
Bemerkungen zur 3. Auflage

Das im Mai 2000 in seiner 1. Auflage beim Vieweg-Verlag erschienene Buch hat seinen Weg zu vielen interessierten Lesern gefunden. Im Dezember 2000 wurde es entsprechend einer Vereinbarung innerhalb der Fachverlagsgruppe BertelsmannSpringer vom Springer-Verlag übernommen, der im April 2001 eine 2. Auflage herausbrachte, die dann Ende 2002 nachgedruckt werden musste. Die nun vorliegende 3. Auflage unterscheidet sich von den vorhergehenden einerseits in der äußeren Form durch den Drucksatz, andererseits in Text, Bildern und durch Aktualisierungen und viele Ergänzungen. Neu sind Abschnitte über die Verdunstung (Abschn. 8.5), die Strahlungsmessung (Abschn. 9.6), über das ENSO-Phänomen und die Monsune (Abschn. 21.6) und die Klimavariabilität (Abschn. 21.7). Kleinere Ergänzungen betreffen z. B. die Tropischen Zyklonen und die Tornados als Beispiele des zyklotrophischen Windes in Abschn. 18.4 und die bodennahen Klimaänderungen in Abschn. 22.5. Das Sachwortverzeichnis wurde erweitert, im Literaturverzeichnis findet man zusätzlich Neuerscheinungen der letzten 3 Jahre, aber auch Zitate zu den Ergänzungsabschnitten. Der Gesamtumfang hat um etwa 10 % zugenommen.

Danken möchte ich wieder Herrn Dr. Thomas Burkhardt und meiner Frau für die erneut gewährte Hilfe. Die Zusammenarbeit mit dem Springer-Verlag – vor allem mit Frau Luisa Tonarelli und Herrn Dr. Christian Witschel – und dem für die Datenkonvertierung und den Satz zuständigen Büro Stasch gehört zu den höchst erfreulichen Seiten bei der Vorbereitung dieser 3. Auflage.

Bonn, im März 2004

Helmut Kraus

Vorwort

In dem Brief, den Evangelista Torricelli 1644 über seinen berühmten Barometerversuch an Michelangelo Ricci schrieb, findet sich der Satz: „Wir leben untergetaucht am Boden eines Ozeans aus elementarer Luft, von der wir nach unwiderlegbaren Experimenten wissen, dass sie ein Gewicht hat ...“. Diesen Ozean aus Luft nennen wir die Atmosphäre; wir werden ihrer und der in ihr ablaufenden Prozesse bei so vielen Gelegenheiten gewahr, dass unsere Sprache sehr viele Ausdrücke kennt, die die atmosphärischen Zustände und Vorgänge beschreiben, vom säuselnden Wind bis zum Orkan, vom Nieselregen bis zum Sturzregen, von den Schäfchenwolken bis zu vielzelligen riesigen Gewittern. Und weil diese Atmosphäre – vor allem ihr unterer Teil – unser Lebensraum ist und wir ihr folglich unausweichlich ausgeliefert sind, interessiert uns einfach, was da alles vor sich geht. Wir kommen so nicht umhin, uns mit den atmosphärischen Vorgängen auseinanderzusetzen.

Diese Auseinandersetzung ist im Prinzip so alt wie die Menschheit; die *Geschichte dieses die Atmosphäre verstehen Lernens* weist Ansätze z. B. bei den Ägyptern (3500 v. Chr.), Babyloniern (an Euphrat und Tigris, nach 3000 v. Chr.) oder Indern (erste Regenmessungen im 4. Jahrh. v. Chr.) auf. Aristoteles (384–322 v. Chr.) versuchte in seinem vierbändigen Werk „Meteorologie“ alle Naturphänomene zwischen Erde und Himmel zu erklären. Im 17. Jahrhundert fällt die Entwicklung von wichtigen, die atmosphärischen Zustände erfassenden Messgeräten; sie ist mit Namen wie Galileo Galilei (1564–1642), Evangelista Torricelli (1608–1647) oder auch des Magdeburger Bürgermeisters Otto von Guericke (1602–1686) verbunden und führte zu vielen Erkenntnissen, so über das Vakuum, über den Luftdruck oder über den in der Luft enthaltenen Wasserdampf. Die atmosphärische Wissenschaft hat sich dann sehr rasch und umfangreich entwickelt bis in unsere Zeit, in der man die Atmosphäre recht erfolgreich durch eine Fülle von Messgeräten (z. B. von Satelliten aus) überwacht und in der die in ihr ablaufenden Prozesse durch leistungsfähige Computer simuliert werden.

Die Wissenschaft von der Atmosphäre nennen wir Meteorologie. Sie wird an vielen Universitäten in Lehre und Forschung betrieben, und es gibt auch ein eigenes Berufsbild des Meteorologen, das allerdings eine ähnliche Vielfalt aufweist wie etwa das des Arztes. Dieses Buch versucht nun, den Leser in diese Wissenschaft von der Erdatmosphäre einzuführen, ihm eine Hilfe zu geben beim *Einstieg* in diese sich ständig ausweitende und vertiefende Disziplin. Das Buch will dem Leser aber auch einen *Überblick* über die Meteorologie vermitteln.

Ein Grundproblem oder eine Grundeigenschaft eines jeden Buches ist die *Sprache*. Hier wird bewußt die deutsche Sprache gewählt. Sprache beinhaltet über nationale oder ethnische Merkmale hinaus mannigfaltige Möglichkeiten, etwas mitzuteilen. Dabei spielt das Verständnisniveau, das der Sprechende/Schreibende beim Hörenden/Lesenden voraussetzt, eine bedeutende Rolle. Bei einem Buch ist dies auch gekoppelt mit der Bereitschaft des Lesers, das vom Autor Angebotene aktiv durchzuarbeiten. So möchte dieses Buch Leser ansprechen, die in ihrem Bestreben, die Meteorologie verstehen zu lernen, die damit verbundenen Mühen nicht scheuen.

Ein wesentlicher Anteil der Sprache dieses Buches wird von der mathematisch-physikalischen Denkweise geprägt, die bei der Behandlung der Physik der Atmosphäre unumgänglich ist. Dies bedeutet keine Zumutung für den Leser, da ja schließlich auf dem Weg zum Abitur eine Ausbildung in Mathematik und Physik angeboten wird und z. B. in unserem Land derzeit mehr als ein Drittel der Jugendlichen auf ihrem Lebensweg das Abitur besteht. Wer dabei versäumt hat, diese Sprache zu lernen und erst später seine Liebe zur Meteorologie entdeckt, muss das Versäumte durch Selbststudium nachholen. Es ist durchaus die Absicht dieses Buches, auch solchen Lesern, die mehr dem geographisch/ökologischen Umfeld zuzuordnen sind, Zugang und Einstieg in die Meteorologie zu bieten. Die Erfahrung lehrt, dass dies möglich ist, denn dieses Buch basiert auf einer viele Jahre lang an der Universität Bonn gehaltenen Vorlesung „Einführung in die Meteorologie“, die nicht nur von angehenden Meteorologen und Physikern, sondern auch von vielen Geographie-Studenten mit Erfolg gehört wurde.

