

## Vorwort

Am Entstehen dieses Buches waren verschiedene Personen beteiligt, denen wir an dieser Stelle danken. Da sind zunächst die Hörerinnen und Hörer unserer Vorlesungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, die durch ihre Mitarbeit, durch Fragen und Diskussionsbeiträge den Stil dieses Buches beeinflusst haben. Insbesondere danken wir unserem ehemaligen Studenten Herrn Dipl.-Math. Clemens Giegerich für seine Unterstützung beim Einsatz von Mathematica. Unseren Kollegen Prof. Dr. Gerhard Aulenbacher und Prof. Dr. Konrad Sandau danken wir für ausführliche fachliche Diskussionen, Herrn Dipl. Math. Werner Sanns und Herrn Dipl.-Math. Marco Schuchmann für das sorgfältig Korrekturlesen und für die Überarbeitung der Grafiken.

Herrn Wolfgang Schwarz vom Verlag Vieweg gilt unser Dank für die fachkundige und freundliche Art, mit der er unser Projekt unterstützt hat.

Wolfgang A. Dolejsky  
Maria H. Overbeck-Larisch

Darmstadt im Juni 1997

## Ziel und Nutzung des Buches

Das Ziel des vorliegenden Buches ist es, Ihnen die grundlegenden Verfahren der Schließenden Statistik zu erklären. Dabei legen wir großen Wert darauf, daß Sie im Laufe der Lektüre dieses Buches ein gewisses Verständnis für das wahrscheinlichkeitstheoretische Modell entwickeln, das diesen Verfahren zugrunde liegt. Sie werden dann in der Lage sein, die Grundtechniken wie das Schätzen von Parametern oder das Testen von Hypothesen nicht nur kochrezeptartig anzuwenden, sondern kritisch zu beurteilen, ob die Voraussetzungen für die Anwendung dieser Grundtechniken überhaupt erfüllt sind.

Da wir uns mit diesem Buch nicht ausschließlich an Studierende der Mathematik wenden wollen, wurden bei der Darstellung der Theorie einige Abstriche gemacht. So haben wir in der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die exakte Formulierung und den Beweis des Fortsetzungssatzes verzichtet. Außerdem haben wir versucht, ohne das Lebesgue-Integrals auszukommen. Im Bereich der Schließenden Statistik werden Optimalitätsfragen nur am Rande angesprochen. Abgesehen von diesen Beschränkungen behandeln wir die Theorie exakt und mit einer vorlesungsartigen Ausführlichkeit. Mit zahlreichen Beispielen motivieren und erläutern wir das wahrscheinlichkeitstheoretische Modell und die grundlegenden Verfahren der Schließenden Statistik. Das Buch eignet sich deshalb sowohl für Studierende verschiedener Fachrichtungen als auch für interessierte Praktiker zum Selbststudium.

Es gibt zwei Möglichkeiten, mit diesem Buch zu arbeiten. Sie können einerseits das Buch ausschließlich wie ein konventionelles Lehrbuch nutzen. Sie können andererseits zusätzlich zu dieser konventionellen Nutzung von der Tatsache profitieren, daß wir den Lernprozeß durch den

Einsatz des Computeralgebra-Systems **Mathematica** unterstützen. Wir setzen dabei **Mathematica** in zweifacher Hinsicht ein. Zum einen nutzen wir **Mathematica** wie man heutzutage ein leistungsfähiges Computeralgebra-System in Vorlesungen und Übungen bzw. begleitend zu einem Lehrbuch einsetzt: bei graphischen Darstellungen, bei algebraischen Umformungen, beim Integrieren und Differenzieren, beim Lösen von Gleichungen, usw. Wenn wir **Mathematica** in diesem Sinne einsetzen, werden wir vorrangig auf die „Standardfunktionen“ von **Mathematica** zurückgreifen, das sind die Funktionen, die nach dem Start von **Mathematica** bzw. nach dem Laden entsprechender Standard-**Mathematica**-Packages zur Verfügung stehen. Darüber hinaus haben wir insbesondere für den wahrscheinlichkeitstheoretischen Teil des Buches eigene **Mathematica**-Funktionen geschrieben, mit denen es uns gelungen ist, das wahrscheinlichkeitstheoretische Modell „im endlichen Fall“ in **Mathematica** zu realisieren. Diese Tatsache eröffnet Ihnen die Möglichkeit, die Modellbildung experimentell nachzuvollziehen und die dazugehörigen, zum Teil recht abstrakten Begriffsbildungen spielerisch einzuüben. Einen zusätzlichen Lerneffekt können Sie erreichen, wenn Sie die von uns geschriebenen **Mathematica**-Funktionen analysieren und gegebenenfalls durch eigene (evtl. elegantere) Funktionen ersetzen.

Falls Sie das Buch unter Einsatz von **Mathematica** durcharbeiten wollen, dann müssen Sie die Ausführungen, die unter der Überschrift **Einsatz von Mathematica** folgen, lesen. Andernfalls können Sie diesen Abschnitt einfach überspringen und auch im weiteren Verlauf alle Bezüge auf **Mathematica** ignorieren.

Gleichgültig, ob Sie mit oder ohne **Mathematica** arbeiten, in jedem Fall setzen wir voraus, daß Sie die Grundlagen der Analysis beherrschen und insbesondere mit den Grundbegriffen der „naiven“ Mengenlehre und der Abbildungen vertraut sind. Diese Grundbegriffe werden im Kapitel 0 kurz wiederholt.

