Vorwort

Diese Einführung in die algebraische Geometrie ist aus dem gleichen Kurs hervorgegangen, dem auch mein Algebra-Buch [K_4] entstammt. Sie schließt an dieses an und wendet sich hauptsächlich an Studierende, die sich über einen algebraischen Grundkurs hinaus in ein Gebiet der Algebra einarbeiten und Fragen der aktuellen Forschung näherkommen wollen.

Die algebraische Geometrie besitzt zahlreiche Facetten und erlaubt sehr unterschiedliche Zugänge. Viele Mathematiker verstehen unter algebraischer Geometrie hauptsächlich projektive algebraische Geometrie. In diesem Buch wird der Standpunkt eingenommen, daß man in der algebraischen Geometrie vor allem die Lösungsmengen algebraischer Gleichungssysteme mit Koeffizienten aus einem Körper, also die algebraischen Varietäten, verstehen möchte. Es werden die algebraischen Methoden beschrieben, die von van der Waerden, Krull, A. Weil und Zariski in die Geometrie eingeführt und in neuerer Zeit von Serre, Grothendieck und vielen anderen weiterentwickelt wurden. Zu den modernen Verallgemeinerungen der Varietäten, den Schemata, wird hingeführt, und es wird ihre Nützlichkeit auch für die klassische Theorie am Beispiel der elementaren Schnitt-Theorie zumindest angedeutet.

Der jetzige Text hat ein gemeinsames Gerüst mit meinem vergriffenen Buch [K_1], von dem nur noch eine amerikanische Ausgabe [K_2] vorliegt, die in Deutschland ziemlich teuer ist. Das frühere Buch setzte sich zum Ziel, einige zum Zeitpunkt seines Erscheinens aktuelle Entdeckungen über vollständige Durchschnitte zu erreichen. Hier wird Bescheideneres angestrebt. Das jetzige Buch ist elementarer, es betont die Geometrie etwas stärker, und es sind neue Übungsaufgaben gewählt worden.

Der Leser soll die Teile von [K_4] kennen, die sich mit der Körper- und Ringtheorie beschäftigen, z.B. den Hilbertschen Basissatz und den Nullstellensatz sowie Grundtatsachen über ganze Ringerweiterungen. Darüberhinaus wird Vertrautheit mit der linearen und multilinearen Algebra von Moduln über kommutativen Ringen erwartet, z.B. soll man mit dem Tensorprodukt von Moduln und Algebren umgehen können, und es wird vorausgesetzt, daß man über den Transzendenzgrad und Transzendenzbasen von Körpererweiterungen Bescheid weiß. Auf diesen Grundlagen aufbauend, werden stets vollständige Beweise angestrebt.

Was sonst noch aus der Algebra verwendet wird, ist in den Anhängen A-F zusammengefaßt, die man zu Beginn lesen kann, oder aber dann, wenn sie im mehr geometrischen Teil des Buches zum ersten Mal angewendet werden.

Für zahlreiche nützliche Hinweise und Verbesserungsvorschläge bin ich Markus Bockes, Bettina Kreuzer, Winfried Weber und vielen anderen Teilnehmern der Regensburger Vorlesungen und Seminare zu Dank verpflichtet. Die mit Metafont und

Maple erzeugten Bilder verdanke ich Bernhard und Wolfgang Rauscher sowie Markus Bockes. Der Text ist von Eva Rütz in bewährter Weise in $\TeX$ gesetzt worden.

Verlag und Herausgebern danke ich, daß sie mich ermuntert haben, ihr Lehrbuchprogramm erneut durch ein Buch über algebraische Geometrie zu ergänzen.

Regensburg, Januar 1997 Ernst Kunz