Das Buch enthält 6 Teile: Teil I behandelt *Einige Grundlagen*, wovon die Skalenweise (s. Kap. 2) hier hervorgehoben werden soll. *Die meteorologischen Elemente*, das sind die physikalischen Grundgrößen (z. B. Luftdruck, Temperatur, Luftfeuchtigkeit), mit denen wir es in der Meteorologie zu tun haben, sind Gegenstand von Teil II. Schwerpunkte bei der Behandlung der einzelnen Größen sind ihre physikalische Bedeutung, die Methoden, wie man sie erfassen kann (als Beispiel experimenteller Meteorologie), und ihre globalen, regionalen oder vertikalen Verteilungen, das sind die Felder dieser Größen. Die Teile III und IV wenden sich dann den zentralen Themen der theoretischen Betrachtung zu, der *Thermodynamik der Atmosphäre* und der *Dynamik der Atmosphäre*, wobei das Verständnis für die thermodynamischen Prozesse (z. B. die Entwicklung von Wolken und Niederschlag) und für die Strömungsprozesse vermittelt werden soll. Wetteranalyse und Wettervorhersage als ein zentrales Anliegen der Meteorologie werden in Teil V (*Synoptische Meteorologie*) behandelt. Das Klimaproblem ist Gegenstand von Teil VI (*Klimatologie*). Dieser Inhalt des Buches spiegelt den oben versprochenen Überblick wider. Das Buch versteht sich als ein Lehrbuch, und es enthält deshalb in Anhang B eine Reihe von Fragen und Übungsaufgaben, um die gewonnenen Erkenntnisse zu vertiefen.

Kapitel 6

Die Windgeschwindigkeit

6.1 Definition

Die *Windgeschwindigkeit* ist die *Geschwindigkeit*, mit der sich die Luft bewegt. Dies können wir als Definition der hier zu behandelnden Größe ansehen. Sie ist eine vektorielle Größe, wir bezeichnen sie mit \vec{v} , ihre SI-Einheit ist m s^{-1} .

Wenn wir davon sprechen, dass sich die Luft bewegt oder dass die Luft eine Dichte oder einen Druck habe, dann beziehen wir diese Eigenschaften immer auf *Luftteilchen* oder *Luftpakete* (engl. *parcels of air*). Diese makroskopische Betrachtungsweise ist die Grundlage der Kontinuums-Mechanik oder -Hydrodynamik. Ein solches Luftpaket muss so viele Moleküle enthalten, dass die statistischen Eigenschaften Windgeschwindigkeit, Druck, Dichte usw. eindeutig definiert sind. Dies ist bereits bei sehr kleinen Luftteilchen der Fall. Zum Beispiel besteht ein kugelförmiges Teilchen trockener Luft von nur 1 mm Durchmesser bei einer Dichte von 1 kg m^{-3} aus $1 \cdot 10^{16}$ Molekülen, womit die genannte Bedingung sicher erfüllt ist. Aber wir können uns natürlich auch größere Teilchen vorstellen. Ein *Luftteilchen* muss auch eine zweite Bedingung erfüllen, nämlich die, dass das Teilchen bzw. das von ihm eingenommene Volumen sehr klein ist im Verhältnis zu dem gesamten betrachteten atmosphärischen Volumen oder Raum. In Näherung können wir dann auch von einem *Punkt* in diesem Raum sprechen. Jedes *Teilchen* (jeder *Punkt*) besitzt mit der ersten Bedingung statistisch eindeutig definierte Werte der verschiedenen meteorologischen Variablen (also von Dichte, Temperatur, Windgeschwindigkeit usw.). Diese Variablen und ihre Ableitungen werden als kontinuierliche Funktionen von Ort und Zeit betrachtet und spannen damit *vier-dimensionale Felder* auf. Wir sprechen deshalb von *Feld-Variablen* oder *Feldgrößen* (s. auch 2. Absatz zu Beginn von Teil II). Auf diese Weise gehören die Begriffe *Luftteilchen* und *atmosphärische*

Felder (bzw. *Feldgrößen*) im Sinne der hier dargestellten Kontinuums-Hypothese zusammen. Das in dieser Weise betrachtete Fluid (Gas oder Flüssigkeit) bezeichnet man als ein *Kontinuum*.

Vektoren sind Größen, die durch einen Betrag und eine Richtung im Raum definiert sind. Sie lassen sich zum Beispiel durch eine mit einem Richtungspfeil versehene Strecke, deren Länge den Betrag repräsentiert, im Raum darstellen. Größen, die allein durch einen bestimmten Betrag festgelegt sind (z. B. Druck, Temperatur, Dichte), nennt man *Skalare*. In diesem Sinne unterscheiden wir beim Vektor *Windgeschwindigkeit* \vec{v} die Begriffe *Windstärke* (das ist der Betrag) und *Windrichtung*.

In einem kartesischen (rechtwinkligen) Koordinatensystem, das wir in der Meteorologie so wählen, dass die *x*-Achse nach Osten, die *y*-Achse nach Norden und die *z*-Achse nach oben (entgegen der Schwerkraft) zeigt, lässt sich \vec{v} in seine *x*-, *y*- und *z*-Komponenten zerlegen, die wir mit *u*, *v* und *w* bezeichnen. Diese ergeben sich entsprechend Bild 6.1 mit Hilfe des Azimutwinkels λ und des Winkels der Zenitdistanz φ zu

$$u = |\vec{v}| \sin \varphi \cos \lambda$$

$$v = |\vec{v}| \sin \varphi \sin \lambda$$

$$w = |\vec{v}| \cos \varphi$$

Wir beschreiben den Windvektor unter Benutzung der Komponenten als

$$\vec{v} = u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k}$$

($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sind die Einheitsvektoren in *x*-, *y*- und *z*-Richtung) und die Windstärke als

$$|\vec{v}| = (u^2 + v^2 + w^2)^{1/2} = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$$

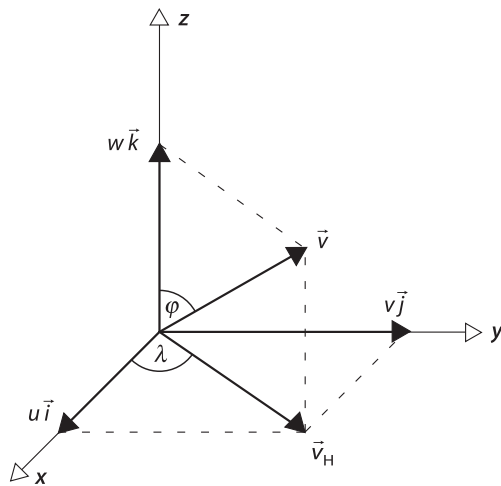


Bild 6.1. Darstellung des Vektors Windgeschwindigkeit \vec{v} mit seinen Komponenten u , v und w in einem kartesischen Koordinatensystem. \vec{v}_H ist der horizontale Windgeschwindigkeitsvektor, φ der Winkel der Zenitdistanz und λ der Azimutwinkel

Der Windvektor ist in dem benutzten kartesischen Koordinatensystem durch seine drei Komponenten bestimmt. In Polarkoordinaten definieren ihn die drei Bestimmungsstücke $|\vec{v}|$, λ und φ .

