sie mit Hilfe von Abb. 24.13 für eine Stufenindexfaser von 1 km Länge Δt sowie die Bitrate, wenn $n_K = 1,46$, $\Delta_n = 1\%$, $\lambda = 820 \text{ nm}$ und $\Delta\lambda = 40 \text{ nm}$.

24.25 Für die Wellenleiterdispersion einer Quarzfaser wird für eine Spektralbreite von 2 nm folgender Zusammenhang gefunden:

| Wellenlänge λ/nm | Wellenleiterdispersion $\Delta t/l$ in ps/km |
|---------------------------------|--|
| 0,7 | 1,88 |
| 0,9 | 5,02 |
| 1,1 | 7,08 |
| 1,4 | 8,40 |
| 1,7 | 8,80 |

- a) Zeichnen Sie den Graph Wellenleiterkoeffizient M_{WL} als Funktion der Wellenlänge im Bereich 0,7 bis 1,7 μm .
- b) Ermitteln Sie die Wellenleiterdispersion $\Delta t/l$ bei $\lambda = 1,27$ und $1,55 \mu\text{m}$ für $\Delta\lambda = 1 \text{ nm}$.
- 24.26 Vergleichen Sie bei $\lambda = 1 \mu\text{m}$ die Pulsverbreiterung einer Stufenindexfaser aufgrund der drei diskutierten Mechanismen: Moden-, Material- und Wellenleiterdispersion. Die Kernbrechzahl beträgt $n_K = 1,47$ und die des Mantels $n_M = 1,455$. Als Signalquelle dient eine LED mit $\Delta\lambda = 25 \text{ nm}$ und eine Laserdiode mit 1 nm . Es gelte $M = 43 \text{ ps}/(\text{nm km})$ und $M_{\text{WL}} = 3 \text{ ps}/(\text{nm}\cdot\text{km})$.
- a) Ermitteln Sie die Einzelbeiträge für eine Faserlänge von 1 km.
- b) Berechnen Sie weiterhin die gesamte Laufzeitverbreiterung Δt mit

$$\Delta t^2 = \Delta t_{\text{mod}}^2 + \Delta t_{\text{chr}}^2$$

und $\Delta t_{\text{chr}} = -M_{\text{chr}} \Delta\lambda$, wobei $M_{\text{chr}} = M + M_{\text{WL}}$ die chromatische Dispersion bezeichnet. Geben Sie außerdem die Übertragungsrate an.