Für nahezu jeden Abschnitt haben wir eine Reihe von Übungsaufgaben zusammengestellt. Wir empfehlen Ihnen dringend, diese (gegebenenfalls unter Einsatz von **Mathematica**) durchzuarbeiten und Ihre Lösungen mit den Musterlösungen, die am Ende des Buches stehen, zu vergleichen. Eine sinnvolle Nutzung des Buches setzt voraus, daß Sie sich vor der Lektüre eines neuen Abschnitts mit den Aufgaben zum vorangegangenen Abschnitt inhaltlich auseinandergesetzt haben, auch wenn Sie diese Aufgaben nicht alle gelöst haben.

## **Einsatz von Mathematica**

Wenn Sie beim Arbeiten mit diesem Buch **Mathematica** einsetzen wollen, so muß Ihnen ein Rechner mit einer **Mathematica**-Version (ab Version 2.2.3) zur Verfügung stehen, bei der die Eingabe von **Mathematica**-Anweisungen bzw. die Ausgabe des **Mathematica**-Outputs über Dateien, sogenannte Notebooks erfolgt. Wir setzen deshalb voraus, daß Sie erste Erfahrungen im Umgang mit Notebooks gesammelt haben. Ehe Sie **Mathematica** bei der Lektüre dieses Buches so einsetzen können, wie wir es vorgesehen haben, müssen Sie die folgenden Vorarbeiten leisten:

Falls Sie **Zugang zum World Wide Web** haben, wählen Sie nach Eingabe der Adresse

<http://www.vieweg.de> • Willkommen • Services • Software • Software-Supplements zu Büchern. Dann können Sie die Programme zu diesem Buch herunterladen.

Falls Sie **keinen Zugang zum World Wide Web** haben, so können Sie eine Diskette bei den Autoren erwerben. Schicken Sie Ihre Anforderung und DM 10,- an die Adresse

Prof. Dr. Overbeck-Larisch  
 FB MN, FH Darmstadt  
 Schöfferstr. 3  
 64295 Darmstadt.

Folgen Sie dann den Hinweisen, die auf der Diskette in der Datei `readme.txt` stehen.

Nachdem Sie sich den von uns erstellten Mathematica-Code beschafft haben, muß dieser vor dem Start von Mathematica verfügbar sein. Bei der Version 2.2.3 muß unser Verzeichnis `probabil` im Unterverzeichnis `packages` Ihres Mathematica-Verzeichnisses auf der Festplatte stehen, und das Verzeichnis `nbuch2` ist als Unterverzeichnis Ihres Mathematica-Verzeichnisses anzulegen. Bei der Version 3.0 muß unser Verzeichnis `Probability` im Unterverzeichnis `StandardPackages` Ihres Mathematica-Verzeichnisses auf der Festplatte stehen, und das Verzeichnis `nbuch3` ist als Unterverzeichnis Ihres Mathematica-Verzeichnisses anzulegen.

Wir stellen uns nun folgende **Arbeitsweise** vor: Sie schlagen den Abschnitt dieses Buches auf, den Sie durcharbeiten wollen, also z.B. den Abschnitt 1 aus dem Kapitel 0 (Abschnitt 0.1). Sie legen sich Papier und Bleistift zurecht, wie Sie es immer tun, wenn Sie sich ein Wissensgebiet anhand eines Buches erarbeiten wollen. Sie starten zusätzlich Mathematica und öffnen das zu diesem Abschnitt gehörende Notebook im Verzeichnis `nbuch2` bzw. `nbuch3`. Die Frage „Evaluate active initialization cells in notebook?“ beantworten Sie mit ja. Zum Abschnitt 0.1 gehört das Notebook `NB1K0A1`. Allgemein gehört zum Abschnitt  $j$  des Kapitels  $i$  das Notebook `NB1KiAj`. (In den folgenden Kapiteln zitieren wir diese Notebooks mit der Erweiterung `.ma`, die sich auf die Version 2.2.3 bezieht. In der Version 3.0 haben die Notebooks die Erweiterung `.nb`.) Der Gliederung und Dokumentation der Notebooks und den Namen der Mathematica-Funktionen können Sie entnehmen, welchen Textstellen des Abschnitts die einzelnen Zellen des Notebooks zugeordnet sind. Evaluieren Sie die vorbereiteten Input-Zellen und interpretieren Sie den von Mathematica erzeugten Output. Es dürfte Ihnen danach nicht weiter schwer fallen, das Notebook durch eigene Beispiele und Übungen zu ergänzen. Am Anfang jedes Notebooks wird die Wirkungsweise der Mathematica-Funktionen erläutert, die im Rahmen der Modellbildung neu hinzugekommen sind. Die Namen dieser Funktionen verraten den Zweck, für den sie geschrieben wurden. Den Programmcode zu einer Funktion, die im Notebook `NB1KiAj` erstmalig auftaucht, finden Sie im entsprechenden Package `PB1KiAj`, das wie alle von uns geschriebenen Mathematica-Packages im Unterverzeichnis `probabil` bzw. `Probability` steht. Am Ende der einzelnen Notebooks finden Sie die Lösungen derjenigen Aufgaben, die man sinnvollerweise mit Mathematica bearbeitet.

## Zitierte Literatur

- Bauer, H.:** Maß- und Integrationstheorie, Walter de Gruyter Berlin, 2. Auflage 1992
- Bauer, H.:** Wahrscheinlichkeitstheorie, Walter de Gruyter Berlin, 4. Auflage 1993
- Bosch, K.:** Statistik-Taschenbuch, R. Oldenbourg München, 2. Auflage 1993
- Büning, H. - Trenkler, G.:** Nichtparametrische statistische Methoden, Walter de Gruyter Berlin, 2. Auflage 1994
- Cramér, H.:** Mathematical Methods of Statistics, Princeton University Press, Princeton N. J. 1946
- Gibbons, J.D.:** Nonparametric Inference, McGraw-Hill, New York 1971