Wie beim Luftdruckfeld $p(x, y, z, t)$ haben wir es in der Atmosphäre auch beim Windvektor mit einem extrem komplizierten 4-dimensionalen Feld $\vec{v}(x, y, z, t)$ mit den Komponenten $u(x, y, z, t)$, $v(x, y, z, t)$ und $w(x, y, z, t)$ zu tun. Dabei ist die Vertikalkomponente des Windes meist um den Faktor 10^3 bis 10^4 kleiner als die Horizontalkomponente. Charakteristische Werte sind 1 mm s^{-1} für die Vertikal- und 10 m s^{-1} für die Horizontalkomponente. In Einzelfällen kann das allerdings ganz anders sein, so kommen im Kern von Konvektionszellen (z. B. schweren Gewittern) Vertikalwinde bis zu 40 m s^{-1} vor. Auch wenn sie meist klein im Vergleich zum Horizontalwind ist, erweist sich die Vertikalkomponente als sehr wetterwirksam, so z. B. beim Absinken der Luft in einem Hochdruckgebiet oder bei der Querkirkulation an Fronten. Weil sich Horizontal- und Vertikal-Komponente des Windes um mehrere Größenordnungen unterscheiden und weil die Vertikalwinde so schwer erfassbar sind (s. Abschn. 16.1), wird oft nur die horizontale Windgeschwindigkeit $\vec{v}_H = u\vec{i} + v\vec{j}$ und die horizontale Windstärke $|\vec{v}_H| = (u^2 + v^2)^{1/2}$ betrachtet. Dabei definiert man zur Richtungsbestimmung eine 36-teilige

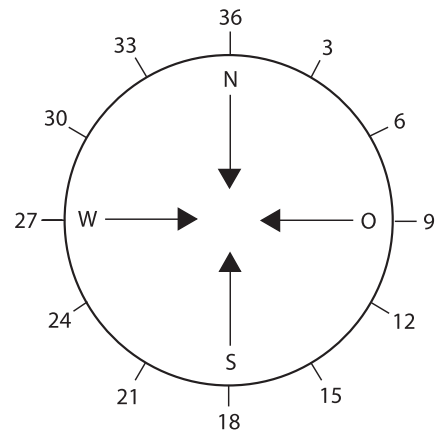


Bild 6.2. Horizontale Windrichtung nach einer 36-teiligen Skala; man gibt die Richtung an, aus der der Wind kommt. Die Angabe 00 bedeutet Windstille

Windrose mit einer Zuordnung zu den Richtungen, aus denen der Wind kommt, wie es Bild 6.2 zeigt. Zum Beispiel kommt ein Nordwind von Norden und wird mit der Zahl 36 verschlüsselt. Richtung 00 gibt man an, wenn die Windstärke so klein ist, dass man sie nicht feststellen kann.

6.2 Messung und Registrierung des Windes

Bei der Messung der Windgeschwindigkeit werden Betrag (Windstärke) und Richtung meist mit getrennten Messfühlern erfasst. Natürlich können wir hier nicht die Gesamtheit der Windmessverfahren einschließlich aller dabei auftretenden Probleme beschreiben. Zur Einführung in dieses Thema sei hier nur so viel gesagt, wie zum Grundverständnis notwendig erscheint. Die *Windrichtung* wird vielfach mit einer Windfahne gemessen, die in die Windrichtung, das ist die Richtung, aus der der Wind kommt, zeigt. Über ein ringförmiges elektrisches Potentiometer, auf dem ein mit der Windfahne verbundener Kontakt schleift, gelangt diese Richtung zur Anzeige. Das am häufigsten verwendete Gerät zur Messung der horizontalen *Windstärke* ist das Schalenkreuzanemometer (s. Bild 6.3). Ein Stern aus mehreren (meist 3) um eine vertikal stehende Achse herum angeordneten halbkugeligen oder konischen Schalen dreht sich um diese Achse. Man misst die Umdrehungsgeschwindigkeit U oder die Winkelgeschwindigkeit dieses Schalensterns.

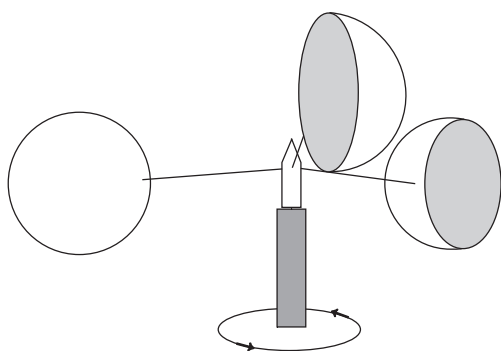


Bild 6.3. Schalenkreuzanemometer. Der Schalenstern dreht sich immer in die angegebene Richtung

Wie wir sogleich sehen werden, ist U streng proportional zu der die Schalen treffenden horizontalen Windstärke, wodurch sich eine einfache Auswertevorschrift ergibt.

Für zwei Schalen sei dies Prinzip hier mit Hilfe eines einfachen stationären (d. h. ohne Berücksichtigung der Zeit-Abhängigkeit) Modells beschrieben (s. Bild 6.4). Die Einfachheit des Modells erlaubt es auch, die auftretenden Geschwindigkeiten nur in einer Richtung zu betrachten und so auf die Vektorschreibweise zu verzichten. Auf jede Schale wirkt bei anströmendem Wind der Staudruck, in den die Luftdichte ρ , die Relativgeschwindigkeit V_R und ein Widerstandsbeiwert C eingehen. Letzterer hängt von der Form des Widerstandes ab und ist für eine konkave, dem Wind zugewandte Fläche größer als für eine konvexe. Der Wind „fängt“ sich in der konkaven Form, die konvexe Fläche versucht er zu umströmen. Deshalb dreht sich das Schalenkreuz so, dass die konkave, dem Wind zugewandte Form dem Wind wegläuft, die konvexe dem Wind zugewandte Form sich aber auf ihn zu bewegt. V_R ergibt sich aus der zu messenden Anströmgeschwindigkeit V und der Umlaufgeschwindigkeit U der Schalenmittelpunkte so, dass V_R der dem Wind weglaufernden Schale gleich $V - U$ und der auf den Wind zulaufenden Schale gleich $V + U$ ist. Dies und das Folgende gilt ausdrücklich nur für die im Bild 6.4 gezeichnete Stellung der Schalen. Den Staudruck beschreiben wir durch $\frac{1}{2} C \rho V_R^2$. Dabei beträgt der Widerstandsbeiwert C_1 für die konkave Schale etwa 1,3 und der Wert C_2 für die konvexe etwa 0,3. Aus dem Staudruck folgt durch Multiplikation mit der Querschnittsfläche der Schalen F die auf die betref-

