

Vorwort

Lineare Algebra und Geometrie sind grundlegend für nahezu alle Gebiete der Mathematik und ihrer Anwendungen in anderen Wissenschaften. Diese Disziplinen bilden den Einstieg in die mathematische Betrachtungsweise und verursachen zu Beginn (des Studiums) oftmals beträchtliche Schwierigkeiten. Der abstrakte Aufbau der Linearen Algebra führt aber bald dazu, daß die wesentlichen Begriffe und Resultate vertraut werden, so daß man schließlich gar nicht mehr weiß, was denn am Anfang so schwierig war. Für Lehramtskandidaten wird ein beträchtlicher Teil des für die Schule wichtigen Stoffes in der Vorlesung über Lineare Algebra und Geometrie – und häufig nur dort – angesprochen. Von der Fülle des Stoffes ist die Anfängervorlesung meistens überfordert, da sie eigentlich alles bringen sollte, was in späteren Vorlesungen vorausgesetzt wird bzw. was ein Lehrer in der Schule wissen muß. Da die Lineare Algebra in den letzten 40 Jahren an Bedeutung gewonnen und die Geometrie weitgehend verdrängt hat, kommt letztere in der Universitätsausbildung häufig zu kurz.

In diesem Buch soll sowohl der für das normale Mathematik-Studium erforderliche Stoff der Linearen Algebra und der (Analytischen) Geometrie bereitgestellt, als auch für einen Lehrer genügend viele geometrische Ansätze behandelt werden.

Einführend wird an die (aus der Schule bekannte) euklidische bzw. affine Geometrie erinnert und dadurch ein Beispiel für die folgende abstrakte Theorie angeboten; ferner werden die grundlegenden Begriffe der Mengenlehre und die mathematischen Beweismethoden erläutert. In den Kapiteln 3-9 wird dann – abstrakt beginnend – recht tief in die Lineare Algebra eingeführt; dabei werden auch Teile der Geometrie betrachtet und benutzt, um den algebraischen Ansätzen eine geometrische anschauliche Interpretation zur Seite zu stellen. Wird am Anfang das exakte Schließen an einfachen algebraischen Axiomen und Aussagen geübt, so werden später schwierigere Ergebnisse der linearen Algebra und die Grundbegriffe der Multilinearen Algebra behandelt. Das Verständnis einzelner Abschnitte wird oftmals durch die Verwendung der Hauptbegriffe und -resultate in der weiterführenden Theorie erleichtert; deshalb werden auch tiefere Ansätze schon recht früh dargestellt.

In den Kapiteln 11-14 werden zunächst Fragen der affinen, euklidischen und projektiven Geometrie besprochen. Dem Erlanger Programm von Felix Klein folgend, werden die elliptische und in die nicht-euklidische Geometrie der Ebene eingeführt. In Kapitel 14 werden einem Ansatz von Kurt Reidemeister folgend Grundlagen der Geometrie behandelt.

Kapitel 10 ist ein Abschnitt zur Gruppentheorie, in dem u.a. Normalteiler und Faktorguppen sowie die endlich erzeugten kommutativen Gruppen besprochen werden. Hier handelt es sich um Begriffe und Ergebnisse, die oftmals in den

Anfängervorlesungen nicht besprochen, die aber ab dem vierten Semester oder in Büchern als bekannt vorausgesetzt werden.

Viele Ergebnisse und Methoden der Linearen Algebra, aber auch der Geometrie, können leicht in Computerprogramme übersetzt werden; hierfür werden in Kapitel 15 beispielhaft einige Probleme der Linearen Algebra herausgegriffen und für sie Struktogramme angegeben.

Natürlich werden zu den meisten Abschnitten Aufgaben gegeben, da das Lösen derselben für das Verständnis der Linearen Algebra und Geometrie unerlässlich ist. So manche dieser Aufgaben stellen auch selbst schöne Sätze dar.

Der vorliegende Text beruht auf einem Skriptum von Ralph Stöcker und mir zu der Standardvorlesung „Lineare Algebra und Geometrie“, welche wir 1973/74 zusammen an der Ruhr-Universität gehalten haben. Zu einem solchen Vorlesungsskriptum wurden wir von meiner Frau Ute angeregt, um Studenten den Studienbeginn zu erleichtern. Die erste Fassung wurde in den folgenden Jahren erweitert. Eine völlige Neufassung ergab sich 1994-97 durch den Übergang von dem ursprünglich mit der modernen/vorsintflutlichen Kugelkopf-Schreibmaschinen geschriebenen Text zu einer modernen/altertümlichen \TeX -Variante. Von den vielen Studenten und Assistenten, die das Skriptum benutzt und durch Anregungen verbessert oder erweitert haben, möchte ich hier nur denen danken, die an der letzte Fassung mitgearbeitet haben: Karsten Kroll für das genaue Durcharbeiten des mathematischen Textes sowie die Erstellung des Layouts, André Jäger für Korrekturen und Aufgaben, Bernt Karasch für die Abfassung des Kapitels 15 sowie für die Ausarbeitung des zugehörigen Programmes mit Studenten eines Proseminares, Astrid Butz und Claus Wiesmann für das letzte Korrekturlesen. Um nach Fehlnavigationen nicht als einziger Regressansprüchen ausgesetzt zu sein, möchte ich nicht vergessen, dankend Bärbel Wicha-Krause zu erwähnen. Last but not least möchte ich Marlene Schwarz meinen Dank für ihren unermüdlichen Einsatz aussprechen, aber auch dafür, daß sie nicht aufgab, mich zu drängen, die Arbeit an diesem Buch abzuschließen.

Bochum, im Juli 1997.
Heiner Zieschang