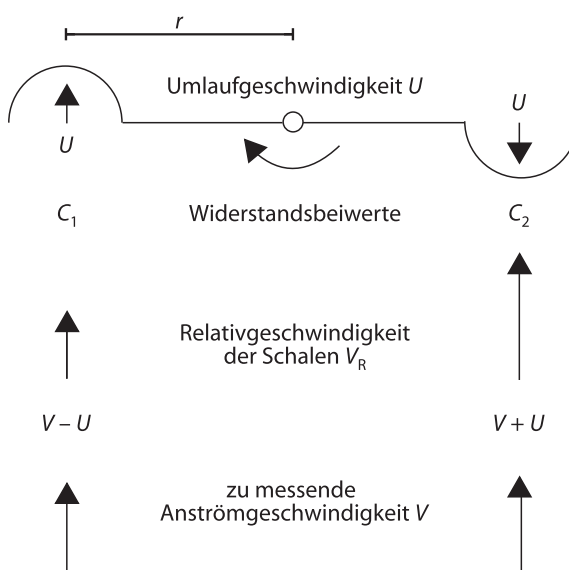


Bild 6.4. Horizontalschnitt durch ein aus zwei Schalen bestehendes Schalenkreuzanemometer zur Erläuterung der einfachen Herleitung der linearen Beziehung zwischen der Anströmgeschwindigkeit V und der Umlaufgeschwindigkeit U der Schalenmittelpunkte

fende Schale wirkende Kraft und durch weitere Multiplikation mit dem Abstand r der Schalenmittelpunkte von der Drehachse das Moment dieser Kraft. Das Momentengleichgewicht der beiden Schalen schreiben wir als

$$\frac{1}{2} C_1 \rho (V - U)^2 F r = \frac{1}{2} C_2 \rho (V + U)^2 F r$$

oder nach Kürzen

$$(V + U)/(V - U) = \pm (C_1/C_2)^{1/2} = \pm q$$

woraus sich mit dem positiven Vorzeichen (nur dieses hat hier physikalisch einen Sinn, da $V > U$)

$$V = kU \quad \text{mit} \quad k = (q + 1)/(q - 1)$$

folgt. Mit den obigen Widerstandsbeiwerten ist $k \approx 3$. Diese Ableitung lehrt uns, dass sich die zu messende Horizontalwindstärke V als lineare Funktion der Umdrehungsgeschwindigkeit U ergibt und zwar etwa als das Dreifache von U . Außerdem sieht man leicht ein, dass das rotations-symmetrische Gerät die horizontale Windstärke erfasst, ohne unterscheiden zu können, aus welcher Richtung der

die Drehmomente an den Armen erzeugende Horizontalwind kommt.

Natürlich läßt sich diese einfache Näherung der Schalenkreuz-Anemometer-Gleichung verbessern. Dazu betrachtet man das Kraftmoment M auf nur einen Arm während eines ganzen Umlaufs, d. h. für alle Azimutwinkel α von 0° bis 360° oder von 0 bis 2π . Hierbei ist allerdings zu bedenken, dass nicht nur M , sondern auch C und V_R Funktionen von α sind, so dass

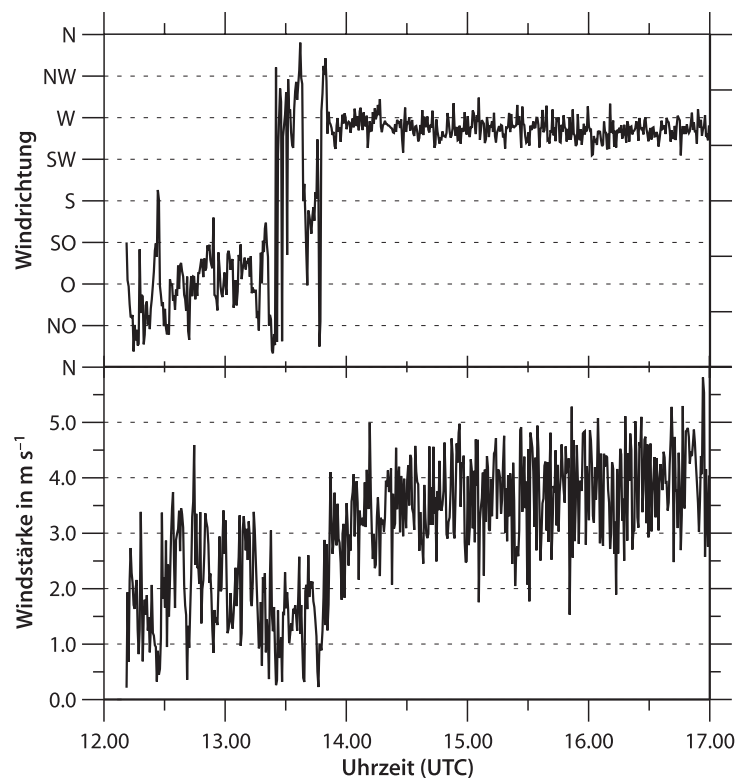
$$M(\alpha) = \frac{1}{2} C(\alpha) \rho V_R^2(\alpha) F r$$

Wenn wir wie oben wieder annehmen, dass das Anemometer reibungsfrei arbeitet und dass es vom Wind gleichmäßig (stationär) angeströmt wird, dann muss die Summe über die Momente $M(\alpha)$ in allen möglichen Stellungen, also das Integral über $M(\alpha)$ für einen ganzen Umlauf, gleich Null sein, so wie wir auch oben das Momentengleichgewicht als Summe über die beiden Momente, die sich dann zu Null ergänzen, hätten schreiben können. Es gilt also

$$\int_0^{2\pi} M(\alpha) d\alpha = 0$$

Bild 6.5.

Beispiel einer Registrierung von Windrichtung und Windstärke, gemessen 3 m über der Erdoberfläche mit einem zeitlich hoch auflösenden Ultraschall-Anemometer. Eingetragen sind 30 s-Mittelwerte. Bild: Cl. Drüe (Meteor. Inst. Univ. Bonn)



Ein wichtiges Ergebnis einer solchen exakteren Rechnung, die wir hier nicht vorführen, besteht in der Bestätigung, dass k wirklich eine Konstante ist. Diese kann man durch Eichung in einem Windkanal bestimmen. Es ist dann möglich, aus einer Messung von U (z. B. über die Rotationsfrequenz) V auszurechnen oder V direkt zu registrieren. Dies hier beschriebene, als Messgerät doch recht einfache Schalenkreuzanemometer erfordert weitere recht komplizierte Rechnungen, will man sein *dynamisches Verhalten* studieren, das heißt, wie es sich bei einem mit der Zeit stark variablen V bzw. Windvektor benimmt.

Solche Überlegungen führen uns dann zu der Frage, wie gleichmäßig oder ungleichmäßig der Wind überhaupt weht. Eine Antwort gibt die Registrierung von Windrichtung und Windstärke in Bild 6.5. Man erkennt die starken Schwankungen beider Größen. Diese Fluktuationen sind von großer Bedeutung, wenn wir in Abschn. 6.4 den Begriff der Turbulenz definieren und wenn wir dort versuchen, den atmosphärischen Transport zu verstehen. Man ersieht daraus auch, dass es bei der Angabe von Werten der Windstärke und der Windrichtung von erheblicher Bedeutung ist, ob es

sich um Momentanwerte, Extremwerte oder Mittelwerte über unterschiedliche Zeitintervalle handelt.

Man kann die Windstärke auch schätzen. Bevor man Instrumente hatte, benutzte man dazu empirische Skalen. Die bekannteste ist die *Beaufort-Skala*, die in Kasten 6.1 bzw. Tabelle 6.1a und b dargestellt wird. Sie wird heute z. B. noch von Seglern oder im allgemeinen Sprachgebrauch verwendet, weil sie recht anschaulich ist. Die Beaufort-Grade entsprechen bestimmten Stufen der über 10 min gemittelten Windstärke.

6.3 Änderung von Größen mit den Feldkoordinaten

Bei den meteorologischen Elementen handelt es sich – wie schon öfter erwähnt – um *Feldgrößen*; sie alle sind Funktionen von x, y, z und t , das heißt, sie ändern sich mit diesen vier Feldkoordinaten. Diese Änderungen beschreibt man mit dem mathematischen Hilfsmittel der Differentialrechnung. Nun gibt es da zwei unterschiedliche Begriffe, die auch physikalisch höchst bedeutsame Unterschiede beinhalten, das *totale* und das *partielle Differential*. Man spricht auch von totaler und partieller Ableitung.

Änderungen in Richtung nur einer der Feldkoordinaten x, y, z, t bezeichnet man als partielle Differentiale. Für eine beliebige Eigenschaft ε , die ein Luftteilchen besitzt, schreiben wir sie als

$$\left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right|_{y,z,t}, \quad \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right|_{x,z,t}, \quad \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right|_{x,y,t}, \quad \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right|_{x,y,z}$$

wobei z. B. der erste Ausdruck die Änderung von ε beschreibt, wenn sich nur die Koordinate x ändert, während y, z und t festgehalten werden. Der letzte Ausdruck bedeutet sinngemäß die Änderung von ε nur mit der Zeit t , während alle drei Ortskoordinaten festgehalten werden. Diese Ableitung nennt man wegen des festen Ortes auch *lokale Ableitung* oder *lokale Änderung* oder *lokalen partiellen Differentialquotienten*. Wir können hier auch direkt physikalische Bedeutungen erkennen: mit einem an einem festen Ort installierten Thermometer misst man $T(t)$, die von einem mit ihm verbundenen Registriergerät angezeigten Veränderungen sind $\partial T / \partial t$.

Eine Vertikalsondierung (z. B. mit einer Radiosonde) misst das Profil $T(z)$ bzw. $\partial T / \partial z$ bei festgehaltenen x, y und t , wenn man das horizontale Verdriften der Sonde und das Verstreichen der Zeit beim Aufstieg nicht berücksichtigt.

Die Bewegung eines Luftteilchens beschreiben wir über seine Geschwindigkeit, d. h. über den Weg \vec{s} , den es in der Zeit t zurücklegt. Dies ist eine Raumkoordinaten-Änderung, die das Teilchen mit der Zeit vollzieht, und wir schreiben dies als

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} \quad \text{mit} \quad \vec{s} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

wobei \vec{i}, \vec{j} und \vec{k} die Einheitsvektoren in x -, y - und z -Richtung bedeuten. Da wir bei dieser Änderung mit der Zeit keine der 4 Feldkoordinaten festhalten, können wir nicht mehr $\partial / \partial t$ schreiben, wie wir es bei den partiellen Differentialen getan haben. Vielmehr benutzen wir hier das kleine d und schreiben d/dt , was wir als totales Differential bezeichnen und unten noch näher erklären werden. Die Änderung des Weges \vec{s} mit der Zeit ergibt sich so als

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

Die Komponenten von \vec{v} , das sind $dx/dt, dy/dt$ und dz/dt , bezeichnen wir mit u, v und w . Sie lassen sich nach der Vektorrechnung, deren Kenntnis wir hier voraussetzen, auch als skalare Produkte von \vec{v} mit dem jeweiligen Einheitsvektor schreiben, so dass für sie insgesamt gilt:

$$u = \frac{dx}{dt} = \vec{v} \cdot \vec{i}$$

$$v = \frac{dy}{dt} = \vec{v} \cdot \vec{j}$$

$$w = \frac{dz}{dt} = \vec{v} \cdot \vec{k}$$

Als nächstes fragen wir danach, wie sich bei einem Luftteilchen, das sich frei im Raum bewegt, die Eigenschaft ε mit der Zeit ändert, ohne dass dabei irgendeine Koordinate festgehalten wird. Diese Ableitung ist natürlich etwas anderes als die zeitliche

Änderung an einem festen Ort; es ist die Änderung von ε , die ein bewegtes Luftteilchen erfährt, oder die Änderung von ε , die man feststellt, wenn man mit dem Luftteilchen reist, oder die Änderung von ε auf einer Teilchenbahn (engl. *following a parcel path*). Wir sprechen auch von der *individuellen Änderung* (in Bezug auf ein individuelles Teilchen) oder von der *totalen Änderung* (oder dem *totalen Differentialquotienten* oder der *totalen Ableitung*), letzteres, weil nun Änderungen mit allen vier Koordinaten berücksichtigt werden. Man erkennt den Zusammenhang mit den partiellen Ableitungen, wenn man sich ein Teilchen vorstellt, das sich in dem vierdimensionalen Raum, in dem wir denken, von einem Punkte

$P_0(x_0, y_0, z_0, t_0)$ zu dem Punkt

$P_1(x_0 + dx, y_0 + dy, z_0 + dz, t_0 + dt)$

bewegt und dabei eine Änderung $d\varepsilon$ erfährt. Diese ergibt sich zu

$$d\varepsilon = \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right|_{x,y,z} dt + \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right|_{y,z,t} dx + \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right|_{x,z,t} dy + \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right|_{x,y,t} dz$$

Mit den oben definierten Geschwindigkeitskomponenten wird daraus

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + w \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \varepsilon$$

Dies ist die totale Ableitung von ε nach der Zeit, wobei alle partiellen Ableitungen berücksichtigt werden. $\vec{\nabla}$ ist der *Nabla-Operator*. Dieser wird mathematisch wie ein Vektor mit den Komponenten $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$ und $\partial/\partial z$ behandelt; $\vec{\nabla} \varepsilon$ bedeutet grad ε , wenn ε ein Skalar ist. $\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \varepsilon$ ist das skalare Produkt der Vektoren \vec{v} und $\vec{\nabla} \varepsilon$. Die letzte Gleichung besagt, dass sich die totale Ableitung $d\varepsilon/dt$ aus der *lokalen Änderung* $\partial \varepsilon / \partial t$ und den mit den Geschwindigkeitskomponenten verbundenen Änderungen $\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \varepsilon$ zusammensetzt. Letztere nennt man auch *konvektive Änderungen*.

Dies ist noch näher zu erläutern: Es kann vorkommen, dass sich die Feldgröße ε am festen Ort

Kasten 6.1. Die Beaufort-Skala

Die 12-teilige Skala für die horizontale Windstärke (s. Tabelle 6.1b) beruht auf dem Vorschlag des englischen Admirals und Hydrographen Sir Francis Beaufort (1774–1857) aus dem Jahre 1806. Die Grade 13 bis 17 wurden erst in neuerer Zeit zur Unterteilung der Orkanstufe eingeführt (s. Tabelle 6.1a). Die ursprüngliche Beaufort-Skala umfasst nur die Grade 0 bis 12. Beaufort hat seine Grade über die Auswirkung der Windstärke auf eine vollgetakelte Fregatte seiner Zeit definiert. Mit der Veränderung der Schiffe ging man dazu über, sie mit den Auswirkungen des Windes auf See zu vergleichen; Beziehungen zu den Auswirkungen auf Land wurden erst später aufgestellt. Die Zuordnung zu bestimmten horizontalen Windstärken erfolgte erst, als man diese zuverlässig messen konnte. Die Auswirkungen auf See beurteilt man nach der Größe und Höhe der Wellen, dem Auftreten von Gischt und anderen Erscheinungen. Dabei wird angenommen, dass die Beobachtung über dem offenen Meer erfolgt und der Wind lange genug geweht hat, um den entsprechenden Zustand des Meeres zu bewirken. Deshalb macht es auch nur Sinn, diesen Zustand des Meeres mit einem zeitlichen Mittel der Windstärke zu korrelieren. In der Praxis der Wetterdienste sind das *10 min-Mittel*. Als Formel für

Tabelle 6.1a. Die den Beaufortgraden entsprechenden 10 min-Mittel der Windstärke in einer Höhe von 10 m (Standard-Höhe) über der Oberfläche

Beaufortgrad	m s ⁻¹	km h ⁻¹	Knoten
0	0 – 0,2	0 – 1	0 – 1
1	0,3 – 1,5	1 – 5	1 – 3
2	1,6 – 3,3	6 – 11	4 – 6
3	3,4 – 5,4	12 – 19	7 – 10
4	5,5 – 7,9	20 – 28	11 – 15
5	8,0 – 10,7	29 – 38	16 – 21
6	10,8 – 13,8	39 – 49	22 – 27
7	13,9 – 17,1	50 – 61	28 – 33
8	17,2 – 20,7	62 – 74	34 – 40
9	20,8 – 24,4	75 – 88	41 – 47
10	24,5 – 28,4	89 – 102	48 – 55
11	28,5 – 32,6	103 – 117	56 – 63
12	32,7 – 36,9	118 – 133	64 – 71
13	37,0 – 41,4	134 – 149	72 – 80
14	41,5 – 46,1	150 – 166	81 – 89
15	46,2 – 50,9	167 – 183	90 – 99
16	51,0 – 56,0	184 – 201	100 – 108
17	≥ 56,1	≥ 202	≥ 109



die Umrechnung von Beaufort-Graden B in Windstärken V in m s^{-1} gilt $V = 0,836 B^{3/2}$. Diese Windstärken gelten für einen Windmesser in 10 m Höhe. Umrechnung: $1 \text{ m s}^{-1} = 3,6 \text{ km h}^{-1} = 1,94 \text{ Knoten} = 1,94 \text{ Seemeilen h}^{-1}$.

Tabelle 6.1b. Die Auswirkungen des Windes im Binnenland und auf See

Beaufortgrad	Bezeichnung	Auswirkungen des Windes im Binnenland	Auswirkungen des Windes auf See
0	Windstille	Windstille; Rauch steigt gerade empor	Spiegelglatte See
1	leiser Zug	Windrichtung angezeigt nur durch Zug des Rauches, aber nicht durch Windfahne	Kleine schuppenförmig aussehende Kräuselwellen ohne Schaumkämme
2	leichte Brise	Wind am Gesicht fühlbar; Blätter säuseln; Windfahne bewegt sich	Kleine Wellen, noch kurz, aber ausgeprägter; Kämme sehen glasig aus und brechen sich nicht
3	schwache Brise	Blätter und dünne Zweige bewegen sich; Wind streckt einen Wimpel	Kämme beginnen sich zu brechen; Schaum überwiegend glasig, ganz vereinzelt können kleine weiße Schaumköpfe auftreten
4	mäßige Brise	Hebt Staub und loses Papier; bewegt Zweige und dünne Äste	Wellen noch klein, werden aber länger; weiße Schaumköpfe treten aber schon ziemlich verbreitet auf
5	frische Brise	Kleine Laubbäume beginnen zu schwanken; Schaumkämme bilden sich auf Seen	Mäßige Wellen, die eine ausgeprägte lange Form annehmen; überall weiße Schaumkämme; ganz vereinzelt kann schon Gischt vorkommen
6	starker Wind	Starke Äste in Bewegung; Pfeifen in den Telegraphenleitungen; Regenschirme sind schwierig zu benutzen	Bildung großer Wellen beginnt; Kämme brechen sich und hinterlassen große weiße Schaumflächen; etwas Gischt
7	steifer Wind	Ganze Bäume in Bewegung; fühlbare Hemmung beim Gehen gegen den Wind	See türmt sich; der beim Brechen entstehende weiße Schaum beginnt sich in Streifen in die Windrichtung zu legen
8	stürmischer Wind	Bricht Zweige von den Bäumen; erschwert erheblich das Gehen gegen den Wind	Mäßig hohe Wellenberge mit Kämmen von beträchtlicher Länge; von den Kanten der Kämme beginnt Gischt abzuwehen; Schaum legt sich in gut ausgeprägten Streifen in die Windrichtung
9	Sturm	Kleinere Schäden an Häusern; Rauchhauben und Dachziegel werden abgeworfen	Hohe Wellenberge, dichte Schaumstreifen in Windrichtung; Rollen der See beginnt; Gischt kann die Sicht schon beeinträchtigen
10	schwerer Sturm	Entwurzelt Bäume; bedeutende Schäden an Häusern	Sehr hohe Wellenberge mit langen überbrechenden Kämmen; See weiß durch Schaum; schweres stoßartiges Rollen der See; Sichtbeeinträchtigung durch Gischt
11	orkanartiger Sturm	Verbreitete Sturmschäden (sehr selten im Binnenland außer auf Bergen)	Außergewöhnlich hohe Wellenberge; durch Gischt herabgesetzte Sicht
12	Orkan	Verwüstende Wirkung	Luft mit Schaum und Gischt angefüllt; See vollständig weiß; Sicht sehr stark herabgesetzt; jede Fernsicht hört auf

mit der Zeit nicht ändert, dass also $\partial \varepsilon / \partial t = 0$ ist. In diesem Falle sagt man, die Feldgröße verhalte sich stationär. Die bewegten Teilchen können aber dennoch ihre Eigenschaft ε bei der Bewegung ändern, nämlich entsprechend \vec{v} und dem Gradienten von ε in dem stationären Feld. Weht z. B. in einem stationären Temperaturfeld nur ein Wind in x -Richtung, so ist in diesem Falle die totale Änderung der Temperatur mit der Zeit $dT/dt = u \partial T / \partial x$. Man sollte sich aber klar machen, woher diese Erwärmung kommt. Als einzige Erklärung bleibt, dass die Teilchen „intern“ erwärmt werden, also z. B. durch Absorption von Strahlung oder frei werdende Kondensationswärme. Somit ist dT/dt in diesem Falle nicht nur gleich der konvektiven Änderung von T , sondern entspricht auch den vorhandenen internen Wärmequellen. Der Leser möge sich die Aussage der letzten Gleichung auch noch für die Fälle $d\varepsilon/dt = 0$ und konvektive Änderung gleich Null überlegen. In Abschn. 6.5 werden diese Gedanken noch einmal aufgegriffen.

Die Änderung auf einer Teilchenbahn – also $d\varepsilon/dt$ – wird als *Lagrangesche Änderung* bezeichnet, man spricht auch von der *Lagrangeschen Betrachtungsweise*, wenn man die individuellen Änderungen studiert. Im Gegensatz dazu befasst sich die *Eulersche Betrachtungsweise* mit den Änderungen an einem bestimmten Ort oder in einem ortsfesten Volumenelement; sie widmet sich also der lokalen Änderung $\partial \varepsilon / \partial t$.

Mit Übergängen, wie wir sie oben von der Gleichung für $d\varepsilon$ zu der für $d\varepsilon/dt$ vollzogen haben, muss man in der Differentialrechnung sehr vorsichtig sein. Oben war der Übergang erlaubt, weil wir die Geschwindigkeitskomponenten dx/dt , dy/dt und dz/dt vorher definiert hatten. Anders wäre dies, wollten wir aus der Gleichung für $d\varepsilon$ Gleichungen für $d\varepsilon/dx$, $d\varepsilon/dy$ oder $d\varepsilon/dz$ bilden. Dies ist nicht möglich, da Differentialquotienten wie dt/dx , dt/dy und dt/dz nicht definiert sind. Dennoch kann man den bloßen (also ohne die entsprechenden rechten Seiten der obigen Gleichungen) Ausdruck $d\varepsilon/dz$ sinnvoll benutzen; durch die Schreibweise der individuellen Änderung sagt man, dass die Änderung von ε gemeint sei, die ein Teilchen beim vertikalen Aufstieg erfährt, was etwas anderes bedeutet als das oben über die partielle Ableitung $\partial \varepsilon / \partial z$ erläuterte Profil von ε .

6.4 Der Transport einer spezifischen Eigenschaft

Atmosphärische Transporte erfolgen – mit Ausnahme des Energietransportes durch elektromagnetische Wellen, dazu s. Kap. 9 – immer zusammen mit bewegten Molekülen oder unterschiedlich großen Luftteilchen des betrachteten Kontinuums (s. Abschn. 6.1). Ein Transport mit molekularen Teilchen (Brownsche Molekularbewegung) bleibt natürlich klein. Die Transportkapazität steigt mit der Größe der bewegten Luftpakete. Wir interessieren uns hier dafür, was alles in der Atmosphäre transportiert werden kann und welche Flüsse und/oder Flussdichten der transportierten Eigenschaften dabei entstehen.

In der Atmosphäre werden z. B. die Eigenschaften Masse und Energie transportiert. Enthält ein Luftteilchen eine bestimmte Masse eines Spurenstoffes oder – als ein anderes Beispiel – einer Luftverunreinigung, so geben wir an, wieviel Masse des Spurenstoffes auf die Masseneinheit des den Spurenstoff transportierenden Luftteilchens entfällt. Die so gebildete Größe hat die Einheit Masse des Spurenstoffes durch Masse der Luft oder allgemein transportierte Eigenschaft pro Masse der Luft. Da wir auf die Masse bezogene Größen als *spezifische Größen* bezeichnen, sprechen wir von einer spezifischen transportierten Eigenschaft, die hier allgemein mit χ bezeichnet werden soll. χ kann z. B. auch für eine Energie pro Masseneinheit, also eine spezifische Energie, stehen.

Als *Fluss* einer Eigenschaft definieren wir die Eigenschaft, die pro Zeiteinheit durch einen beliebigen Querschnitt fließt; die SI-Einheit für einen Spurenstoff-Massenfluss ist kg s^{-1} , für einen Energiefluss J s^{-1} . Eine als *Flussdichte* bezeichnete Größe enthält zusätzlich noch den Bezug auf die Flächeneinheit; sie ist definiert als die Eigenschaft, die pro Zeiteinheit durch die Flächeneinheit fließt; die entsprechenden SI-Einheiten für die obigen Beispiele sind $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ und $\text{J m}^{-2} \text{s}^{-1}$.

Wie läßt sich nun die Flussdichte für eine bestimmte spezifische Eigenschaft χ , deren Einheit Eigenschaft $\cdot \text{kg}^{-1}$ ist, beschreiben? Eine Einheiten-Analyse mit $\rho =$ Luftdichte läßt erkennen, dass

$$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad [\vec{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad [\rho \vec{v}] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

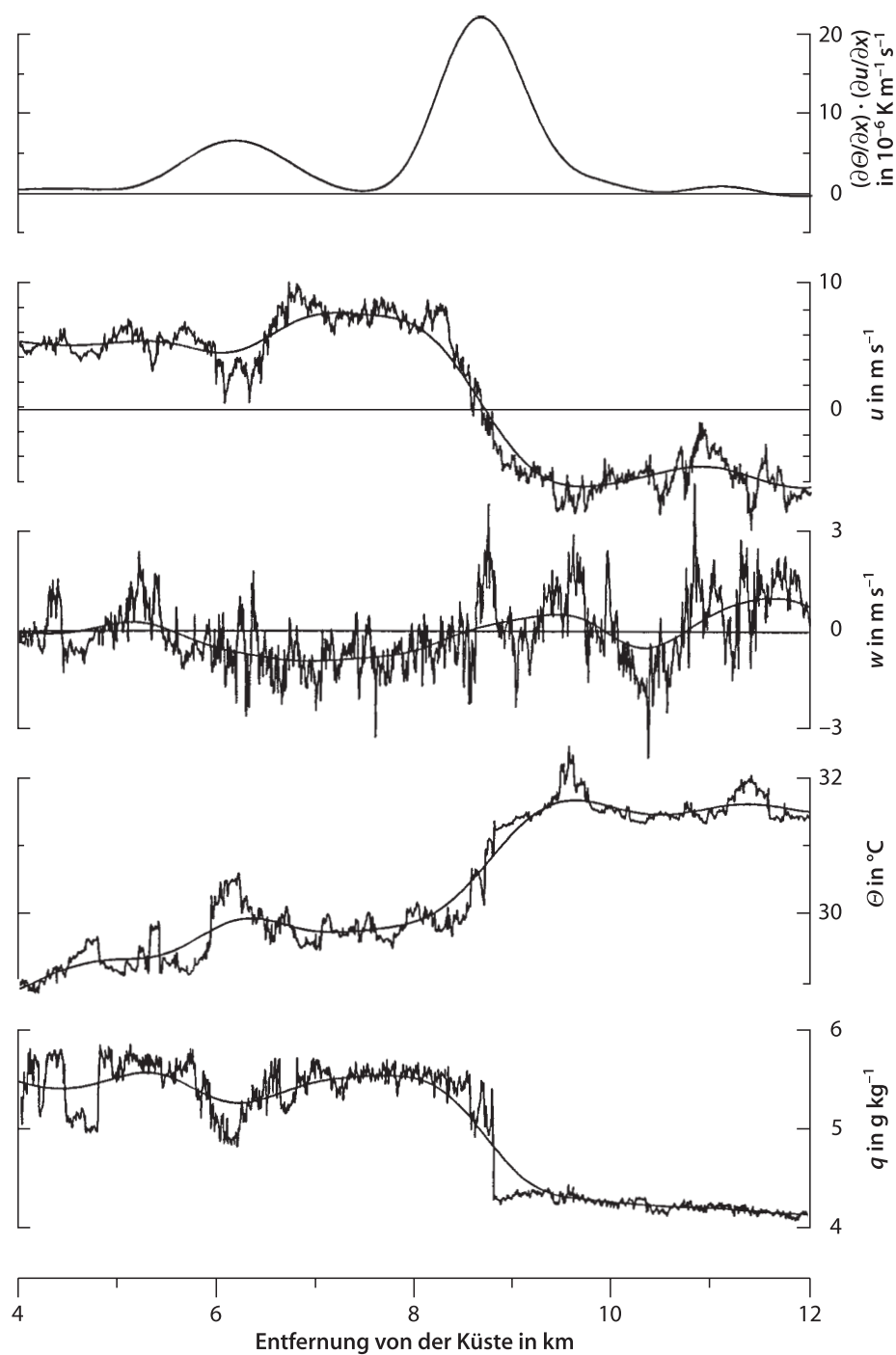


Bild 6.6. Verteilung der Größen (von unten) spezifische Feuchte q , potentielle Lufttemperatur Θ , vertikale Komponente der Windgeschwindigkeit w und horizontale Komponente der Windgeschwindigkeit u . Diese Daten wurden quer zu einer Seewindfront in einer Höhe von 160 m über dem Erdboden mit einem Flugzeug gemessen. Die Abszisse bezeichnet die Entfernung von der Küste. Die *unruhigen Kurven* stellen die in hoher Auflösung ($\Delta x = 3$ m) gewonnenen Messwerte dar, die *glatten Kurven* sind aus den Messwerten durch ein spezielles Glättungsverfahren (hier: Tiefpaß-Filterung mit einer Cut-off Wellenlänge von 2 km) entstanden. Auf die die Deformations-Frontogenese zeigende *oberste glatte Kurve* wird in Abschn. 20.2.5 Bezug genommen. Nach Kraus et al. (1990)

$$[\rho \bar{v} \chi] = \frac{\text{Eigenschaft}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

und somit $\rho \bar{v}$ eine Massen-Flussdichte und $\rho \bar{v} \chi$ eine Eigenschafts-Flussdichte ist. Im Falle, dass χ für eine spezifische Energie steht, d. h. $[\chi] = \text{J kg}^{-1}$, ist $\rho \bar{v} \chi$ eine Energie-Flussdichte mit $[\rho \bar{v} \chi] = \text{J m}^{-2} \text{s}^{-1}$.

An dieser Stelle knüpfen wir nun an die Ausführungen des Abschn. 6.2 an, wo von den starken Fluktuationen des Windes die Rede war. Solche Schwankungen finden wir bei allen atmosphärischen Größen, also auch bei der Lufttemperatur und der Luftfeuchtigkeit oder ganz allgemein bei den Größen, die wir uns hinter den in diesem Kapitel verwendeten Symbolen ε und χ vorstellen. Diese Aussage zu erhärten, ist Zweck des Bildes 6.6, das der Leser mit Hilfe der ausführlichen Legende studieren möge. Natürlich ist die Stärke der Fluktuationen abhängig von der Trägheit der betreffenden Messfühler. Ein wegen seiner großen Wärmekapazität träges und somit langsam reagierendes Thermometer glättet diese Schwankungen, während ein trägheitsarmer Messfühler die realen Schwankungen der atmosphärischen Parameter weitgehend nachzeichnet.

Bild 6.7 zeigt skizzenhaft, wie sich eine meteorologische Größe mit der Zeit ändert. Zur Referenzzeit t_R , die in der Mitte des Zeitintervalls Δt liegt, läßt sich über die Zeit Δt ein Mittelwert $\bar{\varepsilon}(t_R, \Delta t)$ bilden, so dass für jeden Wert auf der Kurve gilt

$$\varepsilon(t) = \bar{\varepsilon}(t_R, \Delta t) + \varepsilon'(t)$$

Die $'$ -Größen bezeichnen wir als Fluktuationen oder Schwankungen. Sie treten – wie die Bilder zei-

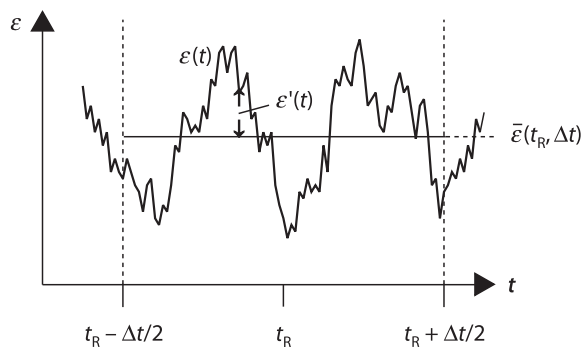


Bild 6.7. Zur Definition von Mittelwert $\bar{\varepsilon}(t_R, \Delta t)$ und turbulenter Schwankung $\varepsilon'(t)$ einer beliebigen Größe ε

gen – mit einer gewissen Frequenz (Maß: Anzahl pro Zeiteinheit) auf, die man auch in eine Zeitskala übersetzen kann und mit Hilfe der mittleren Geschwindigkeit auch in eine Raumskala. Man kann sich vorstellen, dass diese Schwankungen daher rühren, dass die Strömung Wirbel (engl. *eddies*) jeder Größe enthält, die sich einerseits in den Feldgrößen unterscheiden, andererseits aber miteinander wechselwirken. Das ist insgesamt ein überaus komplexes Geschehen. Dies Phänomen – das Auftreten von kleinskaligen Fluktuationen – nennt man *Turbulenz*. Atmosphärische Strömungen sind fast immer mehr oder weniger turbulent, so dass der Unterschied zwischen der Zeitskala, für die wir eine Betrachtung anstellen wollen (z. B. 1 Stunde; ein Tagesgang setzt sich dann aus 24 Werten zusammen), und den kleineren Zeitskalen der Fluktuationen stets von großer Bedeutung ist. Die Phänomene, die in der Skala der Betrachtung liegen, nennen wir skalig, die Fluktuationen sind in diesem Sinne subskalig. Die hier und in der gesamten Hydrodynamik viel verwendete Aufteilung einer aktuellen Größe in Mittelwert und Abweichung, also $\varepsilon = \bar{\varepsilon} + \varepsilon'$, geht auf Osborne Reynolds zurück; er wandte sie im Zusammenhang mit seinem berühmten Farbfadenversuch (1883) an, in dem er den Unterschied zwischen laminarer und turbulenter Strömung zeigen konnte.

Mit dieser Aufteilung jeder Feldgröße in einen skaligen Mittelwert und subskalige Fluktuationen lassen sich auch die Energieflussdichten tiefer verstehen. Suchen wir z. B. eine Energieflussdichte charakteristisch für eine Zeitskala von einer Stunde und interpretieren wir das Wort charakteristisch als den arithmetischen Mittelwert, so ist die gesuchte Größe $\overline{\rho \bar{v} \chi}$, wobei der Querstrich die Mittelwertbildung (hier im Beispiel über 1 h) bedeutet. Mit der Reynoldsschen Aufteilung und unter Vernachlässigung der Fluktuationen von ρ (es ist also $\rho = \bar{\rho}$; das ist eine sehr gute Näherung) gilt dann

$$\overline{\rho \bar{v} \chi} = \overline{\rho(\bar{v} + \bar{v}')(\bar{\chi} + \bar{\chi}')} = \bar{\rho}(\bar{v} \bar{\chi} + \bar{v}' \bar{\chi}')$$

was man durch Ausmultiplizieren und unter Berücksichtigung der Regeln $\overline{\chi'} = 0$ und $\overline{v'} = 0$ (das gilt für feste Werte von t_R und Δt) leicht verifiziert. Das heißt, die skalige Energieflussdichte (linke Seite) setzt sich, wie man ganz rechts sieht, aus zwei Anteilen zusammen: